

# Instrumentação para análise de Efeito Hall

LUCAS DE OLIVEIRA LOPES (119757)

lucaslopes1@gmail.com

Coordenador: Prof. Dr. José Joaquim Lunazzi

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Urbano

Instituto de Física "Gleb Wataghin" - UNICAMP

13 de julho de 2018

## Resumo

O projeto consiste na reabilitação de um equipamento para observar e analisar o Efeito Hall, a partir de equipamentos disponibilizados por laboratórios do IFGW. O aparato ficará disponível no Laboratório de física moderna e será utilizado nos próximos semestres na disciplina F 740. Este trabalho apresenta a teoria envolvida no Efeito Hall, como o aparato instrumental para sua análise, possíveis formas de realizar o experimento e ao final proponho um roteiro experimental. Adianto-me dizendo que tivemos problemas com fornecimento de equipamentos e amostras, por estes motivos o aparato experimental ainda não está totalmente concluído.

## I. INTRODUÇÃO

Os processos computacionais conhecidos e largamente utilizados na indústria, em pesquisa e pelo consumidor comum, em seus computadores pessoais, dependem do estudo em semicondutores. Estes estudos permitiram a elaboração e construção de transistores, bem como seu aperfeiçoamento tornando-os melhores e menores[7].

Tendo isso em vista, métodos de caracterização de semicondutores são de grande importância para esse progresso e devem ser conhecidos pelos estudantes de física. Dentre muitos métodos o Efeito Hall foi escolhido pelos professores Ricardo Urbano e Richard Landers para se tornar um experimento didático da disciplina F740. Amplamente usado pela indústria e em pesquisa a análise do Efeito Hall permite determinar densidade de portadores de carga livres, resistividade elétrica e mobilidade de elétrons em uma amostra.

O Efeito Hall pode ser definido como uma diferença de potencial produzida em um condutor elétrico, ou semicondutor, normal a uma corrente elétrica e a um campo magnético aplicado perpendicular à essa corrente. Este efeito observado pela primeira vez por Edwin Hall no fim do século XIX, também pode ser chamado de "Efeito Hall comum" para distingui-lo de outros tipos efeitos Hall que possuem mecanismos físicos distintos, como Efeito Hall de Spin, Efeito Hall quântico, Efeito Hall de Gases Ionizados e Efeito Hall

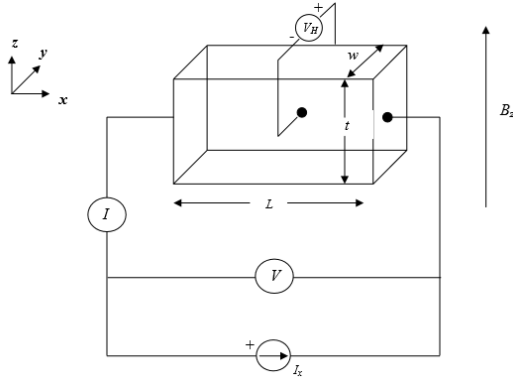
Anômalo. Este trabalho se dedicou apenas a trabalhar com Efeito Hall comum[5].

## II. BALIZAS TEÓRICAS

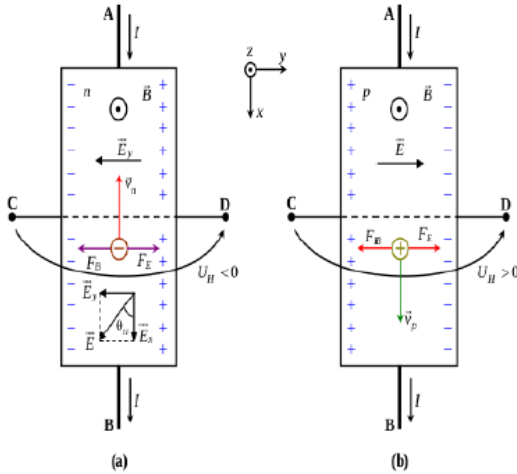
Como nossa proposta é observar o Efeito Hall em semicondutores devemos primeiramente discutir suas propriedades básicas. Essas propriedades são definidas pelo comportamento dos portadores de carga: elétrons e buracos, portadores de carga negativa e positiva respectivamente. Se nosso semicondutor é um cristal puro, o número de elétrons  $n$  é igual ao número de buracos  $p$ , pois para cada elétron que passa para a banda de condução, é criado um buraco na banda de valência. Estes são denominados de portadores de carga intrínsecos. Para uso prático de um semicondutor, é feita uma dopagem (inserção de impurezas) de tal forma que seja capaz de doar elétrons para a banda de condução (fazendo com que seja um cristal tipo  $n$ ) ou de aceitar elétrons da banda de valência, criando buracos (fazendo com que seja um cristal tipo  $p$ ). As impurezas que produzem este efeito são denominadas de portadores carga extrínsecos. Para os semicondutores extrínsecos o efeito de Hall pode ser analisado da mesma forma de um condutor simples pois é suficiente considerar apenas o movimento dos portadores majoritários sejam do tipo  $n$  ou do tipo  $p$ [1].

