

**Universidade Estadual de Campinas – Unicamp  
Instituto de Física “Gleb Wataghin” - IFGW**

**Disciplina F 590  
Projeto de Iniciação Científica**

**Difração de luz por uma grade de difração, sob incidência  
oblíqua**



lrs.leonardo x gmail.com



lunazzi x ifi.unicamp.br

**Orientador: Jose J. Lunazzi  
Aluno: Leonardo R. da Silva RA: 136513**

Campinas, Março 2017

## Introdução

O projeto tem como objetivo o estudo, a pesquisa e a análise da difração para uma incidência oblíqua. Inicialmente, vamos estudar casos mais genéricos e ir aprofundando o assunto com o auxílio de artigos, livros e outras referências bibliográficas mais relevantes na área de estudo.

A partir disso, vamos chegar a resultados que possam ser relevantes para o trabalho e úteis àqueles que seguem a mesma linha de pesquisa e colaboradores no futuro.

## Descrição do Projeto

O projeto é uma continuação do trabalho anterior de um aluno[1]. O trabalho a ser desenvolvido fundamenta-se na compreensão e resolução da equação que descreve o cálculo da difração de luz através de uma grade de difração, buscando analisar situações de vários raios saindo de um objeto que contribuem para a formação da imagem no anteparo de visualização.

Em discussões e análises preliminares do estudo em laboratório didático, acredita-se que surgirão efeitos de convergência que caracteriza aberrações na formação da imagem.

Na abordagem clássica do fenômeno da difração em uma rede, considera-se a incidência normal  $\theta_n$ , tem-se:

$$d(\text{sen}\theta_n) = n\lambda \quad (1)$$

Para incidência oblíqua dentro de um plano a equação é escrita na forma:

$$d(\text{sen}\theta_n - \text{sen}\theta_i) = n\lambda \quad (2)$$

onde  $\theta_i$  mede o ângulo de incidência em relação à normal,  $d$  é o espaçamento entre os traços da rede,  $\theta_n$  é o ângulo do  $n$ -ésimo feixe difratado e  $\lambda$  é o comprimento de onda da radiação luminosa. Assim, uma rede plana com 600 linhas/mm difrata, em 1ª ordem, a radiação de um laser HeNe ( $\lambda = 633$  nm) de um ângulo de  $22,3^\circ$  em relação a direção do feixe incidente.

Quando a incidência oblíqua tem componente fora do plano, temos a chamada difração cônica, o processo passa a ser explicado bidimensionalmente necessitando de tratamento tridimensional, que é o caso de nosso interesse.

Inicialmente, não foi discutido o sigilo de informações nos dados e resultados pertinentes ao projeto em questão.

## **Importância do trabalho na formação do aluno**

Este trabalho é o meu primeiro projeto de iniciação científica no meu curso que é mais voltado para a licenciatura. As abordagens do assunto ajudarão no aprofundamento teórico e prático para que eu possa ser capaz de entender e explicar para outras pessoas a física envolvida na interação da luz com redes de difração em situações mais específicas. A extensão ao uso de elementos comuns, como CD e DVD, ajuda a ligar o trabalho de laboratório ao de um experimento simples.

Dessa forma, esse projeto inicial possibilitará a contribuição tanto na área científica como na área didática, despertando o interesse de estudantes e alunos de física na área de Óptica através do Evento de Consulta à Comunidade(CàC) do campus e convidados.

## **Resultados Atingidos**

Antes de iniciar o objeto de estudo da Iniciação Científica, começamos a discutir alguns conceitos básicos de Matemática sobre o Teorema de Pitágoras para abstrair melhor a situação principal.

Sabe-se que a Geometria, principalmente o Teorema de Pitágoras, é um dos pilares da Ótica nas relações entre triângulos.

