



Quantum States of Neutrons on Earth's Gravitational Field

Aluno: Willian Vieira dos Santos RA: 086202

Professor: Dr. Marco Aurélio Pinheiro Lima

FI001 – Mecânica Quântica



Introdução

- Estados quânticos da matéria já são bem conhecidos sob campos eletromagnéticos
- Motivação é a necessidade de se conhecer estados quânticos sob influência do campo gravitacional
- Os efeitos quânticos gravitacionais são negligenciáveis perante a interação eletromagnética na matéria, por isso foi proposto um experimento com nêutrons (por sua carga neutra) de baixa energia

Princípios básicos

- A tabela I da ref. [4], apresenta a classificação de nêutrons de acordo com o estado de energia e velocidade

TABLE I
NEUTRON ENERGY CLASSIFICATION

| Type | Energy (eV) | Velocity (cm/s) |
|--------------|-------------|----------------------|
| Cold | 0.005 | 9.66×10^4 |
| Thermal | 0.025 | 2.2×10^5 |
| Epithermal | 1 | 1.4×10^6 |
| Slow | 10^2 | 1.4×10^7 |
| Intermediate | 10^4 | 1.4×10^8 |
| Fast | 10^6 | 1.4×10^9 |
| Ultrafast | 10^8 | 1.4×10^{10} |

Princípios básicos

- Para o experimento dos estados quânticos, é necessário uma classe não listada conhecida como nêutrons ultrafrios (Ultra Cold Neutrons – UNC), na qual as energias são da ordem de peV e a velocidade $\sim 10^3$ cm/s
- Uma aproximação semi-clássica dos níveis de energia dos estados quânticos é calculada pela equação Bohr-Sommerfeld [1]

$$E_n = \sqrt[3]{\left(\frac{9 \cdot m}{8}\right) \cdot \left[\pi \cdot \hbar \cdot g \cdot \left(n - \frac{1}{4}\right)\right]^2}$$

Princípios básicos

- Sob um campo potencial linear dado por $V(x) = mgx$, a partir da equação de Schrödinger, efetuando as substituições necessárias, obtemos a equação de Airy

$$\frac{d^2 u_E}{dz^2} - z u_E(z) = 0 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} z = 2^{1/3}(y - \varepsilon) \\ y = \frac{x}{x_0} \text{ e } \varepsilon = \frac{E}{E_0} \end{cases}$$

- Cuja solução é dada pela função de Airy $Ai(z)$

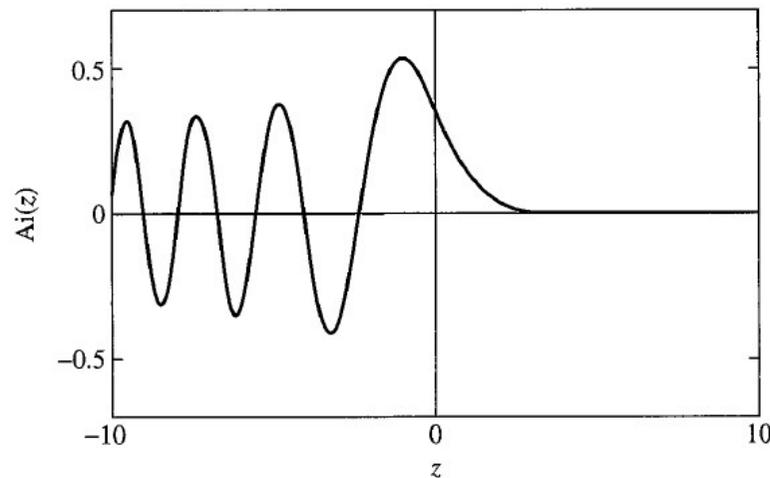


FIGURE 2.3 The Airy function.

Princípios básicos

- Os zeros da função de Airy definem os estados de energias quantificadas para os estados quânticos dos nêutrons