Considerando que a amostra estudada é um semicon-

dutor extrínseco podemos analisar o efeito a partir do modelo de Drude para condutores. Entre os contatos nas extremidades do comprimento  $L$  faz-se passar uma corrente elétrica de intensidade  $I$ . Sem campo de indução magnética  $B_z$ , a tensão  $V_h$  entre as faces da largura  $w$  é igual a zero. Quando se aplica um campo estático  $B_z$ , não necessariamente uniforme, aparece uma tensão  $V_h$  diferente de zero.



**Figura 1:** Esquema da montagem e grandezas que podem ser medidas em uma amostra onde ocorre o Efeito Hall



**Figura 2:** Efeito de Hall em semicondutores: tipo-n (a) e tipo-p (b)

Se existe uma corrente elétrica podemos afirmar portadores de carga uma velocidade média  $v_x$  não nula. Uma vez que estes portadores estão inseridos em um campo magnético  $B$  ficam submetidos a ação de uma força de natureza magnética dada por:

$$\vec{F}_m = q\vec{v}_x \times \vec{B}_z \quad (1)$$

Para diferentes portadores de carga a força magnética apresentará sentidos diferentes como pode ser observado na figura 2. Essa força cria um acúmulo de

portadores em uma das faces onde estão os terminais C e D (figura2) gerando uma diferença de potencial chamada tensão Hall  $V_h$ . Por consequência surge um campo elétrico  $E_y$  que fará com que os portadores que se movimentam na amostra fiquem submetidos a uma força elétrica  $F_e$  tal que a resultante de Lorentz seja nula, i.e.  $\vec{F}_m = -\vec{F}_e$ .

No modelo de Drude a densidade de corrente  $J_x$  pode ser escrita em função do número da densidade de portadores  $n$ , a carga de cada portador  $q$  e a velocidade média dos portadores  $v_x$  na forma

$$j_x = nqv_x \quad (2)$$

Ou em função da resistividade  $\rho$  e do campo elétrico  $E_y$

$$F_e = \rho E_y \quad (3)$$

A componente magnética da força de Lorentz pode ser escrita na forma

$$F_m = J_x B_z \quad (4)$$

Com 3 e 4 podemos escrever

$$\rho E_y = J_x B_z \quad (5)$$

dessa expressão origina-se a definição de coeficiente Hall

$$R_h = \frac{E_y}{J_x B_z} \quad (6)$$

Lembrando que  $E_y = \frac{V_h}{w}$  e  $j_x = \frac{I}{wt}$  podemos reescrever  $R_h$  na forma

$$R_h = \frac{V_h t}{I B_z} \quad (7)$$

Ou ainda

$$R_h = \frac{-1}{qn} \quad (8)$$

Para um campo magnético e corrente fixos, o coeficiente Hall  $R_h$  é proporcional a  $\frac{1}{n}$ . Como consequência a mobilidade Hall  $\mu_h$  deve ser

$$\mu_h = R_h \sigma \quad (9)$$

Onde  $R_h$  e  $\sigma$  são expressos em  $[m^3 C^{-1}]$  e  $[\Omega^{-1} m^{-1}]$  respectivamente, logo  $\mu_h$  será expresso em  $[m^2 V^{-1} s^{-1}]$

Um ponto importante que pode nos fornecer uma outra perspectiva experimental é que a densidade de

portadores pode ser expressa em função da temperatura.

