

Revisão da aula passada (Aula 7)

- Definição do operador de evolução temporal
 $|\alpha, t_0, t\rangle = U(t, t_0) |\alpha, t_0\rangle$
- Equação de Schrödinger para o operador de evolução temporal
 $i\hbar \frac{\partial |\alpha, t_0, t\rangle}{\partial t} = H |\alpha, t_0, t\rangle$
- Solução da Equação de Schrödinger com H independente do tempo
 $U(t, t_0) = \exp\left(\frac{-iH(t-t_0)}{\hbar}\right)$
- Função de correlação (amplitude de correlação)
 $C(t) = \exp\left(\frac{-iE_0 t}{\hbar}\right) \int dE |g(E)|^2 \rho(E) \exp\left(\frac{-i(E-E_0)t}{\hbar}\right)$
Se $t \rightarrow 0$ então $|C(t)| = 1$
Se $t \rightarrow \infty$ então $|C(t)| = 0$

Relação de incerteza energia-tempo e amplitude de correlação

- Tempo característico $t \cong \frac{\hbar}{\Delta E}$ para o qual $|C(t)|$ começa a se tornar diferente de 1;
- $t \cong \frac{\hbar}{\Delta E}$ é o limite de tempo (inferior) que faz o ket de estado de um sistema físico perder sua forma original;

Exemplo – Largura de linha espectral

A interação do átomo com o campo de radiação através da emissão e absorção de fótons leva à largura da linha natural relacionada à **emissão espontânea** e a uma **mudança na energia de transição**.

A parte dependente do tempo da função de onda para a partícula com energia total é

$$\exp(-iHt/\hbar) |\psi\rangle = \exp(-iE_a t/\hbar) |\psi\rangle$$

Para uma partícula instável, um termo imaginário é adicionado à energia

$$E_a \rightarrow E_0 - i\Gamma/2 \quad \text{onde } \Gamma \text{ é a largura do decaimento}$$

$$\psi(0) = \exp(-i(E_0 - i\Gamma/2)t/\hbar)$$

$$\psi(0) = \exp(-iE_0 t/\hbar) \exp(-\Gamma t/2\hbar)$$

Portanto, para obter a função de onda em termos de energia, tomamos a **transformada de Fourier** dessa função de tempo:

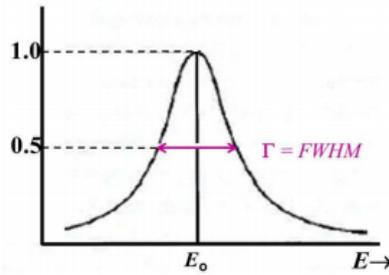
$$\psi(E) = \langle \psi | \exp(-iHt) \psi \rangle = \int_0^\infty \psi(0) e^{iEt} dt$$

$$\psi(E) = \int_0^\infty e^{i(E-E_0+i\Gamma/2)t} dt$$

$$\psi(E) = \frac{1}{i(E-E_0)+\Gamma/2}$$

A densidade de probabilidade é a distribuição de energia de um estado instável, chamado de **distribuição de Breit-Wigner**:

$$|\psi(E)|^2 = \frac{1}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4}$$



onde Γ é largura a meia altura (FWHM) e E_0 é o pico da distribuição. Como Γ está relacionado com a vida útil τ via $\Gamma = 1 / \tau$, então a relação de incerteza energia tempo pode ser expressa:

$$\Delta E = \frac{\hbar}{2\Delta t} = \frac{\Gamma}{2} = \frac{\hbar}{2\tau}$$

onde τ é tomada como a incerteza no tempo $\tau = \Delta t$.

Exemplo 1 - Bóson Z

Dado: $\Gamma \sim 2.5 \text{ GeV}$

$$\Delta t = \tau = \frac{1}{\Gamma} = 0.4 \text{ GeV}^{-1} = 0.4 \times \hbar = 2.5 \times 10^{-25} \text{ s}$$

Exemplo 2 - Átomo em estado excitado

Dado: $\tau = 10^{-8} \text{ s}$

$$\Delta E = \frac{\hbar}{2\Delta t} = \frac{6.58 \times 10^{-16} \text{ eV.s}}{2 \times 10^{-8} \text{ s}} = 3.3 \times 10^{-8} \text{ eV}$$

Referencias

Thornton S. T. and Rex A. **Modern Physics for Scientists and Engineers 4th ed**

Site: <https://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/DBailey/SubAtomic/Lectures/LectF18/Lect18.htm>

Site: https://www.hep.phy.cam.ac.uk/~chpotter/particleandnuclearphysics/Lecture_02_KinematicsDecaysReactions.pdf