$Ai(z) = 0$ para $z = -2,338; z = -4,088; z = -5,521; \dots$

- Conforme vimos na aula I I*

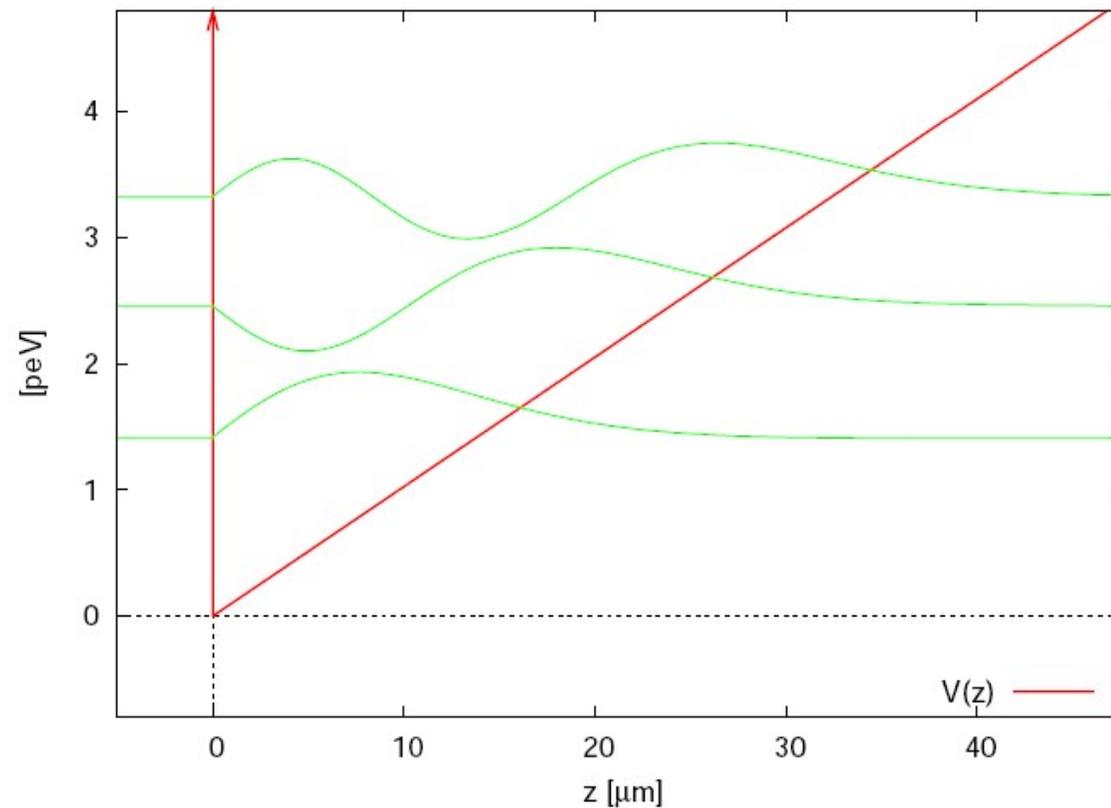
Os dados do experimento fornecem $x_0 = \left(\frac{\hbar^2}{m^2 g}\right)^{1/3} = 7,40\mu m$.

$$\text{Assim temos: } \begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{2,338}{2^{1/3}} \text{ com } x_1 = \frac{E}{E_0} x_0 = \frac{2,338}{2^{1/3}} x_0 = 14\mu m \\ \varepsilon_2 = \frac{4,088}{2^{1/3}} \text{ com } x_2 = \frac{E}{E_0} x_0 = \frac{4,088}{2^{1/3}} x_0 = 24\mu m \\ \varepsilon_3 = \frac{5,521}{2^{1/3}} \text{ com } x_3 = \frac{E}{E_0} x_0 = \frac{5,521}{2^{1/3}} x_0 = 32\mu m \end{cases}$$