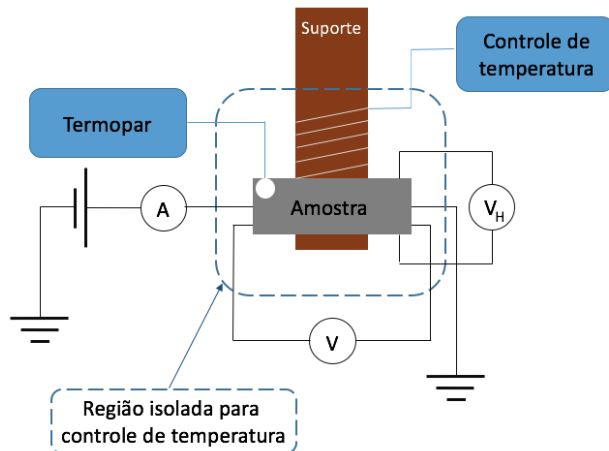
$$n \propto e^{\frac{-E}{2kT}} \quad (10)$$

Isso nos permite escrever

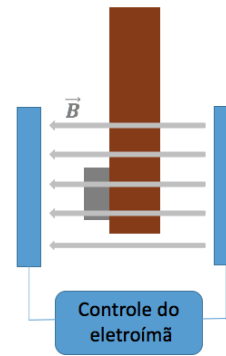
$$\ln(n) = \frac{-E}{2k} \frac{1}{T} + C \quad (11)$$

### III. INSTRUMENTAÇÃO NECESSÁRIA

O dispositivo proposto para o estudo do Efeito Hall dispõe de uma amostra semicondutora, um suporte para a amostra, controles de temperatura, uma fonte de tensão, um voltímetro para medir a tensão Hall, um eletroímã que já faz parte do laboratório de física moderna. Os esquemas simplificados de montagem podem ser vistos nas figuras 3 e 4.



**Figura 3:** Esquema da montagem do equipamento (vista frontal). Onde  $V_h$  mede a tensão hall,  $V$  mede a tensão aplicada na amostra,  $A$  mede a corrente que passa pela amostra.[3]



**Figura 4:** Esquema da montagem do equipamento (vista lateral). O campo é aplicado perpendicular à corrente para que os alunos tenham menos problemas experimentais.[4]

#### i. Suporte

A amostra é fixada em um dedo frio 5 cedido pelo laboratório de criogenia. Isso permite fazer medidas em temperatura ambiente e baixas temperaturas, possibilitando trabalhar com diferentes materiais e utilizar a mesma montagem para observar transição supercondutora (experimento que futuramente será disponibilizado para a disciplina F740). Foram identificados os diferentes fios que pode ser visto em 5 e um termopar que estava danificado foi recuperado.



**Figura 5:** Imagem do suporte utilizado. foto : arquivo pessoal

#### ii. Controladores

O suporte veio acompanhado de controladores da Air Products.

- Um controlador de temperatura que permite aquecer a amostra. Aparentemente funciona bem 6;



Figura 6: Controlador de temperatura Air Products. foto : arquivo pessoal

- Um termômetro 8 que trabalha com um termopar, mas que não funciona corretamente. Por isso o Professor Urbano emprestou outro 8 para utilizarmos no projeto.



Figura 7: Termômetro Air Products. Apresentou defeito e não será usado. foto : arquivo pessoal

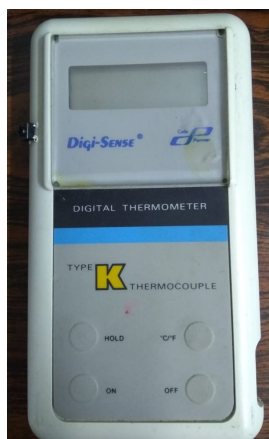


Figura 8: Termômetro Digi – Sense emprestado pelo Prof. Urbano foto : arquivo pessoal

- Um Voltímetro 9 cedido pelo Prof. Gustavo Wie-

derhecker.



Figura 9: Voltímetro cedido pelo Prof. Wiederhecker foto : arquivo pessoal

### iii. Eletroimã

O Laboratório de Física Moderna possui eletroimã adequado para esse experimento. A intensidade de campo magnético gerada por ele em função da distância do centro das bobinas pode ser observada na figura 10. O equipamento, capaz de gerar até 16kG está com um pequeno problema de sobreaquecimento, talvez seja necessário desentupir o sistema de refrigeração para seu melhor funcionamento.

