

Eletrodinâmica

Corrente elétrica e velocidade de deriva

$$\vec{J} \propto \vec{f} \rightarrow \text{força por unidade de carga.}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{f}$$

$\rightarrow$ é a condutividade do meio ($\rho = \frac{1}{\sigma}$)
 $\rightarrow$ resistividade

Obviamente $\vec{f}$ deverá ter um componente eletrostático

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$\rightarrow$ no caso de $\vec{v}$ muito baixo, podemos negligenciar este termo.

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$$

$\rightarrow$ Este é um caso particular conhecido como Lei de Ohm.

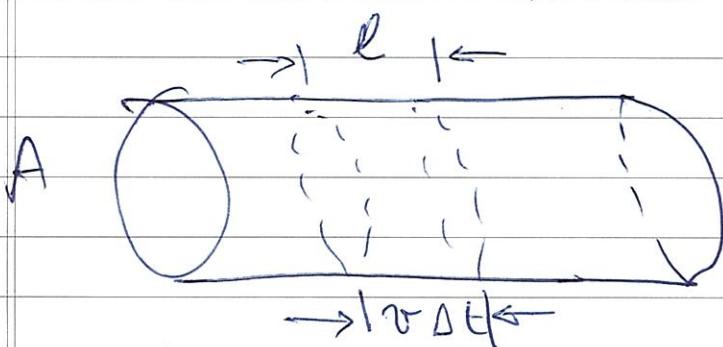
Nota que no caso estacionário $\vec{J} = 0 \therefore \boxed{\vec{E} = 0}$

ou $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\sigma} \nabla \cdot \vec{J} = 0$ só existem cargas no superfície

$\Rightarrow$ Existe algum problema com $\vec{E} = 0$ dentro de condutores (metal!) De fato p/ um condutor perfeito $\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma(\omega)} = 0$

No caso dos nossos condutores normais, podemos considerá-los em termos que equipolenciais. Assim como em resistores (mas condutores).

Vamos olhar em mais detalhes e lei de Ohm



$$\Delta q = \rho_e \Delta \text{Vol.}$$

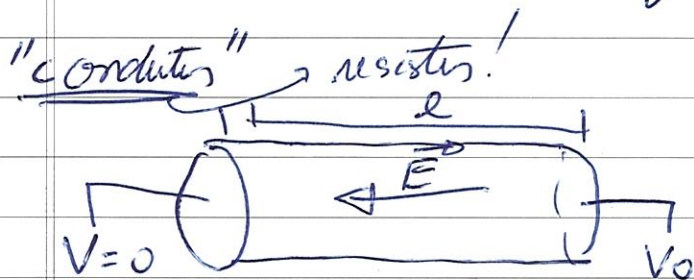
↑ carga elétrica unitária
↓ densidade de carga

$$\Delta q = \rho_e A v \Delta t$$

$$\therefore \textcircled{\text{I}} \quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \rho_e A v \Rightarrow |\vec{J}| = \rho_e v$$

$$\boxed{\vec{J} = n e \vec{v}}$$

Vamos inicialmente supor um campo uniforme sobre o



$$|\vec{E}| = \frac{V_0}{l}$$

$$\therefore \vec{v} = \vec{v}_0 + a t = \vec{v}_0 + \frac{e \vec{E}}{m} t$$

Supondo que em um intervalo de tempo τ as cargas se chocam com velocidade final aditiva, então

$$\langle \vec{v} \rangle \approx \langle \vec{v}_0 \rangle + \frac{e \vec{E} \tau}{m}$$