* <https://www.ifi.unicamp.br/~maplima/fi00I/2020/aulaII.pdf>

Princípios básicos

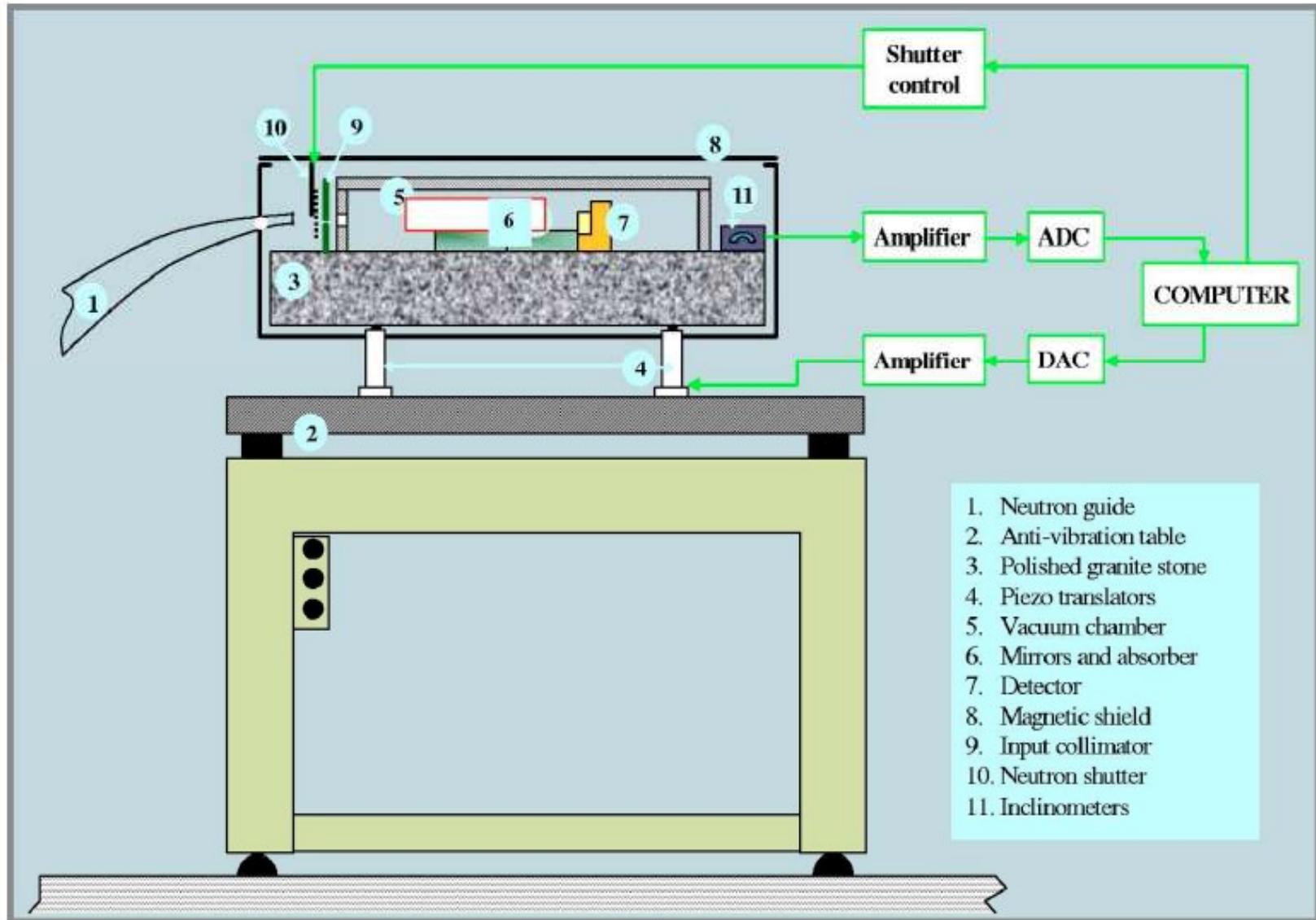
- x_1 , x_2 e x_3 representam as alturas possíveis para estados quânticos previsto no experimento
- Uma visualização dos níveis de energia da partícula confinada no potencial gravitacional é dada pela figura 1.4 da ref. [2]



Experimento

- A idéia básica é fazer os nêutrons percorrerem entre uma placa espelhada (embaixo) e uma placa absorvedora / espalhadora (em cima)
- A altura da placa espelhada e absorvedora deve filtrar os estados quânticos dos nêutrons
- Os nêutrons possuem uma componente de velocidade horizontal responsável pelo fluxo contínuo e uma componente vertical responsável pelo estado quântico

