Algo muito importante a ser lembrado é que a Força Magnética $\boxed{\text{NÃO}}$ realiza trabalho

$$\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt} \; ; \; dW = \vec{F}_{mg} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{F}_{mg} = Q\, \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\therefore \; dW = Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \vec{v}\, dt$$

$$\vec{B} \quad \vec{C} \quad \vec{A}$$

e lembrando que $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$

$$\therefore \; \vec{v} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\underbrace{\vec{v} \times \vec{v}}_{0})$$

$$\therefore \; \boxed{dW = 0}$$

Obviamente é muito fácil observar isto geometricamente já que $\boxed{\vec{v} \times \vec{B} = \vec{D}} \perp \vec{v}$

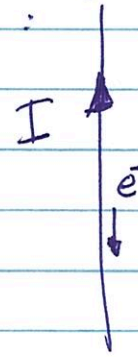
De fato o campo magnético pode mudar a direção da trajetória de uma partícula carregada mas não pode mudar ~~[illegible]~~ |velocidade|.

$|\vec{v}|$ = rapidez ou speed em Inglês

Corrente elétrica

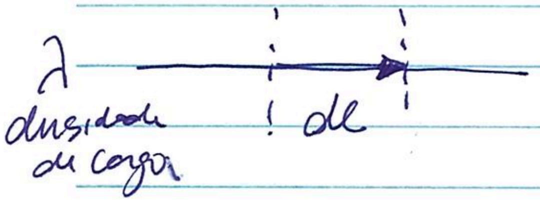
Carga / unidade de tempo : $1A = \frac{1C}{s}$

O sinal da carga é uma convenção que vem dos tempos de Benjamin Franklin.



Podemos considerar sem perdas ou erros como se cargas positivas estivessem viajando na mesma direção de I. De fato são os elétrons que estão viajando no sentido oposto!

Um caso importante será o problema do efeito Hall (Prob. 5.39) onde devemos de fato considerar os diferentes tipos de portadores.



$I = \lambda |\vec{v}|$ ou seja

$$\boxed{\vec{I} = \frac{dq}{dt} = \frac{\lambda \, d\vec{l}}{dt} = \lambda \vec{v}}$$

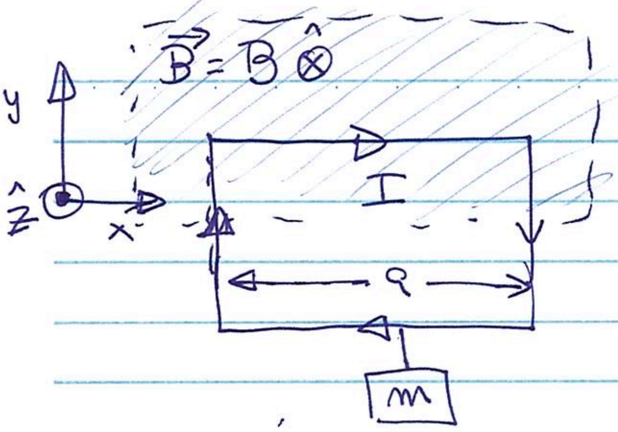
Podemos ∴ considerar $\vec{I}$ um vetor.

$$\vec{F}_{mag} = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \, dq = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \, \lambda \, dl$$

$$\therefore \vec{F}_{mag} = \int (\vec{I} \times \vec{B}) \, dl \quad \text{ou} \quad \boxed{\vec{F}_{mag} = \int I (d\vec{l} \times \vec{B})}$$

Tipicamente a módulo corrente é constante ao longo de um fio

Só existe região !