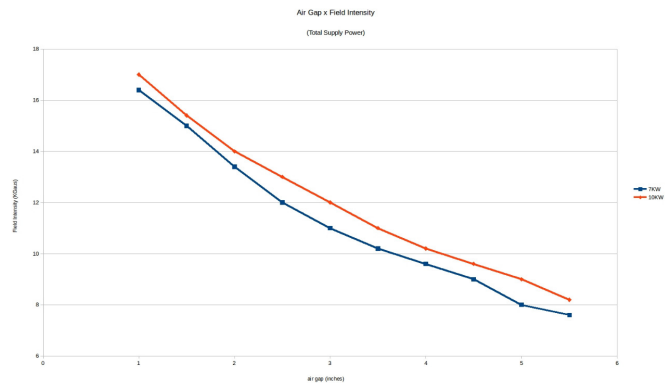
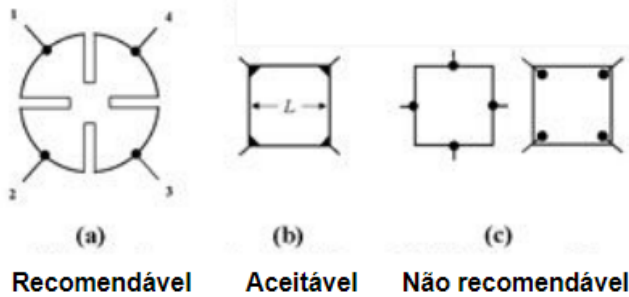


Figura 10: Campo gerando em kG em função do air gap em polegadas. Agradecimento : Eng. Costa

### iv. Amostra

Ainda não determinamos qual será de fato a amostra a ser utilizada no experimento. Pensamos em trabalhar com grafite, mas isso traria uma série de complicações experimentais; o gemânio dopado é o mais utilizado em kits didáticos, porém, é pouco utilizado em pesquisa e por isso não encontramos nenhum professor que possa nos fornecer uma amostra. Provavelmente utilizaremos Arsenieto de gálio (GaAs) pois é mais fácil de ser encontrado.

É necessário que a amostra semicondutora seja fina e possua uma geometria adequada para evitar problemas experimentais. Os diâmetros médios  $D$  dos contatos e a espessura da amostra  $t$  devem ser muito menores que a distância entre os contatos  $L$ . A posição dos contatos também é de extrema importância para garantir medidas confiáveis como pode ser visto na figura 11



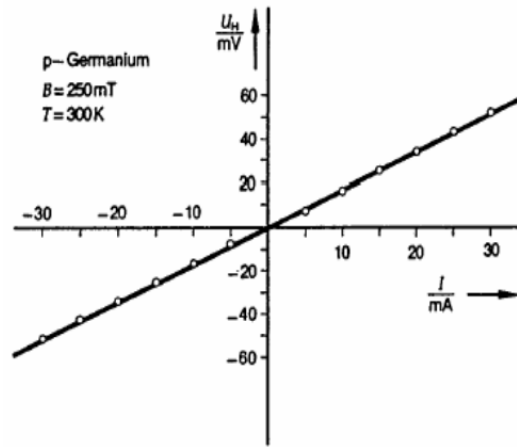
**Figura 11:** Possíveis formas de amostras e posições dos contatos. Usaremos provavelmente a opção (b) pois reduz o custo de fabricação. [7]

#### IV. PROPOSTA DE ROTEIRO EXPERIMENTAL

Aqui apresentarei uma proposta de sequência experimental que pode ser realizada pelos alunos. Apresentarei a "técnica van der Pauw" que permite a análise desconsiderando a geometria da amostra. A ideia é que desta sequência seja produzida uma pequena apostila que será utilizada na disciplina.

##### i. Determinação do tipo portadores de carga

Medir a tensão Hall a temperatura ambiente sob campo magnético constante como função da corrente e construir o gráfico da figura 12 (medidas feitas sem a compensação da distorção na tensão sob o condutor). Assim é possível observar e discutir a relação linear entre a tensão Hall e a corrente ( $V_h = \alpha I$ ) além de determinar o tipo dos portadores de carga. Esse portador de carga que constitui o fluxo de corrente pode ser determinado analisando a polaridade da tensão Hall  $U_h$ , conhecendo-se o sentido da corrente e do campo magnético figura 2.