Dito prime $\vec{J} = \left(\frac{n e^2 \tau}{m} \right) \vec{E}$

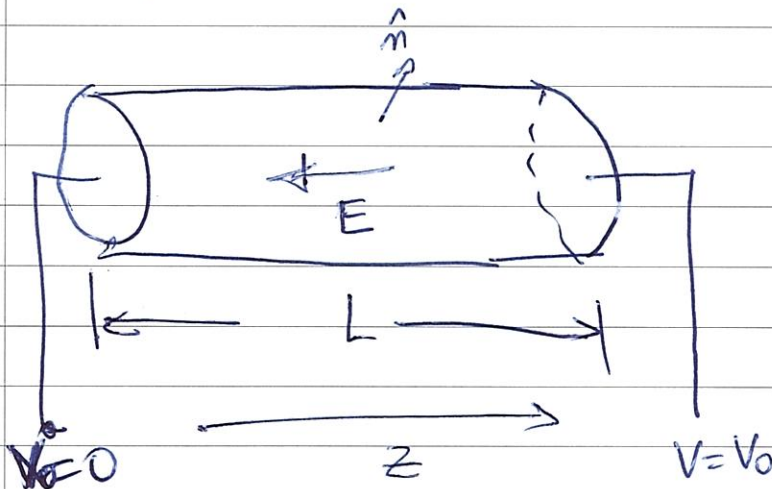
↪ σ condutividade.

No caso de condutor perfeito $\tau \rightarrow \infty$ (não há colisões inelásticas).

$$\therefore \sigma \rightarrow \infty \quad \left[\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = 0 \right] \quad \text{Como esperado!}$$

$\rightarrow$ não έχουμε campo dentro do condutor!

Exemplo: Cilindro Condutor:



Se a corrente é estacionária

$$\vec{J} = cte \Rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

$$\text{e } \nabla \cdot \vec{E} = 0,$$

Este campo deve satisfazer a equação de Laplace.

$\vec{J} \cdot \hat{n} = 0$ nas laterais caso contrário haveria um fluxo de corrente.

Portanto $V = V(z)$ apenas.

$V = \frac{V_0 z}{L}$ é a única solução e implica que

$$\vec{E} = -\nabla V = -\frac{V_0}{L} \hat{z}$$

$$\therefore \Delta V = 0 \text{ nos lados.}$$

$$J = \sigma E = \sigma \frac{V_0}{L} \quad I = J \cdot A = \frac{\sigma V_0 A}{L}$$

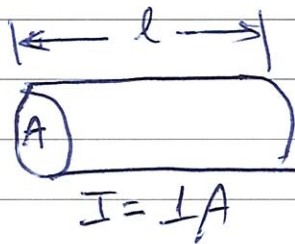
ou $I = \frac{eA}{L} V_0 \Rightarrow \boxed{I = R^{-1} \Delta V}$ ou

Como m e e conhecidos $\boxed{V = RI}$

Temos ainda que devido à condutividade não perfeita o resultado das colisões é uma calor dissipado.

$$\boxed{P = VI = I^2 R}$$

Podemos agora calcular qual é a velocidade de deriva típica $\langle v \rangle$ p/um fio de Cobre. (condutor não perfeito?)



$$A = 1 \text{ mm}^2$$

$$\rho = 8.5 \times 10^{28} / \text{m}^3$$

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1 \text{ A}}{(1 \times 10^{-3} \text{ m})^2}$$

$$J = 10^{-6} \text{ A m}^{-2}$$

$$\langle v \rangle = \frac{J}{pe} = \frac{1 \times 10^{-6} \text{ A m}^{-2}}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19}} \approx 7.35 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$

$$\boxed{\langle v \rangle \approx 73 \mu\text{m/s}} \rightarrow \text{muito lento!}$$

Como ligamos de forma tão rápida um longo fio?
(não importa se é DC ou AC)

Ao criar-se um campo local próximo do polo da bateria cria um campo elétrico em todo o espaço que acelera as cargas evitando o acúmulo.

O campo elétrico final $\vec{E}$ de fato é visto na extremidade do fio. (a longa). O tempo necessário Δt isto é de propagação de uma onda eletromagnética no material, ~~que transmite~~ a velocidade de luz no meio.