$$\vec{F}_{mag} = I \int d\vec{l} \times \vec{B} = I a B \hat{y}$$

$$\therefore\ mg = I a B$$

$$\therefore\ \boxed{I = \frac{mg}{Ba}}$$

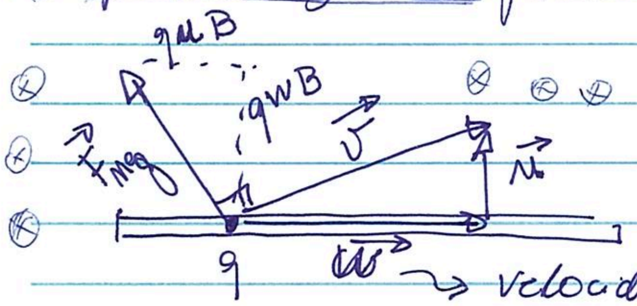
Corrente necessária p/ manter o peso suspenso no ar.

Suponho agora que você aumenta a corrente e desta forma o circuito tem uma força maior e começa a subir na direção vertical.

$W_{mag} = F_{mag}\, h = I B a h$ h a distância que move na vertical.

Mas $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}\, dt = 0$!

Mas sem dúvida o fio sobe. Se não é a força magnética que realiza trabalho, quem o faz?



$\vec{u}$ → velocidade orizontal.

$$\therefore\ F_{vert} = \lambda a u B = I B a$$

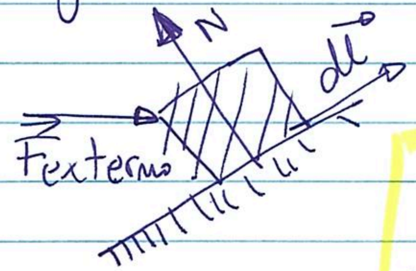
$$F_{Horiz} = \lambda a w B$$

em dt, q move $dl = v\,dt$ (horizontalmente)

$$\therefore W_{BAT.} = \int \vec{F}_{Mor.} \cdot \vec{dl} = \lambda a B \int u\, v\, dt = \underline{IaBh}$$

Exatamente o trabalho que erroneamente estaria sendo atribuído à força magnética.

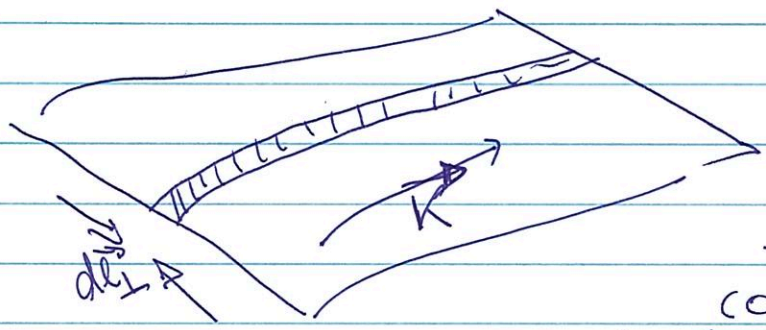
A força magnética de fato faz o mesmo que no exemplo mecânico de um plano inclinado.



A $\vec{N}$ não realiza trabalho pois $\perp \vec{dl}$, mas é capaz de redirecionar o esforço de $\vec{F}_{ext}$ p/ que o bloco suba a rampa.

A Força magnética tem o mesmo efeito ~~[illegible]~~ na bateria (agente externo)

Densidade de Corrente na superfície



$\vec{dl_\perp} \perp \vec{K}$

$$\therefore \vec{K} \equiv \frac{dI}{dl_\perp}$$

corrente

K é a ~~densidade de corrente~~ por unidade de largura perpendicular às linhas de corrente

Se a densidade de cargas na superfície é σ então

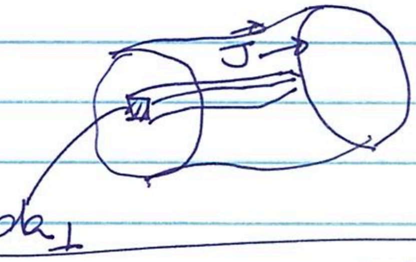
$$\boxed{\vec K = \frac{d\vec I}{dl_\perp} = \frac{\overbrace{\sigma\, d\vec l\, |d\vec l_\perp|}^{d\vec I}}{dt\; dl_\perp} = \sigma \vec v}$$

$$\therefore \boxed{\vec F_{mg} = \int (\vec v \times \vec B)\,\sigma\, da = \int (\vec K \times \vec B)\, da}$$

Lembrando que $\vec E$ é não ~~des~~contínuo na superfície carregada.