## Demonstração do Teorema de Pitágoras

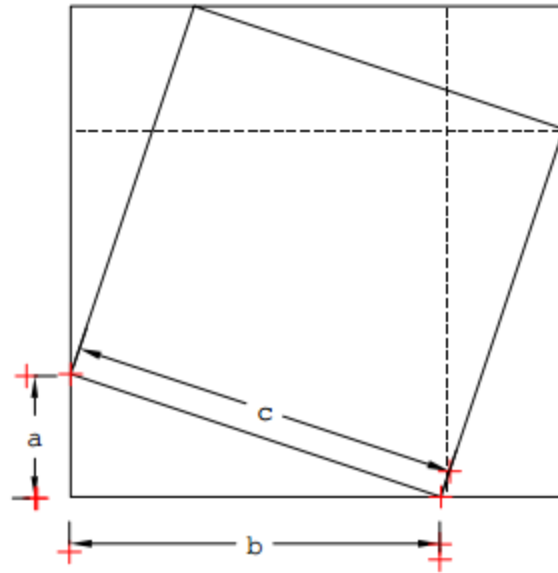


Figura 1 figura demonstrativa do teorema de Pitágoras

A demonstração do Teorema para o encaixe do triângulo nos dois casos acima:

- a. Figura de linhas contínuas
- b. Figura de linhas tracejadas

Temos as seguintes relações:

Caso a :  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

Caso b:  $(a + b)^2 = c^2 + \frac{4ab}{2}$

Igualando os dois casos:

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (3)$$

Conseqüentemente, conseguimos utilizar esse teorema para explicar o funcionamento da difração circular em um nível básico de estudo.

## Grade de Difração – Difração Cônica

Dando continuidade ao tópico principal de estudo quando uma luz monocromática incide é uma grade de difração ela é difratada em direções diferentes e discretas. Pode-se desenhar a luz difratada em cada combinação para formar a configuração de frentes de ondas difratadas. Chamando de  $d$  o espaço entre as fendas sobre uma configuração de ângulos.

Estes ângulos são medidos a partir da rede normal, que é a perpendicular à superfície da rede em seu centro e na difração, o princípio da interferência construtiva implica que esses raios estão em fase na frente de onda difratada B se a diferença em seus comprimentos de trajeto,  $d[\text{sen}(\theta_n) + \text{sen}(\beta)]$ , for um número inteiro de comprimento  $s$  de onda.

A relação expressa pela grade difração:

$$m\lambda = d[\text{sen}(\theta_n) + \text{sen}(\beta)] \quad (10)$$

A localização angular dos máximos de intensidade principal quando a luz de comprimento  $\lambda$  é difratada de uma grade de espaçamento de ranhuras  $d$ . Aqui  $m$  é a ordem de difração e é um número inteiro. É conveniente escrever a equação da grade de difração de outra forma:

$$Gm\lambda = \text{sen}(\theta_n) + \text{sen}(\beta) \quad (11)$$

Onde  $G = 1/d$  que é a frequência do sulco ou a densidade do sulco chamado de sulcos por milímetro. Mas a validade da equação acima está restrita aos casos em que os raios incidente e difratado se situam num plano que é perpendicular as ranhuras. Agora, se o feixe de luz incidente não é perpendicular às ranhuras, no entanto, a equação da rede deve ser modificada, E conhecemos o resultado dado pela firma fabricante de componentes ópticos Newport:

$$Gm\lambda = \cos\epsilon[\text{sen}(\theta_n) + \text{sen}(\beta)] \quad (12)$$

O projeto tem como trabalho principal demonstrar essa equação. Mostramos uma figura explicativa em, dois planos, das direções do raios:

