DIVERGENTE DE $\vec{A}$ POLARIZADO E DEMONSTRAR QUE σ_{abs} TEM UNIDADE DE ÁREA

Joel Anderson Ferreira Pinheiro

October 21, 2020

Sumário

- Divergente de $\vec{A}$ polarizado
- Seção de Choque de Absorção
- Conclusão

Divergente de $\vec{A}$ polarizado

As ondas eletromagnéticas podem ser polarizadas de três formas distintas: polarização linear, circular e elíptica. Trabalhando com um potencial vetor polarizado da seguinte forma

$$\vec{A} = 2A_o\hat{\epsilon}\ cos\left(\frac{\omega}{c}\hat{n}\cdot\vec{x} - \omega t\right)$$

no qual

- $\hat{\epsilon}$ é direção de polarização;
- $\hat{n}$ direção de propagação
- e $\hat{\epsilon}\cdot\hat{n} = 0$.

Divergente de $\vec{A}$ polarizado

Como exemplo, vamos definir uma polarização circular em que $\hat{\epsilon} = \hat{e}_1 + i\hat{e}_2$ está no plano $x - y$ e $\hat{n} = \hat{e}_3$ ná direção de z, então:

$$\nabla \cdot \vec{A} = \Big[\sum_{i=1,2,3} \frac{\partial}{\partial x_i} \hat{e}_i \Big] \cdot \Big[2A_o(\hat{e}_1 + i\hat{e}_2)\ cos\Big(\frac{\omega}{c}\hat{e}_3 \cdot \vec{x} - \omega t\Big)\Big]$$

Aplicando a regra da cadeia $\nabla \cdot (\Psi\vec{a}) = (\nabla\Psi)\vec{a} + \Psi(\nabla \cdot \vec{a})$

Divergente de $\vec{A}$ polarizado

$$\nabla \cdot \vec{A} = \left[\frac{\partial}{\partial x_1} + i\frac{\partial}{\partial x_2}\right] 2A_o \; cos\left(\frac{\omega}{c}x_3 - \omega t\right)$$

$$+2A_o \; cos\left(\frac{\omega}{c}z - \omega t\right)\left[\frac{\partial}{\partial x_1}\hat{e}_1 + \frac{\partial}{\partial x_2}\hat{e}_2\right] \cdot (\hat{e}_1 + i\hat{e}_2)$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0$$

Divergente de $\vec{A}$ polarizado

Usaremos também o teorema do divergente o qual estabelece uma relação entre a integral do divergente de um campo vetorial sobre uma região com a integral sobre a fronteira da região

$$\iiint \nabla \cdot \vec{A} dV = \iint \vec{A} \cdot \hat{n} dS$$

$$\iint \vec{A} \cdot \hat{n} dS = \iint \left[2A_o \; cos\left(\frac{\omega}{c} x_3 - \omega t \right) (\hat{e}_1 + i\hat{e}_2) \cdot \hat{e}_3 \right] dx_1 dx_2$$

Novamente obtemos

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0$$

.

Seção de Choque de Absorção

Ao definirmos a taxa de transição podemos obter a seção de choque de absorção (σ_{abs}).

$$\sigma_{abs} = \frac{(Energia\ /unidade\ de\ tempo)\ absorvida\ pelo\ átomo\ (n \rightarrow i)}{Fluxo\ de\ energia}$$

$$\sigma_{abs} = \frac{4\pi^2\hbar}{\omega m_e^2}\alpha \left| \langle n | e^{i\frac{\omega}{c}\hat{n}\cdot\vec{x}} \hat{\varepsilon}\cdot\vec{p} | i \rangle \right|^2 \delta(E_n - E_i - \hbar\omega)$$

Seção de Choque de Absorção

Lembrando que $\alpha = 1/137$ (adimensional) e fazendo $\delta(E_n - E_i - \hbar\omega)$ $= (1/\hbar)\delta(\omega_{ni} - \omega)$, onde $\delta(\omega_{ni} - \omega)$ tem dimensão de tempo. Temos que:

- ; $\left[m_e\right] \rightarrow M$;
- ; $\left[\omega\right] \rightarrow 1/T$;
- $\left[\hbar\right] \rightarrow \frac{L^2 \cdot M}{T}$;
- ; $\left[\left|\langle n|e^{i\frac{\omega}{c}\hat{n}\cdot\vec{x}}\hat{\varepsilon}\cdot\vec{p}|i\rangle\right|\right] = [p] \rightarrow \frac{M \cdot L}{T}$.

Seção de Choque de Absorção

Por fim, iremos analisar dimensionalmente os seguintes termos:

$$\frac{\hbar}{\omega m_e^2}\left[\left|\langle n|e^{i\frac{\omega}{c}\hat{n}\cdot\vec{x}}\hat{\varepsilon}\cdot\vec{p}|i\rangle\right|\right]^2(1/\hbar)\delta(\omega_{ni}-\omega)$$

$$\frac{[\frac{L^2\cdot M}{T}]}{M^2T^{-1}}\left[\frac{M\cdot L}{T}\right]^2\left[\frac{L^2\cdot M}{T}\right]^{-1}T=L^2$$

Portanto, σ_{abs} tem dimensão de área.

OBRIGADO!