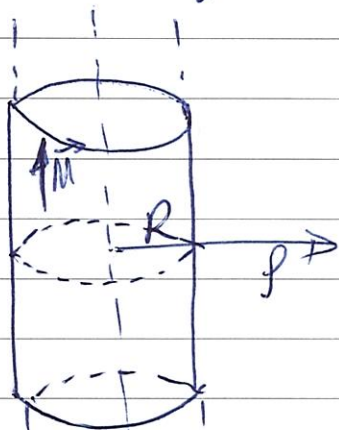


Outro problema bem interessante é o Prob. 6.7



$$\vec{M} = M \hat{z}$$

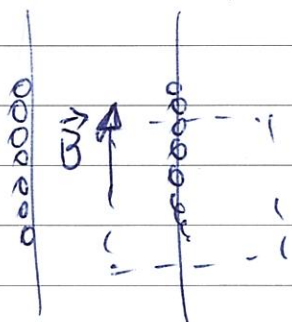
$$\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M} = 0$$

$$\vec{K}_M = \vec{M} \times \hat{r}|_{\text{sup.}} = M \hat{z} \times \hat{r}$$

$$\vec{K}_M = M \hat{\phi}$$

Note que temos ~~uma~~ o equivalente a uma corrente constante de superfície $\Rightarrow$ este é o solenóide

infinito. Neste caso, sabemos que o campo é uniforme internamente e nulo fora



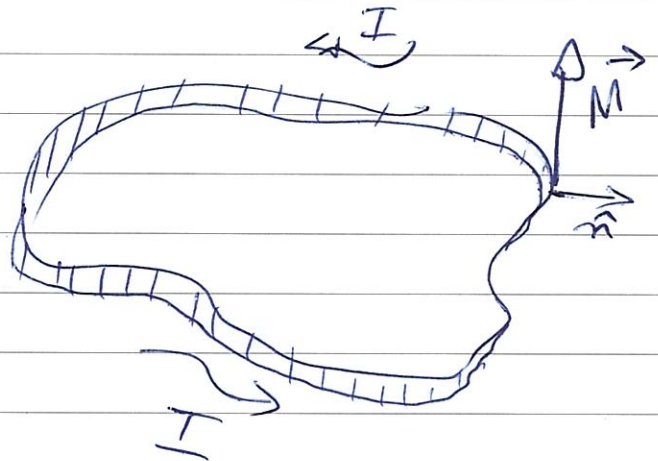
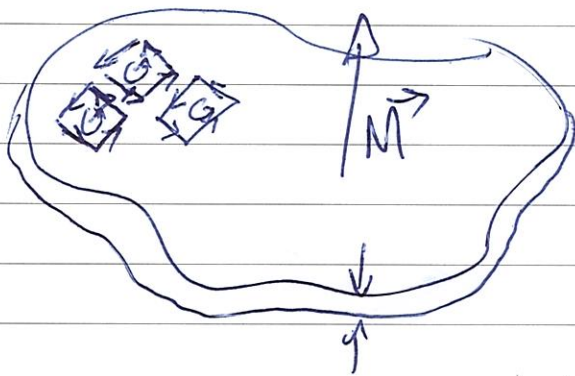
$$B L = \mu_0 n I L \therefore \vec{B} = \mu_0 n I \hat{z}$$

$$|n I \hat{\phi}| = |\vec{K}|$$

$$\therefore \begin{cases} \vec{B} = \mu_0 K_M \hat{z} = \mu_0 M \hat{z} & \text{p/ } r \leq R \\ \vec{B} = 0 & \text{p/ } r > R \end{cases}$$

Fizemos a derivação de $\vec{K}_M$ e $\vec{J}_M$ ou seja.

$\vec{A}(\vec{r})$ é modelado por pequenos dipolos que podemos considerar como sendo gerados por pequenos "loops" (correntes) de corrente ligadas.



Liam e pço 6.2.2 do Griffiths.

6.3 O campo $\vec{H}$

Lembramos a Lei de Ampère: $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_{\text{Free}}$.

onde $\vec{J}$ no vácuo, $\vec{J}$ era a densidade de corrente ou o fluxo de cargas por uma área.

No caso do material, ainda temos as correntes de magnetização.