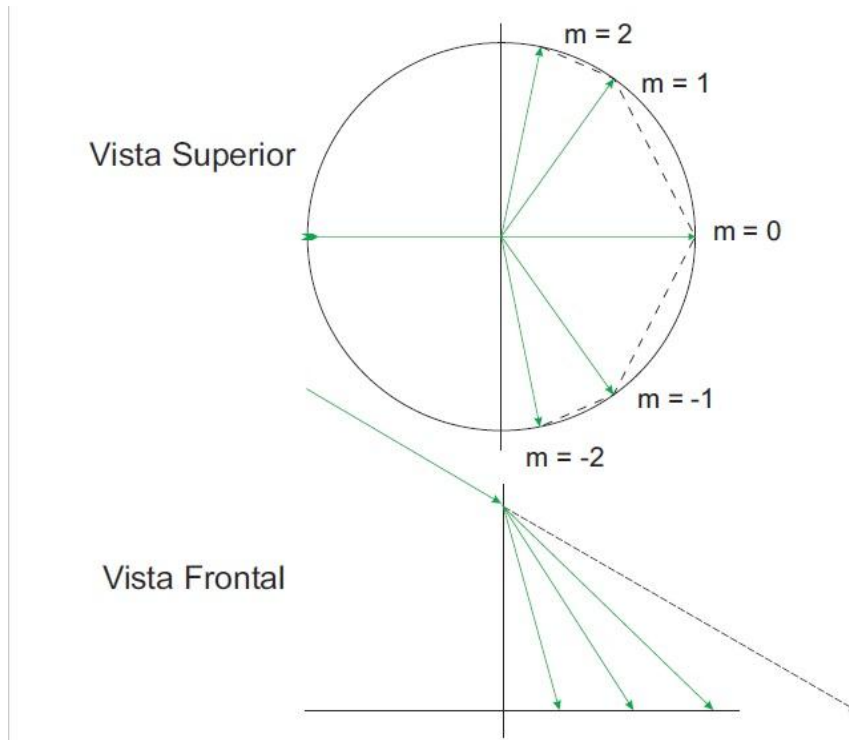


Figura 2. Representação teórica da difração cônica

Em uma análise preliminar do fenômeno da difração com raio de incidência na posição inclinada, um raio de luz monocromática, considerado como um único feixe incide sobre uma grade de difração em um ângulo qualquer em relação à rede normal. Estes raios difratam em vários ângulos ou ordens. As ordens superiores, à direita do raio incidente, por convenção, foram consideradas positivas e as ordens à esquerda negativas. Ao incidir no plano, notamos que os raios percorrem as mesmas distâncias para as ordens diferentes e perfazem, na análise geométrica da figura, a formação de um semicírculo em relação ao ponto de incidência na grade.

### **Difração da luz policromática de uma lâmpada atravessando uma mídia de Compact Disk (CD).**

Este trabalho serviu como subsídio para entender o comportamento da luz em outro caso de difração. Por isso, foi realizado, com o auxílio técnico do professor Lunazzi, a montagem do equipamento para observar a difração da luz por CD. Este possui espiras circulares concêntricas que serve como uma camada difrativa. A luz policromática proveniente da lâmpada fluorescente atravessa a fenda colocada à sua frente e, ao transmitir através do CD, ela é decomposta nas cores do espectro visível ao olho humano. Observamos as variações de cor da projeção e registramos os dados coletados no Laboratório de Óptica e na figura 3 a seguir:



Figura 3. Difração Circular por CD

Esta montagem pode ser nomeada, também, como a formação de imagens com um simples elemento difrativo, Axicon. Com isso, a focalização da imagem depende da posição do comprimento de onda da luz difratada e, neste experimento, uma câmera fotográfica foi utilizada na posição onde aparecem as linhas coloridas que emergem do CD, ou seja, as ranhuras de um disco compacto podem atuar como uma grade de difração e produzir reflexos iridescentes (arco-íris) pela incidência de uma fonte de luz policromática.

A luz proveniente da lâmpada fluorescente passa por uma fenda usada como uma fonte de luz e os anéis mostrados na figura localizam-se em diferentes regiões do disco dependendo da posição da câmera. Inclina-se o disco até encontrar o ponto crítico onde aparecem os anéis.