Força Eletromotriz

No caso eletrostático $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \iff (\nabla \times \vec{E} = 0)$

Podemos nos entender criar um circuito onde as cargas possam se deslocar através de outros mecanismos que gerem campo ou diferenças de potencial.

$$\vec{f} = \vec{f}_s + \vec{E}$$

↓
Eletroscopo

- 1 - bateria, força química.
- 2 - cristal piezoelétrico.
(Deformação mecânica $= \Delta V$)
- 3 - Termopilha: Gradiente de Temperatura
(Efeito Seebeck).
- 4 - Célula fotovoltaica: $h\nu \rightarrow \Delta V$

$$\mathcal{E} \equiv \oint \vec{f} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{f}_s \cdot d\vec{l} + \underbrace{\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}}_0$$

↳ f.e.m.

No caso de uma bateria ideal.

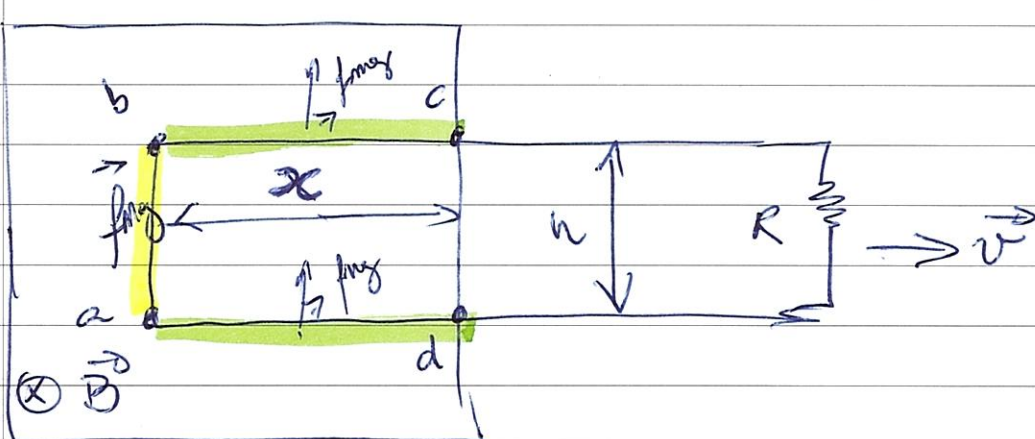
$$\mathcal{E} = \infty \quad \therefore \quad \vec{f} = \vec{f}_s + \vec{E} = 0$$

$$\therefore \vec{f}_s = -\vec{E}$$

(Não pode ter força sobre as cargas como contrário
 $P = RI^2 \neq 0$)

$$\boxed{V = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b f_s \cdot d\vec{l} = \mathcal{E}}$$

Gerador de f.e.m : Mover uma espira em campo magnético



$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB\hat{z} \quad \text{ou} \quad \vec{f} = \frac{\vec{F}}{q} = vB\hat{z}$$

$$\mathcal{E} = \oint \vec{f}_{mag} \cdot d\vec{l} = \oint vB\hat{z} \cdot d\vec{l} = vBh$$

Note o seguinte bc e ad a integral $d\vec{l} \perp \vec{f}_{mag}$.