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_f + \vec{J}_m) = \mu_0 (\vec{J}_f + \nabla \times \vec{M})$$

pois $\vec{J}_m = \nabla \times \vec{M}$ como vimos anteriormente!

$$\therefore \nabla \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{J}_f$$

Definindo agora $\vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

Temos $\boxed{\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f}$ Lei de Ampère em materiais

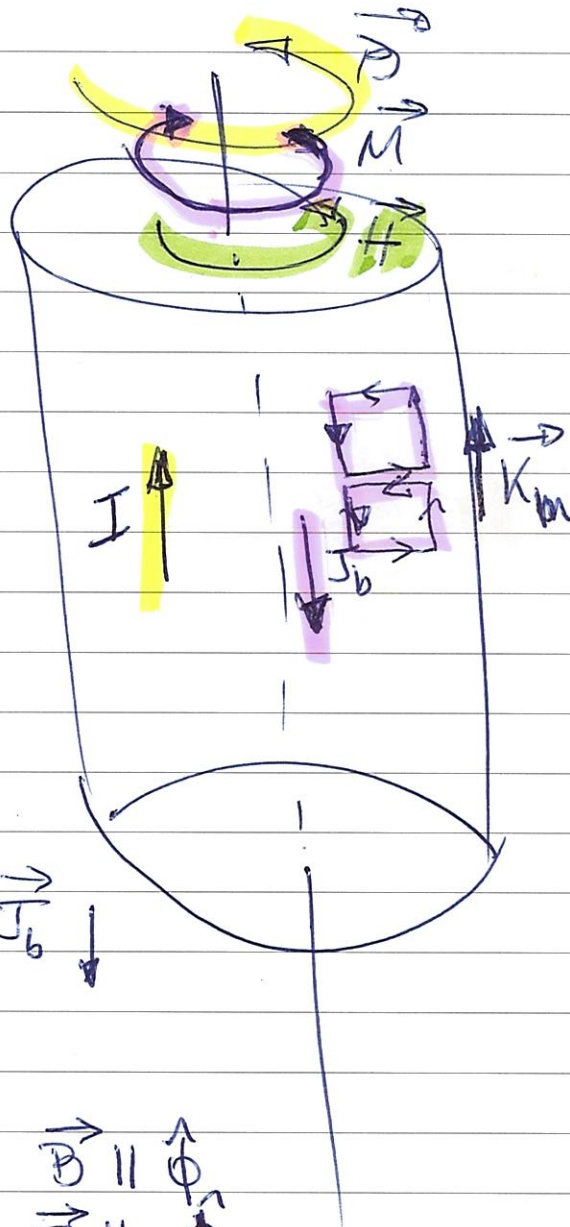
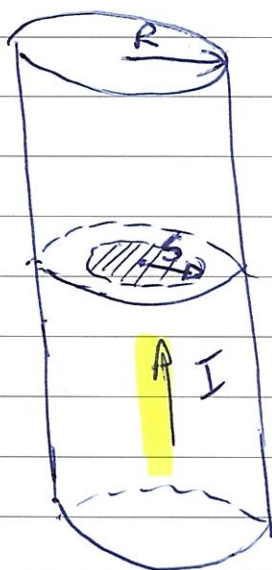
On the same form integral.

$$\oint_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \cdot d\vec{r} = \int_V \vec{J}_f \cdot d\vec{r}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{e} = I_f \text{ (enclosed)}$$

Tem a corrente
livre (não se magnetiza,
devido à dipolos magnéticos)
envolvida pelo circuito supercondutor

Exemplo 6.2



Cobre is diamagnetic $\therefore \vec{J}_b \downarrow$

2 $\vec{J} \uparrow$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_f$$

$$\nabla \times \mathbf{M} = \mathbf{J}_m$$

sendo $\vec{B} \parallel \hat{\phi}$
 $\vec{A} \parallel -\hat{\phi}$

Naturalmente como $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f$ então

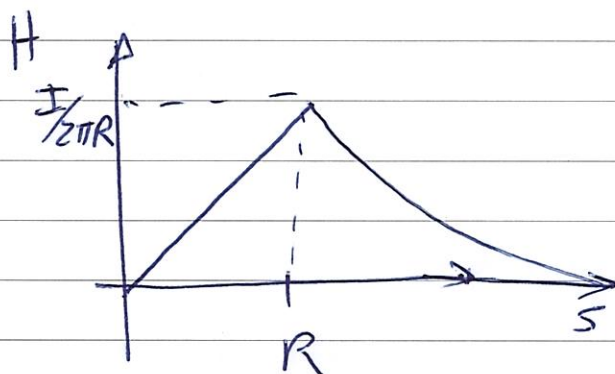
$$\vec{H} \parallel \hat{\phi}$$

Podemos calcular $\vec{H}$ em qualquer ponto pois conhecemos $\vec{J}_f$.