### **Difração cônica com rede de períodos aleatórios.**

O professor observou o fenômeno da difração cônica em um elevador com porta de aço escovado na imagem seguinte:



Figura 6. Difração cônica na porta de um elevador

A imagem acima está relacionada a nossa área de estudo, uma vez que observa-se os dois raios de incidência oblíqua em relação à posição vertical do vão da porta. De modo análogo à Figura 5, é demonstrado o mesmo conceito para um caso real do comportamento da luz.

### **Análise da direção de difração usando o método das ondas secundárias de Huygens**

A difração em um plano tem direções facilmente definidas utilizando círculos que correspondem à propagação em instantes separados por um período, dois períodos. E ligando as frentes de onda por meio de tangentes aos círculos.



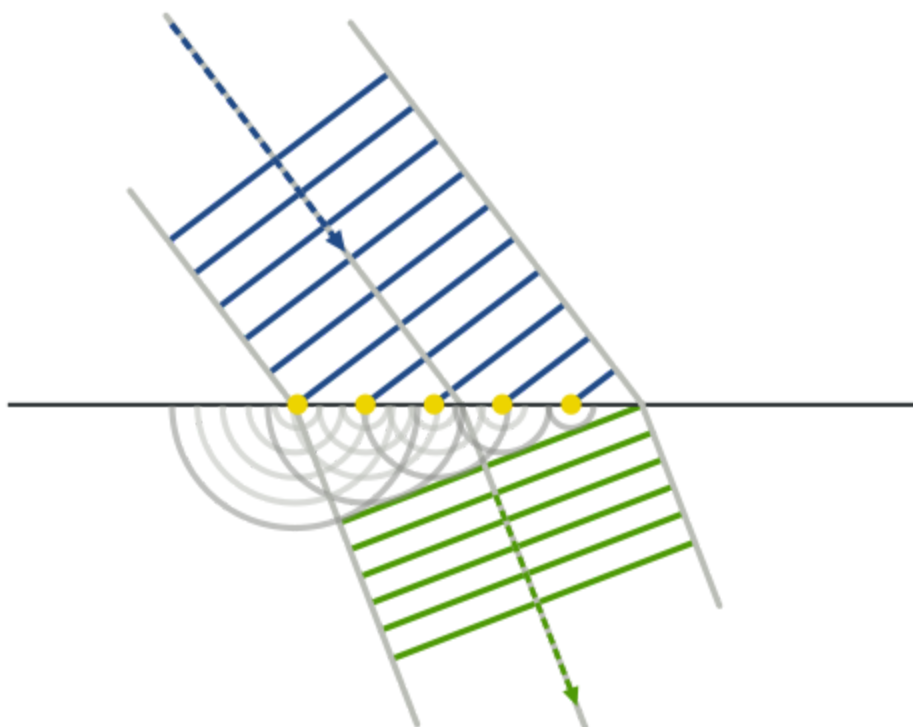


Figura 4. Princípio de Huygens na difração

Em nosso caso, por ser tridimensional, temos de utilizar esferas de frentes de onda e planos tangentes. Além disso, para que o plano intercepte a esfera em qualquer ponto, a propagação ocorre quando aplicamos o princípio de Huygens nas mesmas fendas - indicadas em amarelo, fazendo a rotação em  $90^\circ$  da Figura 4 na direção da fenda - e observamos que os períodos de 1<sup>a</sup>(primeira), 2<sup>a</sup>(segunda) e 3<sup>a</sup>(ordem) combinam-se entre si e com as ordens das fendas adjacentes.