$\vec B$ também será não ~~des~~contínuo ~~não~~ em uma superfície com corrente.

No volume. $\vec J = \dfrac{dI}{da_\perp}$



Analogamente:

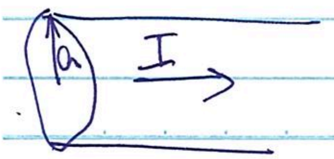
$\therefore \boxed{\vec J = \rho \vec v} \therefore \boxed{\vec F_{mg} = \int_{\mathcal V} (\vec v \times \vec B)\,\rho\, d\mathcal{V}_{ol} = \int (\vec J \times \vec B)\, d\mathcal{V}_{ol}}$

$\mathcal{V}$ = volume

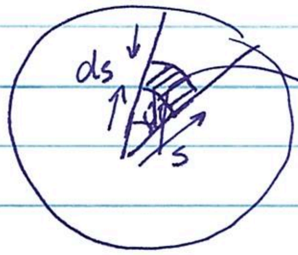
Lembre-se $dq = \rho \vec v \cdot \vec A \cdot dt$

Exemplo 5.4 Trivial

a) I uniforme $\therefore \boxed{J = \dfrac{I}{\pi a^2}}$



p/ $J = ks$ (s é a distancia radial) $I = ?$



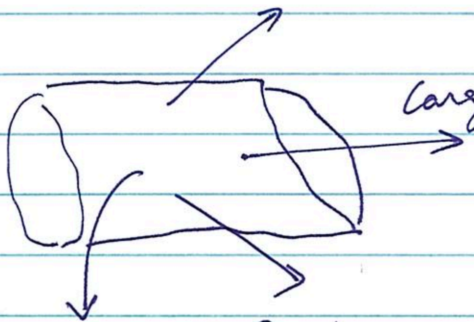
$\rightarrow J(s) = ks \therefore$

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{a} = \int J \, da_{\perp}$$

$$I = \int (ks) \, s \, ds \, d\phi = 2\pi k \int_0^a s^2 ds$$

$$\boxed{I = \frac{2\pi k a^3}{3}}$$

Vemos portanto que $I = \int_{sup.} \vec{J} \, d\vec{a}$ $\Rightarrow$ Quantidade de carga atravesando uma área no tempo $\underline{\underline{Q/s}}$



$$Q_{Total} = \int_V \rho \, dV \qquad \rho = \rho(x, y, z; t)$$

A corrente total ~~que~~ sai ou entra é igual à variação temporal de Q no volume ou seja

$$I = \oint \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} Q = -\frac{d}{dt} \int_V \rho \, dV$$

Se o volume não varie no tempo então:

$$I = \oint \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\int \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dV$$

A idéia do sinal menos é para refletir o fato que a corrente que sai produz uma diminuição das cargas dentro do volume.

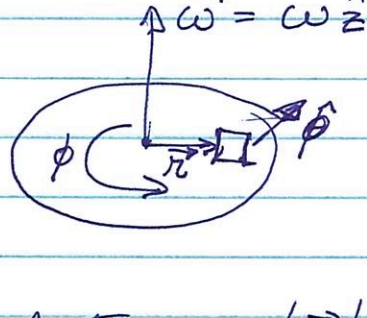
Aplicando agora o teorema da divergência

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{a} = \int_V \left(\nabla\cdot\vec{J}\right) dV = -\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dV$$

$\therefore$ $\boxed{\nabla\cdot\vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$ Equação p/ conservação local da carga ou Eq. da continuidade!