$$\oint_{\text{Amperiano}} \vec{H} \cdot d\vec{u} = \int_S \vec{J}_f \cdot d\vec{a} \quad \text{onde} \quad \vec{J}_f = \frac{I}{\pi R^2}$$

$$0/s \leq R; H 2\pi s = \frac{I}{\pi R^2} \pi s^2 \quad \therefore \quad \boxed{H = \frac{I}{2\pi R^2} s \hat{\phi}} \quad 0/s \leq R$$

$$0/s > R \quad H 2\pi s = I \quad \therefore \quad \boxed{H = \frac{I}{2\pi s} \hat{\phi}} \quad 0/s > R$$



$$0/s > R \quad \vec{M} = 0 \quad \therefore \quad \vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

$$\therefore \quad \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \hat{\phi}}$$

$\vec{B}$ no vácuo da região com corrente estacionária I .

Como não conhecemos $M(\vec{r})$; não é possível calcular $\vec{B}$ dentro do material. Mas no caso de Cu, $\vec{M}$ é praticamente desprezível.

De fato, normalmente vamos ouvir no laboratório muito mais frequentemente $\vec{H}$ e não $\vec{B}$

$\vec{B}$ (campo magnético)

$\vec{H}$ (Fluxo magnético ou Indução Magnética).

→ Que eventualmente pode ser um problema pois já existem outras grandezas p/ este nome. No entanto, no laboratório ou em muitos artigos usamos $\vec{H}$ e não $\vec{B}$

Tipicamente medimos $\vec{H}$ em Oersted. [Oe]

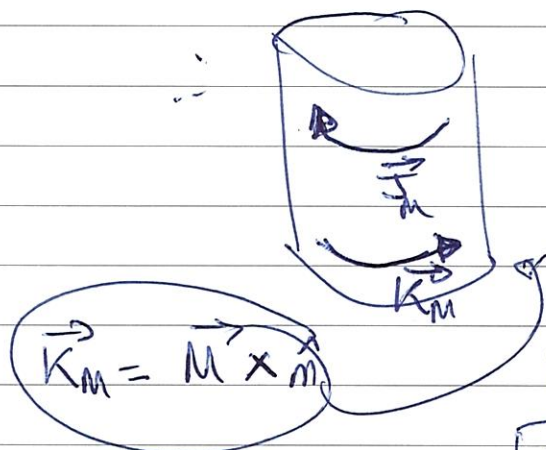
Problema 6.12 //

Se conhecermos $\vec{M}$ poderemos calcular $\vec{B}$ no ^{interior} de um cilindro longo.



$$\vec{M} = K s \hat{z} \quad \therefore \vec{J}_M = \nabla \times K s \hat{z} = -\frac{\partial}{\partial s} (K s) \hat{\phi}$$

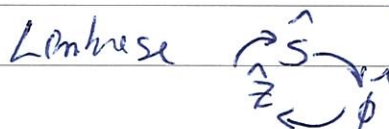
$$\vec{J}_M = -K \hat{\phi}$$



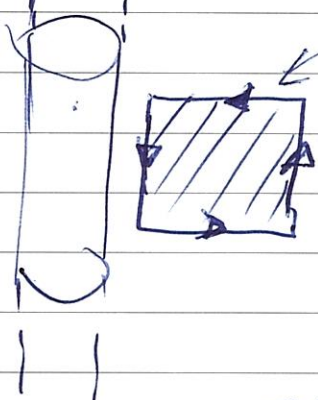
$$\vec{K}_M = \vec{M} \times \hat{m}$$

$$\vec{K}_M = K R \hat{z} \times \hat{s}$$

$$\vec{K}_M = K R \hat{\phi}$$



Noti que Podemos calcular $\vec{H}$ fora da ~~solenoide~~ barra



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{J}_f \cdot d\vec{a} = 0 \quad \text{for!}$$

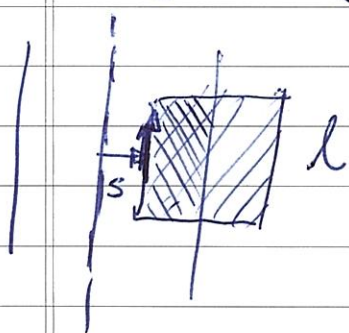
$$\therefore \boxed{\vec{H} = 0} \quad \text{logo} \quad \boxed{\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = 0}$$

pois $\vec{M} \neq 0$

Essencialmente temos a superposiç~o de dois Solenoides. Um dividido o $\vec{J}_M$ e outro dividido a K_M .