Experimento



Experimento

- A figura 2.2 da ref. [2] mostra detalhes da câmara de vácuo

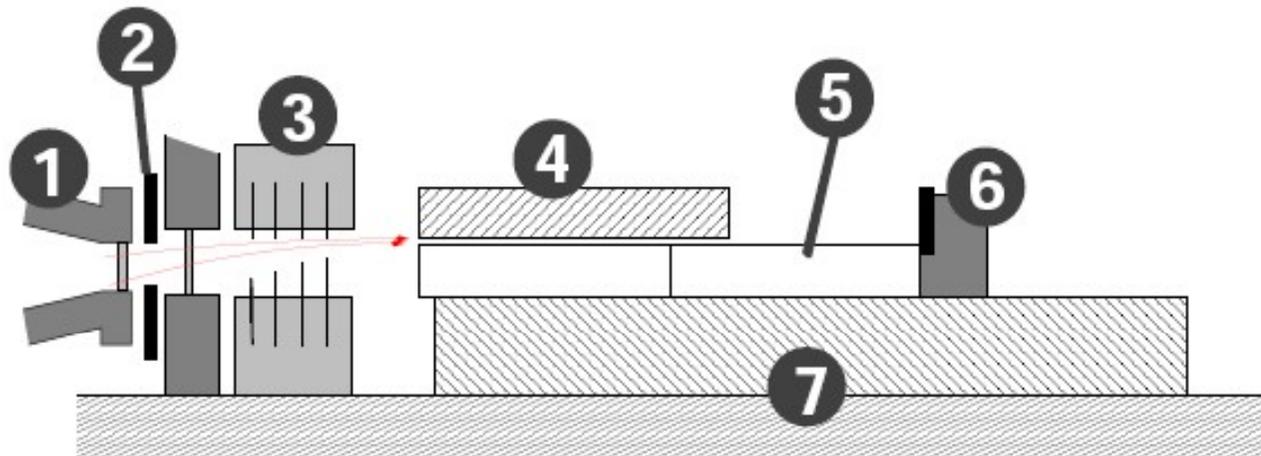
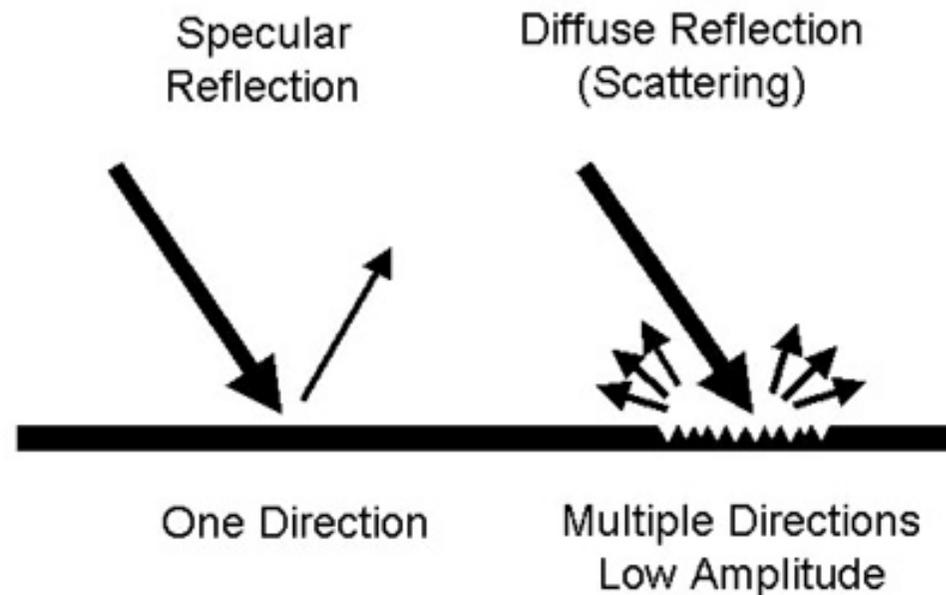


Figure 2.2: Detailed view of the interior of the vacuum chamber: Shown are the UCN guide (1), the collimating blades (2), the static collimator (3), the waveguide consisting of scatterer (4) and bottom mirrors (5), the detector (6) and the supporting glass plate (7). Two possible trajectories of neutrons capable of entering the waveguide are indicated in red.