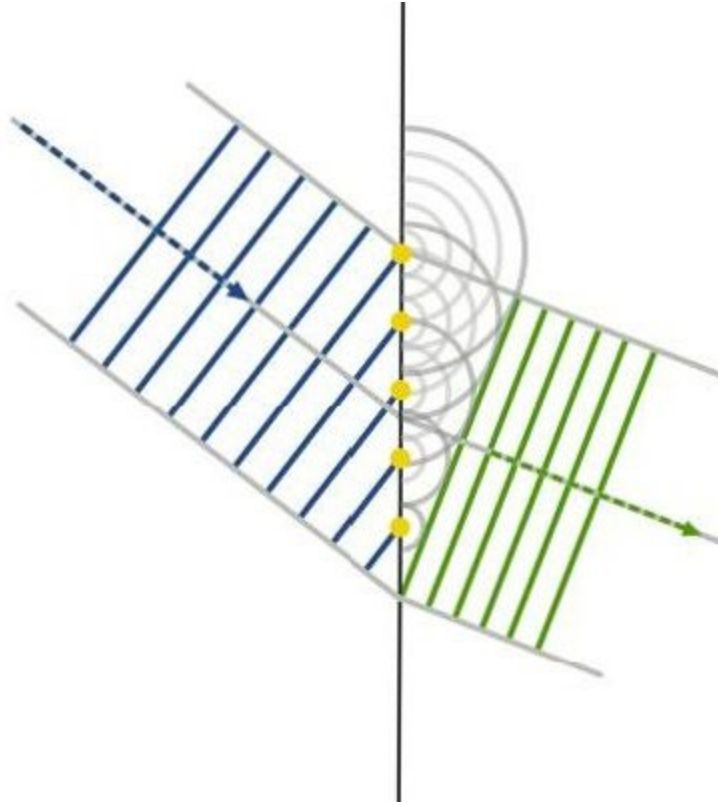


Figura 5. Vista de uma fenda na posição vertical e as frentes de ondas no plano

Nesta figura, observamos que cada ponto amarelo corresponde a ondas que têm a mesma fase e vão criando frentes de onda que, sendo muitos e somados na distância acabam criando novas direções de frentes de onda (as ondas difratadas). A recominação se processa porque as ondas, exibindo propriedades periódicas ao longo do espaço e ao longo do tempo combinam seus máximos e mínimos de amplitude de uma maneira que depende do total de ondas interagentes e das distâncias totais percorridas. Nesta combinação, formam-se a frente de onda que vai percorrer um caminho perpendicular às frentes de onda

## Intersecção de um plano com uma esfera

A interseção da esfera com o plano o plano resulta em uma circunferência. A circunferência resultante da interseção está contida no plano tangente a esfera e o vetor normal do plano é dado pelo vetor  $\mathbf{CE}_0 = \mathbf{N} = \mathbf{N}(x_r, y_r, z_r)$ , onde  $(x_r, y_r, z_r)$  são as coordenadas de um raio de uma esfera centrada em C e  $C = C(0, 0, 0)$  é a nossa referência que está no centro da esfera e a equação geral de uma esfera centrada na origem é dada por:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad (4)$$

Consideremos um plano cujo vetor normal é dado por  $\mathbf{N}$  onde. Agora, consideremos um ponto P desse plano, sendo  $P = P(x, y, z)$ . Consideremos, também um ponto  $E_1 = (x_1, y_1, z_1)$ , sendo ele um ponto da superfície da esfera e façamos ele pertencer ao plano e o plano ser tangente à esfera. Temos que o vetor normal do plano é dado pelo vetor  $\mathbf{CE}_1$ , ou seja,  $\mathbf{CE}_1 = \mathbf{N}$ . Sabendo que o vetor que sai de  $E_1$  e chega em P é dado por  $\mathbf{E}_1\mathbf{P} = (x - x_1, y - y_1, z - z_1)$ , então teremos  $\mathbf{E}_1\mathbf{P}$  ortogonal a  $\mathbf{N}$  fazendo o produto escalar entre eles, desta maneira obtemos a equação de um plano tangente a uma esfera no ponto  $E_1$ , dada por:

$$x_r(x_1 - x_r) + y_r(y_1 - y_r) + z_r(z_1 - z_r) = 0 \quad (5)$$

Aplicamos o mesmo procedimento a uma esfera posicionada à distância d da primeira, onde  $d =$  período da rede, e o raio  $r_2 = r_1 - \lambda$  onde resulta então:

$$r_2 = r_1 \left( x_r - \frac{x_r}{r}, y_r - \frac{y_r}{r}, z_r - \frac{z_r}{r} \right) \quad (6)$$