Podemos agora calcular $\vec{B}$ dentro do solenoide

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{env} = \mu_0 \left[\int \vec{J}_M \cdot d\vec{a} + K_b l \right]$$



$$B(s) \cdot l + 0 + 0 + 0 = \mu_0 K_b l + \int \vec{J}_M \cdot d\vec{a}$$

↓ fora do do M+4

$$B(s)l = \mu_0 K R l - \mu_0 K \int da \Rightarrow$$

$$B(s)l = \mu_0 K R l - \mu_0 K \cdot l (R - s)$$

$$\therefore B(s) = \mu_0 K R - \mu_0 K R + \mu_0 K s$$

$$\therefore \boxed{\vec{B}(s) = \mu_0 K s \hat{z}}$$

Podemos agora calcular $\vec{M}$ já que $\vec{H} = 0$ em todo o espaço, inclusive em $A < R$ pois $I_f = 0$.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{M} \quad \left(\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) \dots$$

Como já havíamos visto $\vec{M} = 0$ externo $\therefore \boxed{\vec{B} = 0 \text{ fora}}$

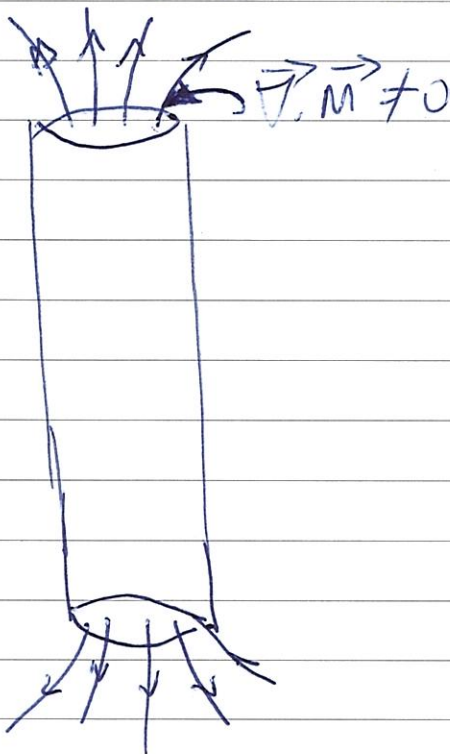
$$\boxed{\vec{M} = K S \hat{z}}$$

De fato podemos em muitos casos aplicar o $\vec{B}$ de acordo com $\vec{H}$ e tentar encontrar o valor do campo, mas nem sempre isto é possível. Por exemplo quando a barra de material magnetizado não é suficientemente longa.

Sabemos que $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

Usando a def. $\nabla \cdot \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot \vec{B} - \nabla \cdot \vec{M}$

$$\therefore \nabla \cdot \vec{H} = -\nabla \cdot \vec{M}$$



Dado conhecer os ~~vetores~~ vetores de campos temos assim como em $\vec{D}$ e $\vec{E}$

$$\begin{aligned} H_{\text{Acima}}^{\perp} - H_{\text{Abaixo}}^{\perp} &= - (M_{\text{Acima}}^{\perp} - M_{\text{Abaixo}}^{\perp}) \\ H_{\text{Acima}}^{\parallel} - H_{\text{Abaixo}}^{\parallel} &= \vec{K}_m \times \hat{n} \end{aligned}$$

→ Na presença de material.

Meios Lineares

No caso de paramagnetismo e diamagnetismo, $\vec{M}$ só existe se $\vec{B}$ está aplicado. Além disso, podemos aplicar em alguns casos lineares que

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

↳ suscetibilidade magnética.

$\vec{M}$ é uma função de $\vec{H}$ (o campo dentro do material!)

