

Problema de muitos corpos - Introdução

Basicamente, queremos resolver

$$H|\Psi(t)\rangle = i\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t)\rangle \quad \text{ou}$$

$$H|\Psi_E\rangle = E|\Psi_E\rangle$$

$$\text{para } H = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i=1}^N V(\vec{r}_i) + \sum_{i<j}^N U(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

onde $N \sim 10^{23} \Rightarrow$ número macroscópico de partículas.

É claro que essa tarefa é impossível na prática.

Entretanto, raramente estamos interessados no comportamento detalhado desse sistema.

Medidas experimentais $\Rightarrow$ Sondam o sistema de forma mais grosseira (médias sobre um número grande de partículas, médias temporais, média sobre variações através da amostra, etc.)

Pergunta: Quais as quantidades relevantes a serem calculadas para que possamos entender os experimentos macroscópicos?

Ex.:

(a) Matriz densidade de um corpo:

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \int d\vec{r}_3 \dots d\vec{r}_N \Psi^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$$

(b) Função de Green:

- Grande diversidade de comportamentos, mesmo para os elementos mais simples:

Fe $\rightarrow$ Ferromagneto: $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
 Cr $\rightarrow$ Antiferromagneto: $\uparrow \uparrow \nearrow \rightarrow \rightarrow \searrow \swarrow \dots$
 Hg, Nb $\rightarrow$ Supercondutor
 Cu $\rightarrow$ Metal normal
 C $\rightarrow$ Isolante ou semi-metal
 :

$\Rightarrow$ Como conectar os comportamentos macroscópicos mais diversos a uma descrição microscópica apropriada?

- Conceitos novos devem ser introduzidos:

(i) ~~Quebra~~ Quebra espontânea de simetria:

$\Rightarrow$ O estado fundamental do sistema não tem a simetria que está contida no Hamiltoniano

Ex.: Ferromagneto: $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$

$$\langle \vec{S} \rangle \neq 0$$

Embora o Hamiltoniano subjacente seja invariante sob rotações do spin ($\langle \vec{S} \rangle$ pode apontar em qualquer direcção, mas um dado ferromagneto aponta em uma direcção específica)

$\langle \vec{S} \rangle$ = é chamado de o "parâmetro de ordem" do sistema (Landau)

A quebra espontânea de simetria só acontece, formalmente, no limite termodinâmico ($N \rightarrow \infty, V \rightarrow \infty, \frac{N}{V} = \text{const.}$)
 $\Rightarrow$ quebra de ergodicidade do sistema, pois o sistema não visita todo o espaço de fase disponível, como é assumido na hipótese ergódica.

Outros exemplos:

• Ordem cristalina:

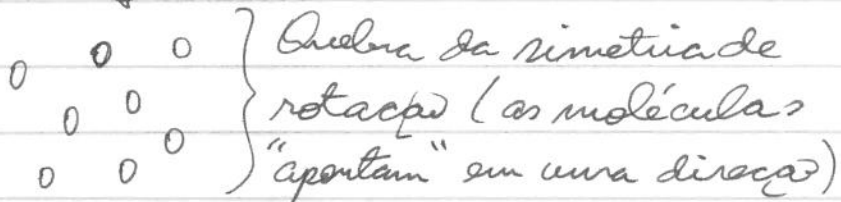


Quando os íons de um sólido se ordenam numa rede quebra-se a simetria de translação e rotações

Parâmetro de ordem: $\int \langle \rho(\vec{x}) \rangle e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} d^3x = S(\vec{q})$

$$\vec{q} = \vec{k}$$

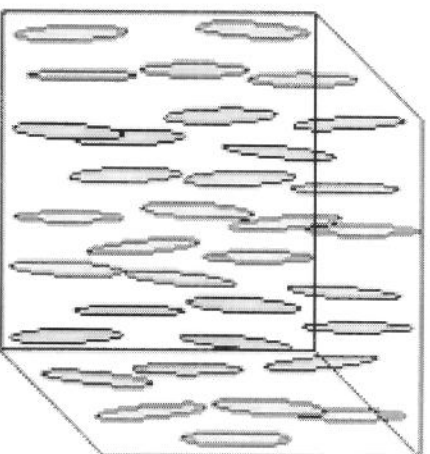
• Cristais líquidos:



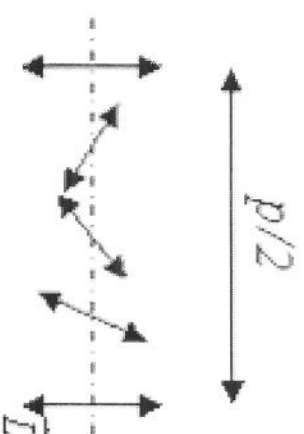
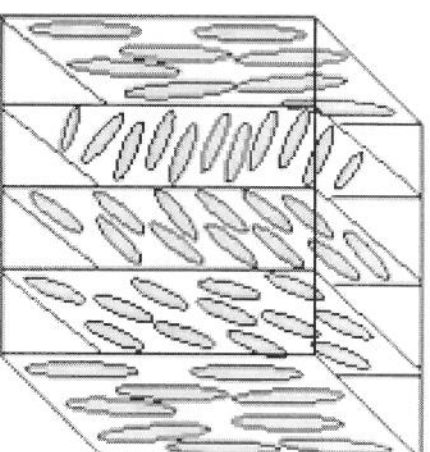
sem quebra de simetria de translação (o sistema é líquido)