Problema 5.6 // Cálculo de densidade de corrente.

Caso a) Disco com cargas σ uniformemente dist. e girando com vel. ang. ω.

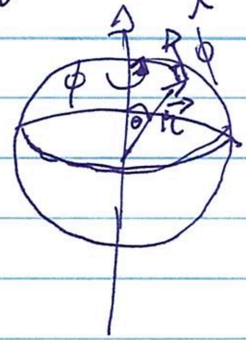


$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} = \omega r\hat{\phi}$$

$$\vec{K} = \sigma\vec{v} \;\therefore\; \boxed{\vec{K} = \sigma\omega r\hat{\phi}}$$

Note como $|\vec{K}|$ depende da posição em r.

b) Caso de uma esfera c/ densid. de carga ρ uniforme girando $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$



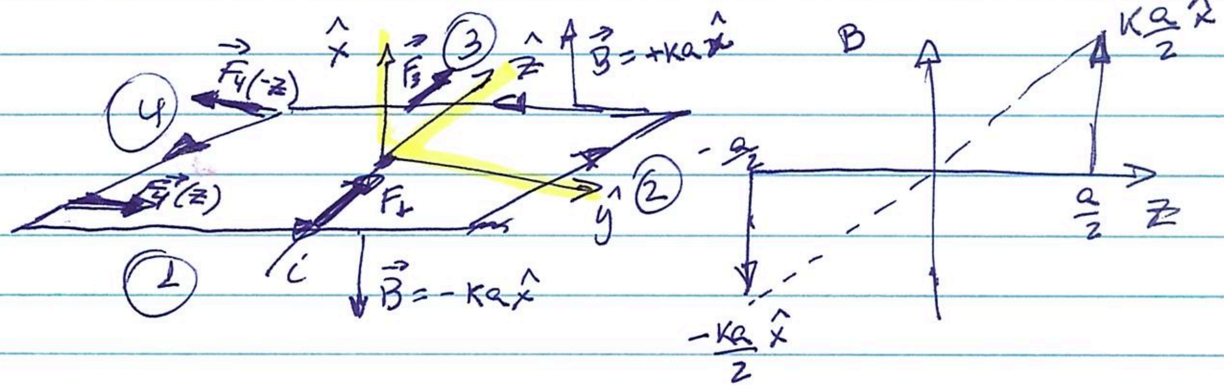
$$\vec{J} = \rho \vec{v} \quad \text{mas} \quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega \hat{z} \times \vec{r}$$

$$\vec{v} = \omega r \,\text{sen}\theta \,\hat{\phi}$$

$$\boxed{\vec{J} = \rho \omega r \,\text{sen}\theta \,\hat{\phi}}$$

Prob. 5.4 // Calculo de Força sobre uma espira □ de lado a no plano yz, sendo o campo na região da espira:

$\vec{B} = kz\hat{x}$ k sendo uma constante.



Podemos analisar e verificar que a força magnetica em (2) e (4) são nulos.

$$\int d\vec{F}_4 + \int d\vec{F}_2 = \underbrace{(-I)\int_{-a/2}^{z=a/2} dz\hat{z} \times kz\hat{x}}_{0} + \underbrace{(+I)\int_{-a/2}^{a/2} dz\hat{z} \times kz\hat{x}}_{0}$$

No caso de ① e ③ B é constante em módulo

① : $\vec{F} = I\int d\vec{l} \times \vec{B} = I\int_{-a/2}^{a/2} dy\,\hat{y} \times \left(-\frac{Ka}{2}\right)\hat{x}$

$$\vec{F} = -\frac{IKa}{2}\left(\int_{-a/2}^{a/2} dy\right)(-\hat{z}) = \boxed{\frac{IKa^2\hat{z}}{2}}$$

③ $\vec{F} = I\int d\vec{l} \times \vec{B} = (-I)\int_{-a/2}^{a/2} dy\,\hat{y} \times \left(\frac{Ka}{2}\hat{x}\right)$