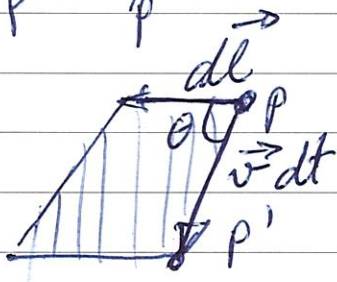
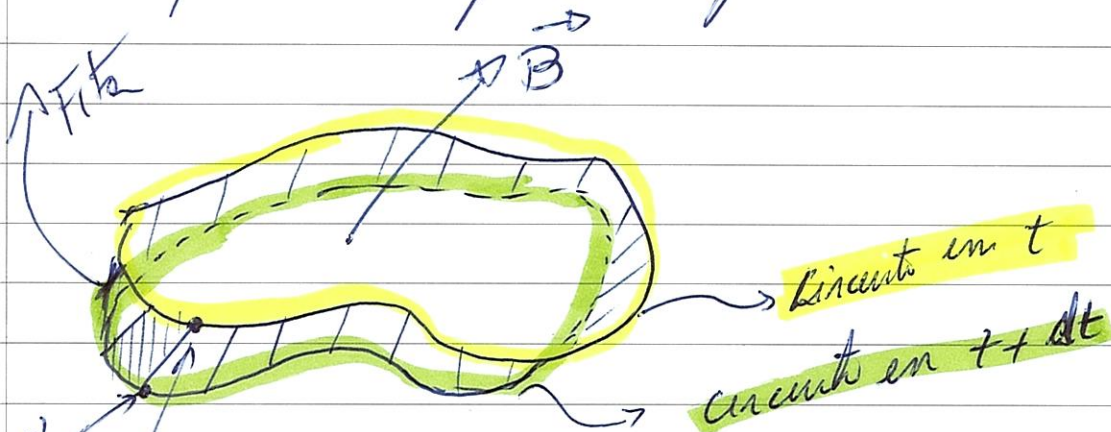
De fato podemos considerar o fluxo de campo $\vec{B}$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} \quad \hat{n} \text{ p/ dentro do plano } \hat{n} \parallel \vec{B}$$

$$\Phi = Bhx \quad \therefore \frac{d\Phi}{dt} = Bh \frac{dx}{dt} = -Bhv = -\mathcal{E}$$

$$\therefore \mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

De fato não importa a forma do circuito.



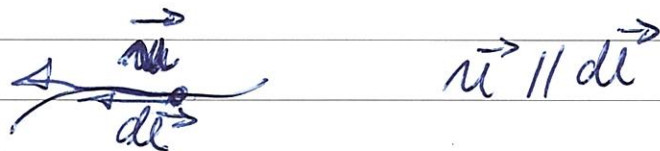
$$d\phi = \phi(t+dt) - \phi(t) = d\phi_{Fitz}$$

$$\phi_{Fitz} = \int_{S(Fitz)} \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

$$d\vec{a} = (\vec{v} \times d\vec{l}) dt$$

$$\therefore \frac{d\phi}{dt} = \int \vec{B} \cdot (\vec{v} \times d\vec{l})$$

Uma carga tem que deslocar-se ao longo do fio, digamos com velocidade $\vec{u}$



A velocidade total do partícula é a soma

$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{u}$$

↳ velocidade de movimento dos circuitos da corrente.

$$\vec{v} \times d\vec{l} = \vec{\omega} \times d\vec{l} \quad \text{pois que} \quad \vec{u} \times d\vec{l} = 0$$

$$\therefore \frac{d\phi}{dt} = \oint \vec{B} \cdot (\vec{\omega} \times d\vec{l})$$

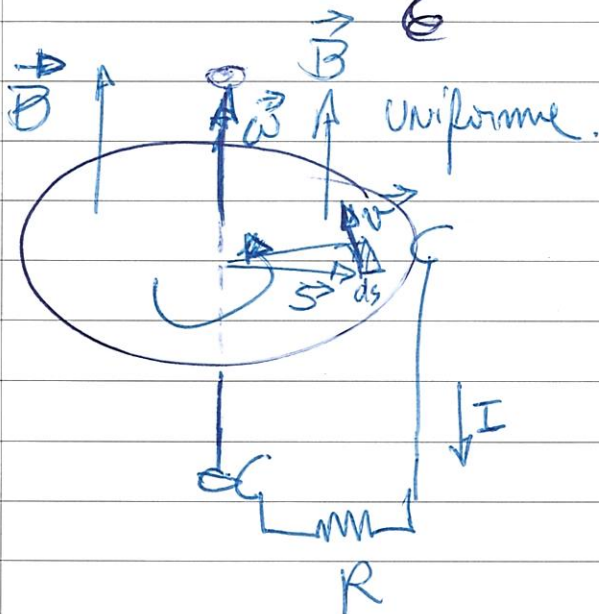
Usando a regra do produto misto.