E teremos, unificando as coordenadas dos pontos de cada plano, a equação de um plano tangente a duas esferas. Faltando somente incluir um ponto embaixo delas para achar a solução da frente de onda difratada.

## **Comentário do Orientador**

O trabalho vem sendo desenvolvido satisfatoriamente, tendo de pensar bastante acima do quadro negro para encontrar a solução simplificadora, que envolve geometria do espaço e portanto não é fácil de mentalizar, nem para o aluno nem para o orientador. Não é solicitado o sigilo de informações nos dados e resultados pertinentes ao projeto em questão.

Agradecemos ao Prof. José M. Martinez, do IMECC, por colaborar respondendo uma pergunta que fizemos.

## **Apresentação no Evento de Consulta à Comunidade – CàC**

Na terça-feira 6 de junho das 16 às 18h

## **Referências Bibliográficas**

[1] Agriofoglio, B. Relatório Final –Instrumentação para a pesquisa – F 530. <[http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F530\\_F590\\_F690\\_F895/F530\\_F590\\_F690\\_2015\\_sem1/BrunoA-Lunazzi\\_RF1.pdf](http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F530_F590_F690_F895/F530_F590_F690_2015_sem1/BrunoA-Lunazzi_RF1.pdf)>. Acessado em 10/03/2017.

[2] Lunazzi J J e Rivera R N, 2002, Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit, OSA Publishing. Volume 23. Issue 5 , page1021–1026. <<https://www.osapublishing.org/josaa/abstract.cfm?uri=josaa-23-5-1021>>Acessado em 10/03/2017

[3] Lunazzi J J e Cassemiro S F J, 2014, Estudo da imagem por Difração por meio de um CD. <[http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F530\\_F590\\_F690\\_F895/F530\\_F590\\_F690\\_2014\\_sem2/CassemiroF\\_Lunazzi\\_F690\\_RF1](http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F530_F590_F690_F895/F530_F590_F690_2014_sem2/CassemiroF_Lunazzi_F690_RF1)> Acessado em 10/03/2017.

[4]Lentilucci J. E, 2006, Diffraction Grating Equation with Example Problems

<<http://web.physics.ucsb.edu/~phys128/experiments/isotope/Diffraction%20Grating%20Example%20Problems.pdf>> Acessado em 29/03/2017

[5] Ocean Colour: How to measure it  
<[http://www.euroargo-edu.org/argoeu\\_2a.php](http://www.euroargo-edu.org/argoeu_2a.php)> Acessado em 29/03/2017

[6] Lunazzi J. J., 1995, Introdução Geométrica: Sombras e Câmara de Furo.  
<[http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/prof\\_lunazzi/introducao\\_a\\_imagens/intr\\_geo.pdf](http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/prof_lunazzi/introducao_a_imagens/intr_geo.pdf)> Acessado em 30/03/2017.

[7] Palmer, C, 2005, Diffraction Grating Handbook.

[8] Manual da firma Estadunidenses da Newport (Equação 2.3):  
[http://optics.sgu.ru/~ulianov/Students/Books/Applied\\_Optics/E.%20Loewen%20Diffraction%20Grating%20Handbook%20\(2005\).pdf](http://optics.sgu.ru/~ulianov/Students/Books/Applied_Optics/E.%20Loewen%20Diffraction%20Grating%20Handbook%20(2005).pdf) . Acessado em 01/05/2017