Mas de fato $\vec{H}$ depende de $\vec{B}$

$$\therefore \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

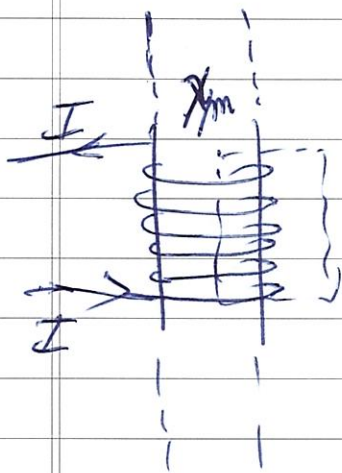
$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

onde

$$\mu \equiv \mu_0 (1 + \chi_m)$$

↳ permeabilidade do material.

Obviamente μ_0 é a permeabilidade do vácuo.

Exemplo 6.3

Noti que $\vec{B}$ depende de $\vec{J}_m$ e $\vec{K}_m$ as correntes no material, portanto, não podemos determinar $\vec{B}$ ainda.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{u} = I_{fenv.} \quad \therefore \vec{H} = I n \hat{z}$$

$$\text{NB} \quad \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) I n \hat{z}}$$

Noti que se

① Paramagnético, o campo é um pouco maior já que $\vec{M}$ está no mesmo direção.

② Diamagnético, o campo é um pouco menor já que $\vec{M}$ está na direção oposta.

Este resultado pode ser verificado como no caso do exemplo 6.2 e reflete a corrente de superfície.

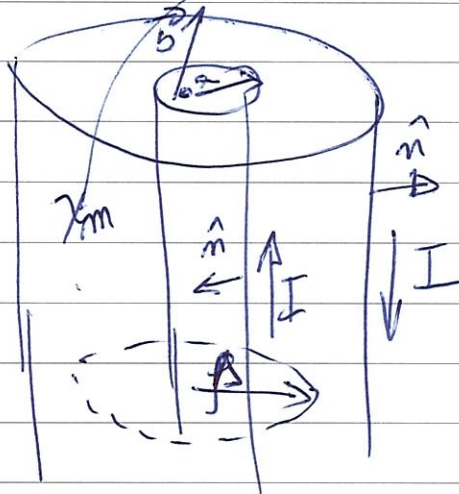
$$\boxed{\vec{K}_m = \vec{M} \times \hat{n} = \chi_m (\vec{H} \times \hat{n}) = \chi_m n I \hat{\phi}}$$

Prob 6.16 //

entre os condutores
Tubos cilíndricos!

Cabo coaxial com
 isolante no meio

Usamos a Lei de Ampere entre os
 cilindros.



$$\vec{H} = H(\rho) \hat{\phi}$$

$$H 2\pi \rho = I$$

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi \rho} \hat{\phi}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \frac{\mu I}{2\pi \rho} \hat{\phi} = \frac{\mu_0(1+\chi_m)}{2\pi \rho} \hat{\phi}$$

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H} \Rightarrow \vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{M} = \frac{\chi_m I}{2\pi \rho} \hat{\phi}$$

$$\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \hat{s} & \rho \hat{\phi} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & 0 & 0 \\ 0 & \rho \frac{\partial}{\partial \rho} & 0 \end{vmatrix} = +\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\chi_m I}{2\pi} \right) \hat{z}$$

$$\vec{K}_M \Big|_{s=a}^{s=b} = \vec{M} \times \hat{n} = \vec{M} \times (+\hat{n}) = \frac{\chi_m I}{2\pi \rho} \hat{\phi} \times (+\hat{n}) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\chi_m I}{2\pi a} \hat{z} & \text{p/ a superfície do} \\ & \text{interno } s=a \\ -\frac{\chi_m I}{2\pi b} \hat{z} & \text{p/ a superfície externa} \\ & s=b \end{cases}$$

Calculando a corrente total:

$$I_{\text{total}} = I + \int K_b dl_{\perp} = I + \frac{\chi_m I}{2\pi a} (2\pi a) = I(1 + \chi_m)$$

$$\therefore \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{total}}.$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I(1 + \chi_m) \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I(1 + \chi_m)}{2\pi r} \hat{\phi}}$$

→ Entre os condutores!

Ferromagnetismo

No ferromagnetismo, assim como no paramagnetismo, os dipolos magnéticos associados ao spin de elétrons nos átomos tendem a se alinhar com o vizinho no material. A origem deste acoplamento é essencialmente eletrostática e quântica, conhecida como interação de Troca.

A discussão feita no livro do Griffiths está boa. Após comentários em sala de aula sobre domínios magnéticos, Transição Ferromagnetismo ↔ paramagnetismo (Temperatura de Curie).