liquid crystalline phases

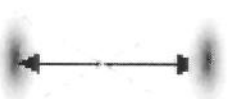
nematic



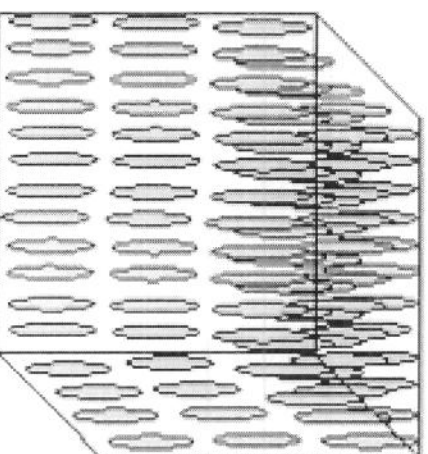
cholesteric



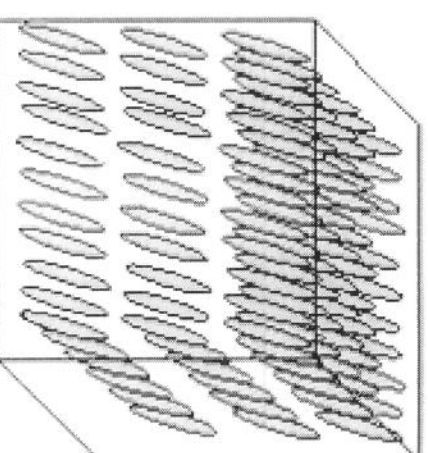
director $\vec{L}$



smectic A



smectic C



- Superfluidos / supercondutores: $\Rightarrow$ "Ordem de longo alcance não-diagonal" ("Off-diagonal long-range order", D. Pines)
Quebra de uma simetria "interna" $\rightarrow$ simetria global de "gauge":

$$|\psi\rangle \rightarrow e^{i\theta} |\psi\rangle$$

- Parâmetro de ordem: "Fase" do condensado.

(ii) Excitações elementares:

Ex.: ^3He entre aprox. $300\text{ mK} < T < 3\text{ K}$

se comporta como uma coleção de "quasi-partículas" (átomos de ^3He + nuvem de outros átomos em torno dele, quase não-interagentes. Atenção: os átomos de ^3He originais são FORTEMENTE interagentes.

Modificações em relação ao sistema não-interagente:

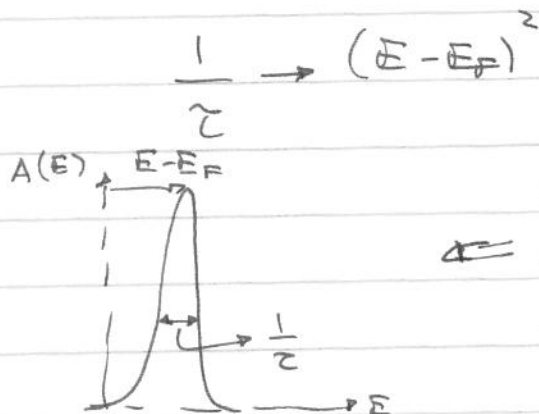
(Teoria dos líquidos de Fermi de Landau)

- $\rightarrow$ Renormalização da massa: $m \rightarrow m^* \approx 3.0 m (^3\text{He})$
- $\rightarrow$ Campos médios efetivos de interação entre as quasi-partículas de forma muito simples
- $\rightarrow$ Modos coletivos: "som zero", plásmen, etc.

Outros exemplos: Metais normais a baixas temperaturas, modelos de camadas dos núcleos (Huyse)

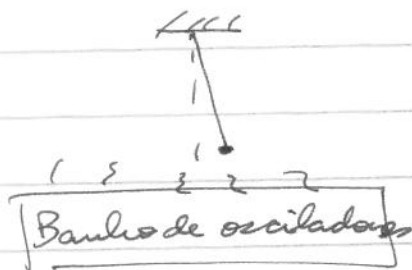
As quasi-partículas são as excitações elementares do sistema: Estados quase-estacionários do sistema

⇒ Tempo de vida: τ



Resonância se torna
asintoticamente bem-
definida à medida
que $E \rightarrow E_F$

Decaimento no tempo $\tau \rightarrow$ não existe no limite
termodinâmico:



Se N finito, a energia inicial do oscilador separado
retorna ~~ele~~ ele depois de um tempo $T \sim \frac{1}{\text{(Separação entre níveis)}}$

Quando $N \rightarrow \infty$, $T \rightarrow \infty$, energia não retorna
ao oscilador original.

(iii) Excitações em estruturas ordenadas:

- Defeitos: . Sólidos: deslocamentos, disclinações
- . Magnetos: . Paredes de domínio



. Porco-espinho:



- . Supercondutores, superfluidos: Vórtices



Corrente supercondutora
giram em torno de um
eixo de metal normal
A fase do parâmetro de
orden aumenta de 2π
ao girarmos ao redor do vórtice.

(iv) Classes de universalidade: ("Continuidade adiabática")

- "Descoberto" em fenômenos críticos: Sistemas diferentes podem ter os mesmos expoentes críticos
- Explicação moderna $\rightarrow$ Grupo de renormalização (Wilson, Fisher, Kadanoff, ...)
- Mais geral que fenômenos críticos:
 - Teoria de líquidos de Fermi $\rightarrow$ Todos os metais normais se comportam de maneira semelhante (os parâmetros microscópicos são diferentes)

Resumo:

Ferramentas teóricas:

- Funções de Green
- Grupo de renormalização
- Métodos de campo médio
- Métodos numéricos
- Resultados exatos

Objetivos:

- Descrição macroscópica ("Hidrodinâmica")
- Resposta linear a perturbações externas
- Teorias efetivas

Conceitos:

- Excitações elementares; modos coletivos
- Quebra espontânea de simetria
- Quebra de ergodicidade
- Parâmetros de ordem
- Defeitos
- Classes de universalidade