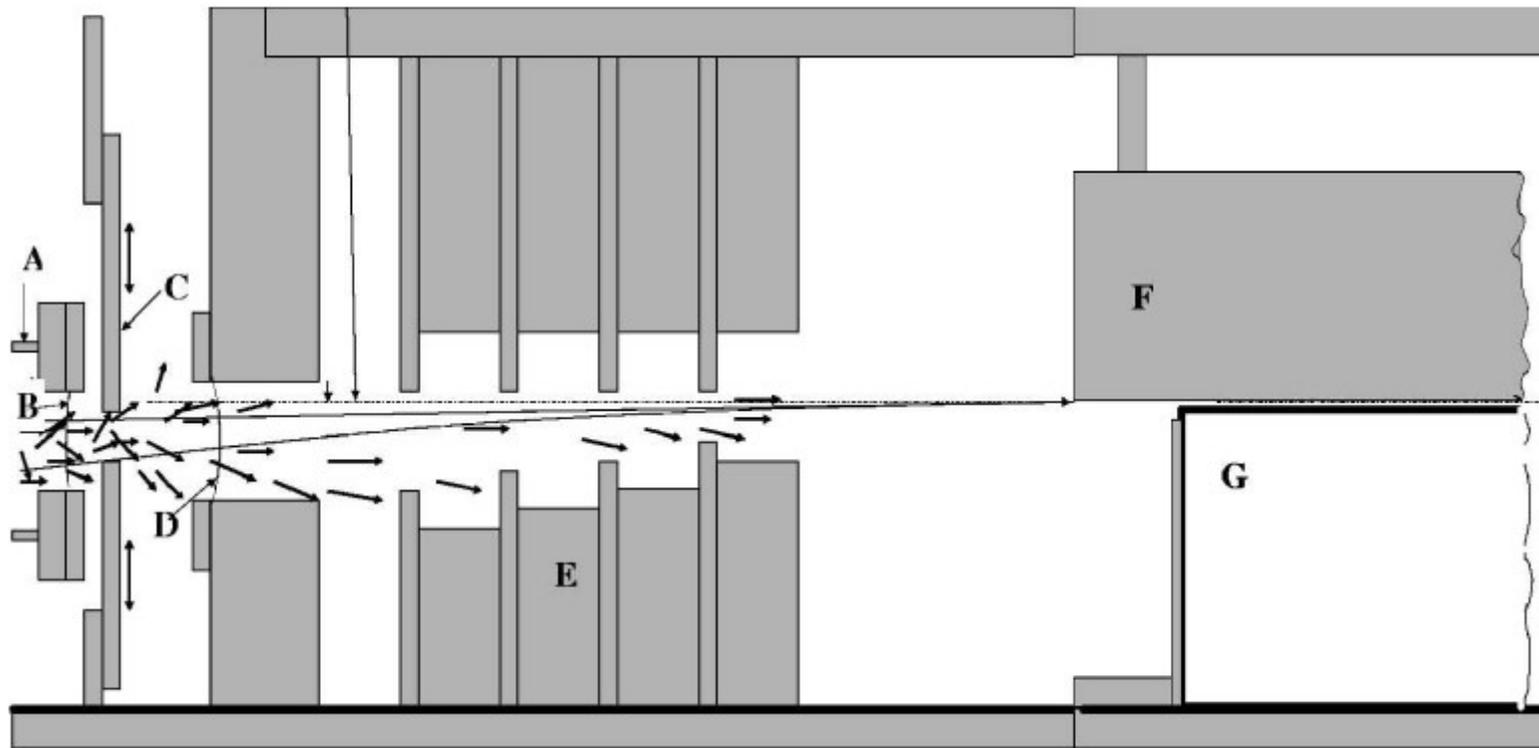
Experimento

- O espelho (placa inferior) efetua uma reflexão especular enquanto que o absorvedor (placa superior) efetua uma reflexão não-especular (difusa)