**Figura 12:** Gráfico de tensão Hall em função da corrente elétrica na em uma amostra de germânio tipo p a temperatura ambiente.[6]

##### ii. Determinação do coeficiente Hall e da densidade de portadores

Medir a tensão Hall  $V_h$  em função do campo magnético  $B_z$  sob temperatura ambiente mantendo a corrente  $I$  invariável. A constante Hall  $R_h$  juntamente com a concentração de portadores  $n$  são obtidas usando-se essas medidas. Ao construir o gráfico  $V_h \times B_z$  nota-se uma relação linear entre a tensão Hall e o campo magnético aplicado, na forma

$$V_h = V_o + cB_z \quad (12)$$

Onde  $c = \frac{V_h}{B_z}$ . Com o valor  $c$ , conhecendo as dimensões da amostra e a corrente, pode-se usar a equação 7 para determinar o coeficiente Hall.

Conhecendo o coeficiente Hall é possível calcular a densidade de portadores considerando a equação 8 na forma

$$n = \frac{1}{|e|R_h} \quad (13)$$

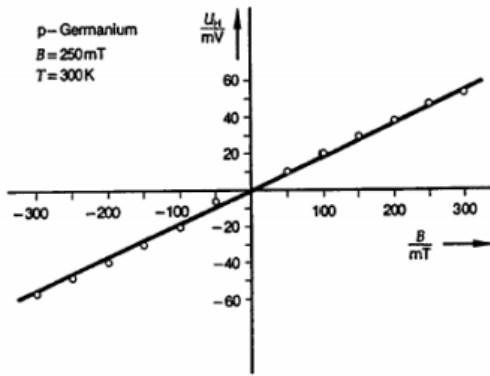


Figura 13: Gráfico de tensão Hall em função do campo magnético aplicado na amostra de germânio tipo p a temperatura ambiente [6]

### iii. Determinação da mobilidade Hall

A mobilidade Hall  $\mu_h$  é dada pela equação 9, logo, é função da condutividade elétrica  $\sigma$  a temperatura ambiente. Mede-se então, também a temperatura ambiente e sem a ação do campo magnético, a resistência  $R_0$  da amostra e conhecendo suas dimensões e  $R_h$  já determinado anteriormente, podemos escrever

$$\sigma_0 = \frac{L}{R_0 wt} \quad (14)$$

Logo a mobilidade Hall pode ser dada por

$$\mu_h = \frac{R_h L}{R_0 wt} \quad (15)$$

### iv. Relação entre variação de resistência da amostra e campo magnético aplicado

Medir a tensão  $V$  entre os terminais da amostra sob temperatura ambiente e corrente constante em função do campo magnético. Isso nos permite calcular a  $R(B)$  e analisar como se dá a variação da resistência  $\frac{R(B)-R_0}{R_0}$  em função do campo magnético aplicado. O aluno deve notar que não é linear, mas quadrática.

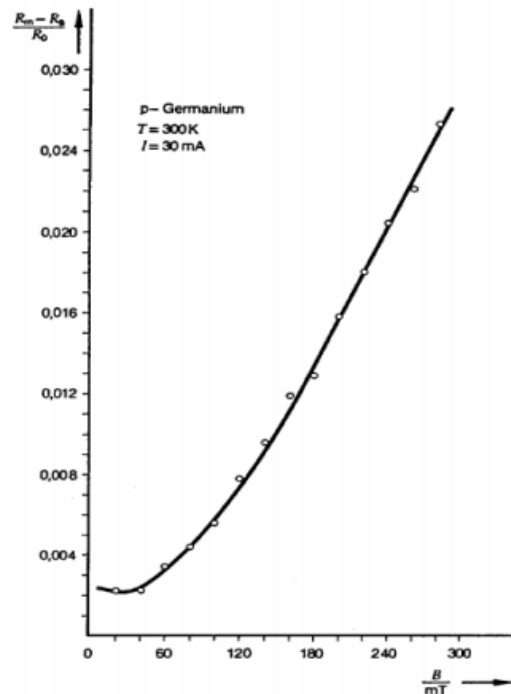


Figura 14: Gráfico da variação da resistência da amostra de germânio em função do campo magnético aplicado germânio tipo p a temperatura ambiente. [6]

### v. Determinação da energia de gap

Medir a tensão  $V$  entre os terminais da amostra sob corrente constante em função da temperatura.