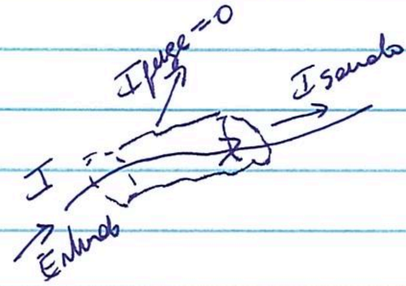
$$\vec{F} = -\frac{IKa}{2}\int_{-a/2}^{a/2} dy(-\hat{z}) = \boxed{\frac{IKa^2}{2}\hat{z}}$$

$$\therefore \boxed{\vec{F}_{\text{sobre espira}} = IKa^2\hat{z}}$$

(5.2) LEI DE BIOT-SAVART

- Correntes estacionárias

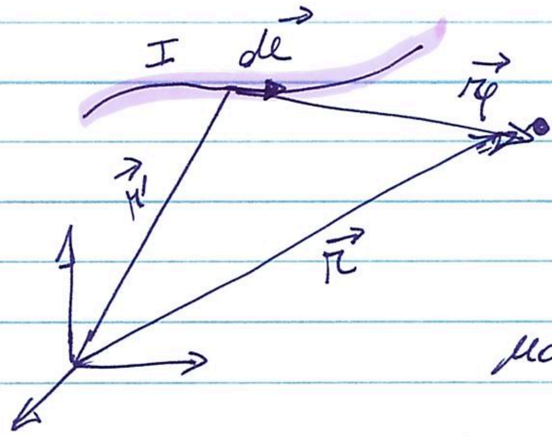
- cargas estacionárias → Campos eletrostáticos $\vec{E}$
- correntes estacionárias → Campo Magnético $\vec{B}$ const. : magnetost.



$I_{IN} = I_{out}$ se $I =$ cte.

$$\therefore \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \boxed{\nabla \cdot \vec{J} = 0}$$

Campo magnético de corrente constante.



$$\vec{\mathscr{r}} = \vec{r} - \vec{r}'$$

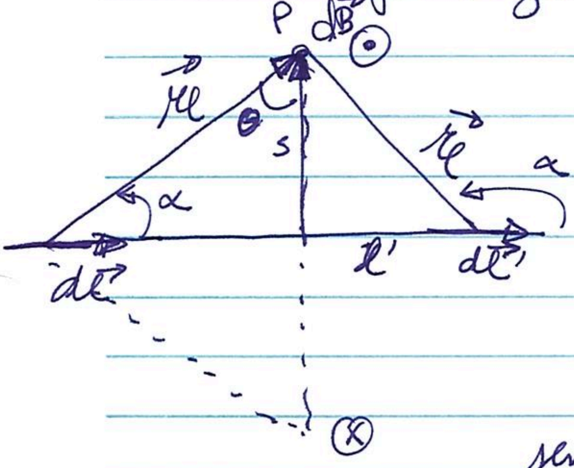
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}' \times \hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}^2}$$

μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \; N/A^2$$

$$[B] = \frac{N}{Am} = T \; (\text{Tesla})$$

Ex. 5.5 Campo magnético a uma distância s de um fio longo e reto com corrente I



$d\vec{l}' \times \hat{\mathscr{r}} \longrightarrow$ saindo da página em $+\underline{s}$ e entrando em $-\underline{s}$

$$|d\vec{B}| = dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl' \operatorname{sen}\alpha}{\mathscr{r}^2}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{s}{\mathscr{r}} \quad \text{e} \quad \mathscr{r} = (s^2 + l'^2)^{1/2}$$

$$\therefore dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{s \, dl'}{\mathscr{r}^3} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I s \, dl'}{(s^2 + l'^2)^{3/2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi s^2} \int_{-x_i}^{x_f} \frac{dl'}{\left(1 + \frac{l'^2}{s^2}\right)^{3/2}}$$