Experimento

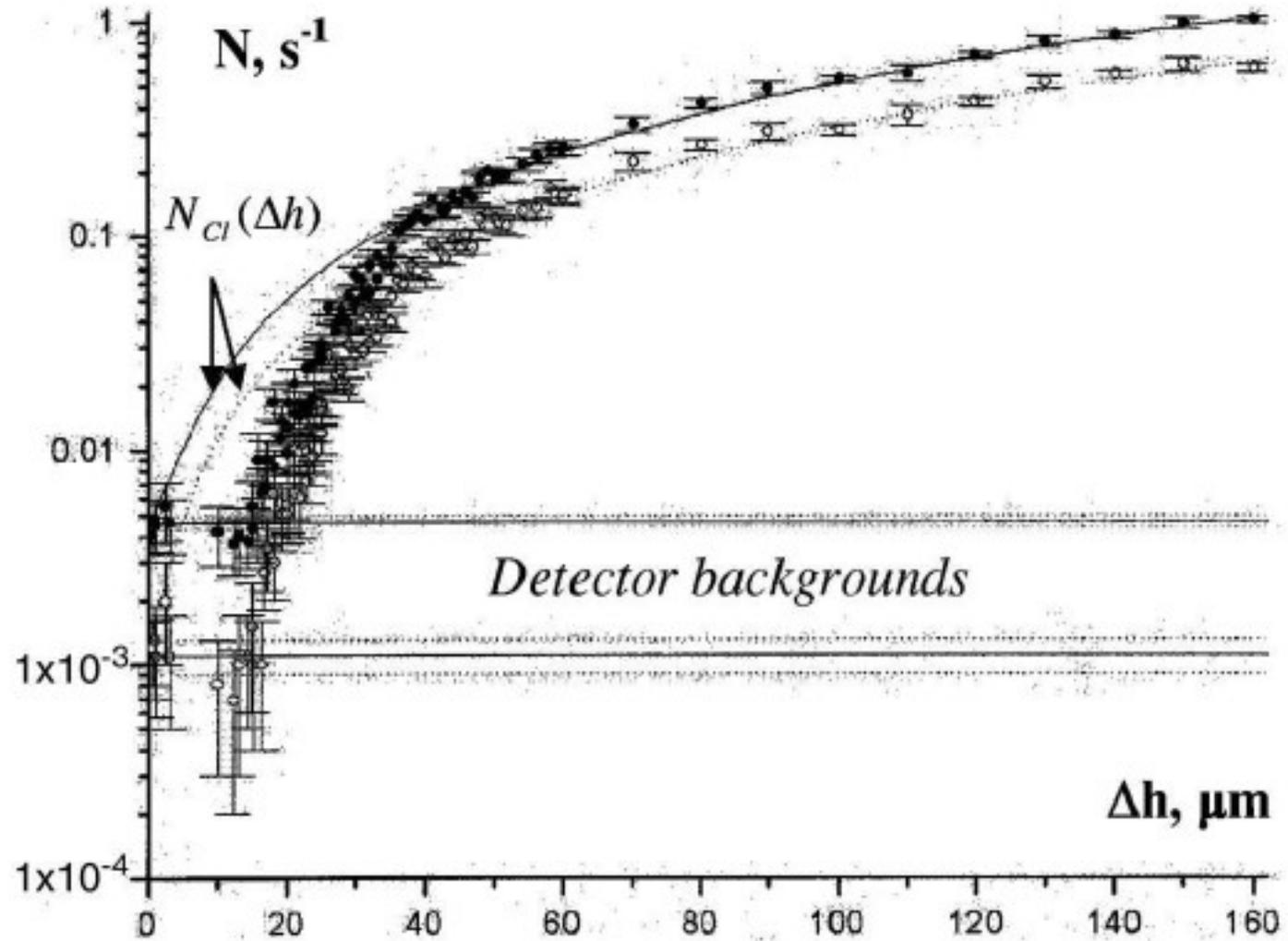
- Através da guia de emissão e do colimador de entrada são filtrados nêutrons com velocidade superior a 3,2m/s



Calibração do experimento

- Para preparar o experimento de modo a excluir dados residuais, é feita uma calibração do detector com o reator em “off”, de modo a verificar o fluxo de UCN nas vizinhanças
- Estas medidas de background também são feitas com o reator em “on”, mas com altura $\Delta h = 0$ entre absorvedor e espelho. O resultado é o mesmo que “off”
- Após a calibração, ajusta-se o absorvedor para diversas alturas Δh