Na região de condutividade intrínseca, temos:

$$\sigma = \sigma_0 e^{\frac{-E_g}{2kT}} \quad (16)$$

Onde  $E_g$  é a energia de gap,  $k$  a constante de Boltzman e  $T$  a temperatura absoluta. Linearizando a equação temos

$$\ln(\sigma) = \ln(\sigma_0) - \frac{E_g}{2K} T^{-1} \quad (17)$$

Não há como medir diretamente a condutividade em função da temperatura mas "como  $I$  era constante durante as medidas,  $V^{-1} \sim \sigma$  e o gráfico é portanto semelhante ao da condutividade em função do recíproco da temperatura.

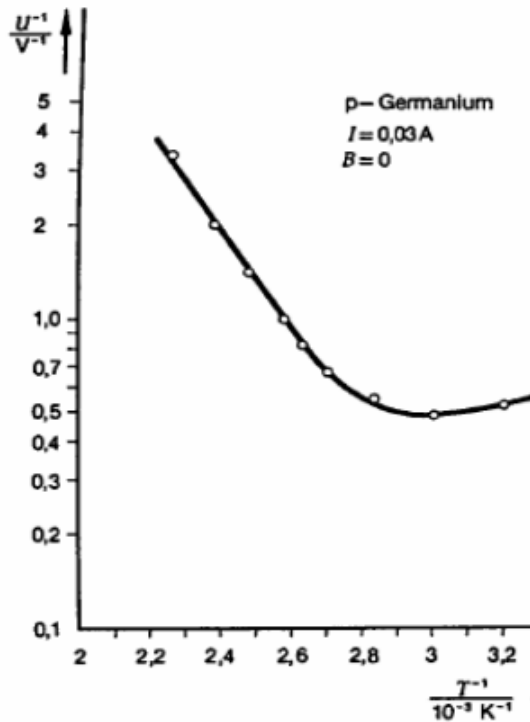


Figura 15:  $V^{-1}$  aplicada em função de  $T^{-1}$  em uma amostra de germânio tipo p sem a presença de campo magnético. [6]

vi. Análise da tensão Hall em função da temperatura

Medir a tensão Hall em função da temperatura sob campo magnético constante e construir o gráfico usando essas medidas. Neste gráfico há uma queda da tensão Hall com o aumento da temperatura. Uma vez que as medidas foram feitas sob corrente constante, podemos assumir que esse fato como atribuído a crescimento do número de portadores de carga (mudança da condução extrínseca para a intrínseca) e a redução na velocidade de deriva, pois iguais intensidades de corrente com o crescimento do número de portadores de carga significam redução na velocidade de deriva. A velocidade de deriva, por sua vez, está relacionada com a tensão Hall pela da força de Lorentz.

A corrente no semiconductor é formada por dois tipos de portadores: elétrons livres e buracos

$$I = wt \cdot e(v_{\text{eletrons}}n_{\text{eletrons}} + v_{\text{buracos}}n_{\text{buracos}}) \quad (18)$$

Se a faixa de velocidades de concentração de buracos e de elétrons sejam aproximadamente iguais, cessa a

contribuição total para o efeito Hall.

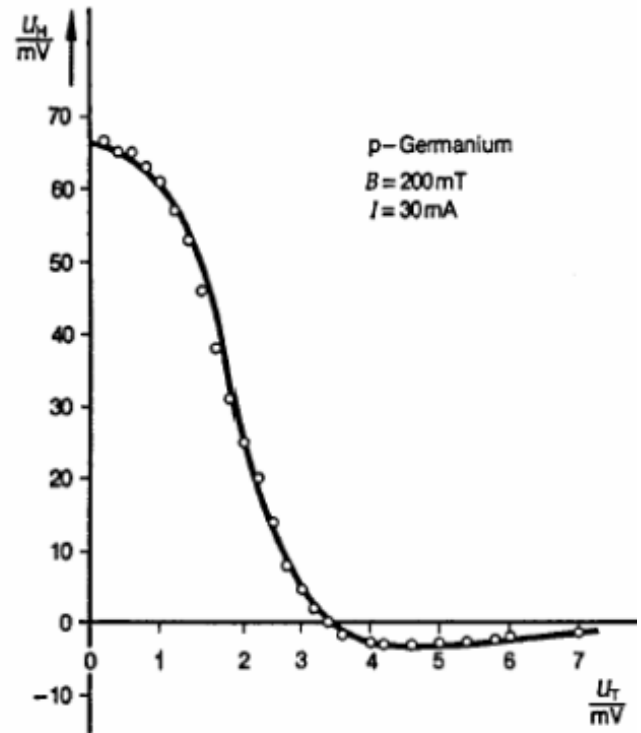
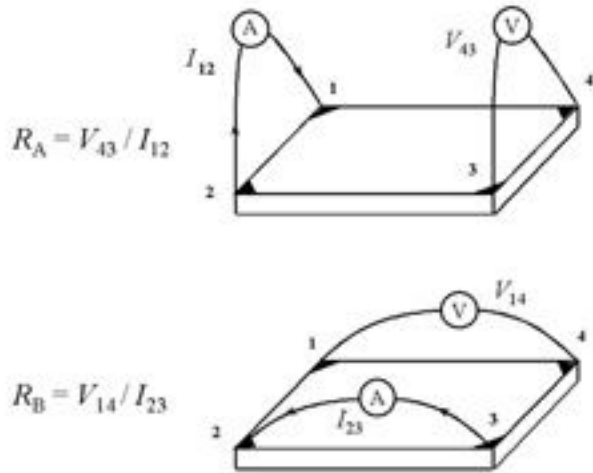


Figura 16: Tensão Hall em função da temperatura, expressa por uma tensão  $V_t$  de um termopar, em uma amostra de germânio tipo p. [6]

V. TÉCNICA DE VAN DER PAUW

Já vimos que para determinar a mobilidade  $\mu$  e a densidade de portadores  $n$ , é necessária uma combinação de uma medição de resistencia  $R_h$  (coeficiente Hall) e uma medição de tensão Hall  $V_h$ . Para se trabalhar com esta técnica é necessário que a amostra seja fina com os contatos ôhmicos muito pequenos colocados nas extremidades da amostra como na figura 11(b). Existem duas resistências características  $R_A$  e  $R_B$ , associadas aos terminais mostrados na figura 17, elas estão relacionados com  $R_h$  através da equação de van der Pauw[7].

$$e^{-\frac{\pi R_A}{R_h}} + e^{-\frac{\pi R_B}{R_h}} = 1 \quad (19)$$



**Figura 17:** Montagem de van der Pauw com  $R_A$  e  $R_B$  demarcados [7]

## VI. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta deste trabalho foi desde o início montar o experimento com equipamentos disponíveis no instituto o que a princípio apresenta-se como uma tarefa trivial. Porém, mostrou-se muito mais complicado: encontramos equipamentos antigos, muitos em mal funcionamento; a dependência de técnicos que hora estavam de férias, hora de greve; por fim a dificuldade de encontrar uma amostra razoável para a finalidade do experimento foram fatores que não nos permitiram concluir a total montagem do experimento até o momento, porém, falta pouco. Eu e o Professor Urbano planejamos termina-lo para que possa ser usado até o fim do próximo semestre. Com o instrumental teórico e proposta de roteiro apresentados neste trabalho é possível fazer a análise dos fatores mais importantes do efeito Hall em um semiconductor: calcula-se coeficiente  $R_H$ , a mobilidade  $\mu_h$ , a densidade de portadores  $n$  e identifica-se o tipo de portador de carga (elétron ou buraco). Caso a proposta de estudo seja um pouco mais aprofundada é possível, também, discutir a variação de resistência da amostra em função do campo magnético aplicado, bem como analisar a condutividade da amostra e tensão Hall em função de temperatura.

## REFERÊNCIAS

[1] Halliday, Resnick, Fundamentos da Física III, 2011, 9ed;

[2] Melissinos, Adrian C., Napolitano, Jim, Experiments in Modern Physics, Academic Press;

[3] Ferreira, Arantes, Efeito Hall em Germânio tipo p e n, Relatório experimental, Instituto de Física, Universidade Federal de Goiás, 2016;

[4] Guedes, Humberto, Torres, Silva, Efeito Hall em Germânio tipo p e n, Relatório experimental, Instituto de Física, Universidade Federal de Goiás, 2016;

[5] SiuLi, Condutividade Elétrica e Efeito Hall em Semicondutores, Roteiro de ensino, Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Carlos, Laboratório Avançado de Física, 2003;

[6] Cavalcante, Guimarães, Efeito Hall, Manual Phywe - 1308, PUC-SP;

[7] [www.nist.gov/pml/engineering-physics-division/popular-links/hall-effect](http://www.nist.gov/pml/engineering-physics-division/popular-links/hall-effect)