Resultados

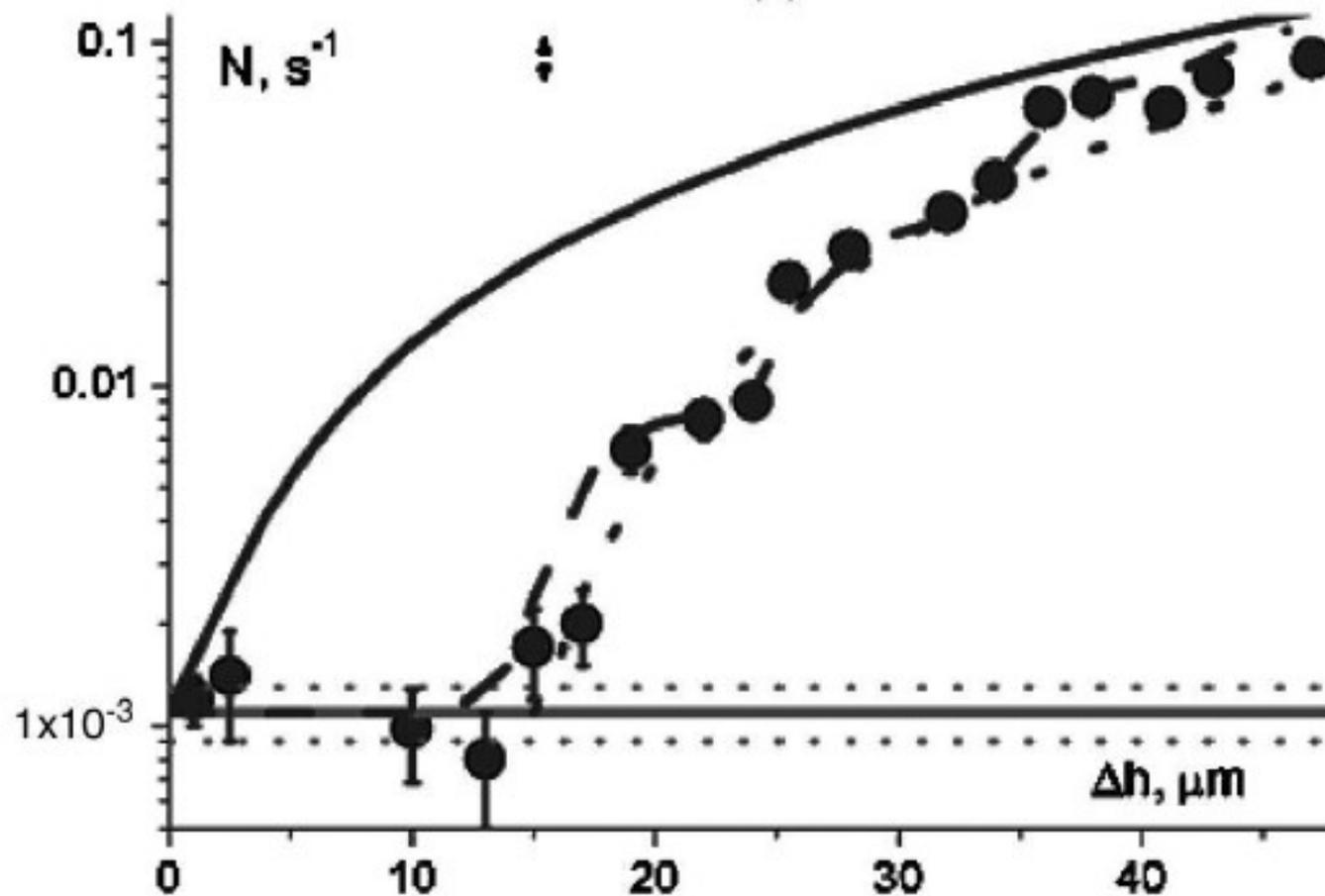


Resultados

- Este gráfico apresenta o resultado para um comprimento de trajeto de 6cm
- Observe que os dados batem com a previsão quântica das alturas calculadas
- Um outro resultado foi gerado com um trajeto de 10cm
- Ao final, a soma de duas etapas do experimento do comprimento de trajeto:
 - Com 6cm (efetuado 2 vezes)
 - Com 10cm (efetuado 3 vezes)
- Todos ajustados com as alturas para observar a dependência do fluxo, foi obtido o gráfico que vemos nas referências [1, 5]

Resultados

- A soma da dependência quântica do fluxo por altura do absorvedor Δh



Análise dos resultados

- A tabela I da ref. [1] apresenta as médias para os 2 trajetos, com alturas registradas com 2 tipos de discriminação (pico e contagem de todos os eventos)

TABLE I. The flux of neutrons, which penetrate between the bottom mirror and the absorber, is presented as a function of the absorber height. The velocity intervals are chosen such that the count rates are equal at large absorber heights.

| Absorber height (μm) | Count rate, s^{-1} , average horizontal velocity ~ 6 m/s | Count rate, s^{-1} , average horizontal velocity ~ 10 m/s |
|-----------------------------------|--|---|
| | (1) "Peak" discrimination window (2) "Counting of all events" | (1) "Peak" discrimination window (2) "Counting of all events" |
| 19.5 | 0.0065 ± 0.0003 | 0.0060 ± 0.0003 |
| | 0.0113 ± 0.0004 | 0.0104 ± 0.0004 |
| 30.4 | 0.0135 ± 0.0007 | 0.0144 ± 0.0008 |
| | 0.0206 ± 0.0009 | 0.0219 ± 0.0010 |
| 40.7 | 0.0274 ± 0.0010 | 0.0265 ± 0.0012 |
| | 0.0411 ± 0.0013 | 0.0402 ± 0.0014 |

Análise dos resultados

- A tabela I da ref. [1] demonstra que não há variação significativa entre o trajeto com 6cm e o trajeto com 10cm
- Os resultados apresentam uma dependência do fluxo pela altura do absorvedor em relação ao espelho, representando os estados quânticos
- Há uma altura quantizada para que o detector demonstre variação entre as contagens, ou seja, alturas h_1, h_2, h_3 relacionado com os níveis de energias E_1, E_2, E_3

Análise de Resultados

- O fluxo de nêutrons previsto no comportamento clássico para uma altura Δh entre o absorvedor e o espelho é dado

$$N(\Delta h) = \alpha \cdot \left[\sqrt{\frac{8 \cdot g \cdot \Delta h^3}{9}} \cdot \frac{m}{\pi \cdot \hbar} - \frac{3}{4} \right]$$

- O comportamento quântico demonstra uma dependência de níveis de altura:

$$N_{\text{QM}}(\Delta h) = \frac{\alpha}{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cdot \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\Delta h - h'_n}{\sqrt{2} \cdot d}\right) \right]$$

- $\operatorname{erf}()$ é uma função de erro padrão, d é a largura de dispersão, α e v_n são parâmetros livres (normalização e ajuste)

Análise de Resultados

- A altura quantizada relacionada ao nível de energia é dada por:

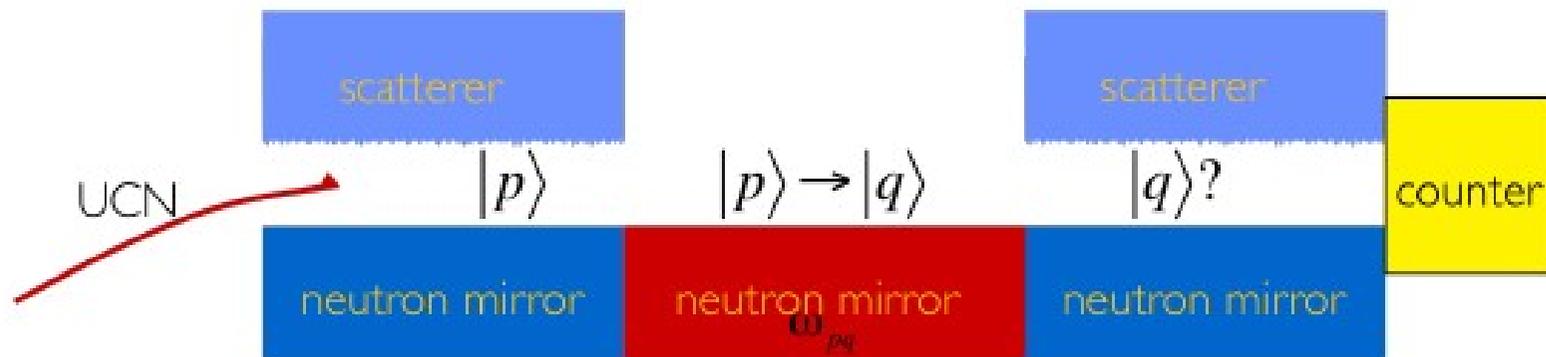
$$h_n = \sqrt[3]{\frac{9}{8 \cdot g} \cdot \left[\left(n - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{\pi \cdot \hbar}{m} \right]^2}$$

Conclusão

- O experimento apresenta como nêutrons ultrafrios (UNC) podem ser confinados em campo gravitacional e serem detectados como função da altura do trajeto percorrido
- A altura do trajeto no aparato (espelho e absorvedor) define os estados quânticos dos nêutrons, no qual somente há variação significativa para certas alturas quantificadas, relacionadas com a quantização das energias sob potencial linear (potencial gravitacional)
- Pelos gráficos apurados, observa-se a comparação entre o previsto classicamente e o resultado no regime quântico
- A altura mínima para detectar os nêutrons inicia-se com $h \sim 15\mu\text{m}$

Novos experimentos

- Transição dos estados quânticos com novas condições de contorno [3]



Referências

1. V.V. Nesvizhevsky, et. al., “**Measurement of quantum states of neutrons in the Earth’s gravitational field**”, Physical Review D 67, 102002 (2003)
2. Claude Krantz, “**Quantum States of Neutrons in the Gravitational Field**”, 2006
3. T. Jenke, et. al., “**Gravity Experiments with Ultracold Neutrons and the qBounce Experiment**”, arXiv:1510.03078v1, 2015
4. J.E.U.Rivero, et. al., “**Thermal Neutron Classification in the Hohlraum Using Artificial Neural Networks**”
5. J.J.Sakurai, Jim Napolitano, “**Modern Quantum Mechanics**”, 2nd edition, Addison-Wesley