$$\vec{B} \cdot (\vec{\omega} \times d\vec{l}) = - (\vec{\omega} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\therefore \frac{d\phi}{dt} = - \oint \underbrace{(\vec{\omega} \times \vec{B})}_{\vec{f}_{\text{mag}}} \cdot d\vec{l}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = - \oint \underbrace{\vec{f}_{\text{mag}}}_{\vec{E}} \cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{\vec{E} = - \frac{d\phi}{dt}}$$



Dinamo.

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{s}$$

$$\vec{v} = \omega s \hat{\phi}$$

$$\vec{f}_{\text{mag}} = \vec{v} \times \vec{B} = \omega s B (\hat{\phi} \times \hat{z})$$

$$\boxed{\vec{f}_{\text{mag}} = \omega s B \hat{s}}$$

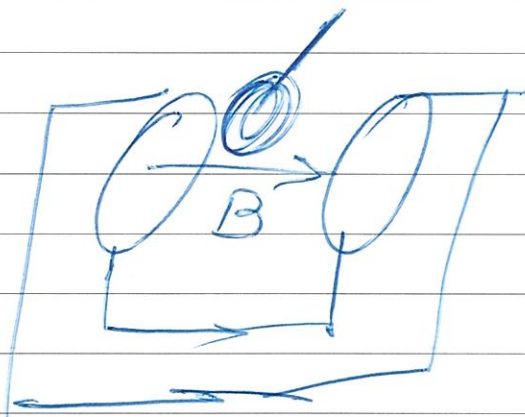
$$\boxed{\vec{E} = \int_0^a \vec{f}(s) \cdot d\vec{s} = \omega B \int_0^a s ds = \frac{\omega B a^2}{2}}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

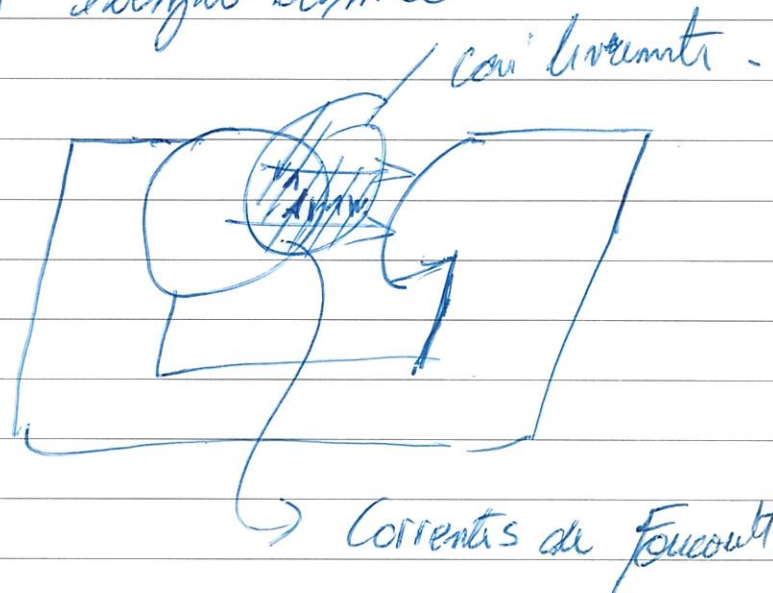
$$I = \frac{\omega B a^2}{2R}$$

Note que se a força que mantém $\vec{\omega}$ deixar de existir, I irá diminuir pois o campo atuará como um ímã magnético.

Isto é mais claro no exemplo clássico

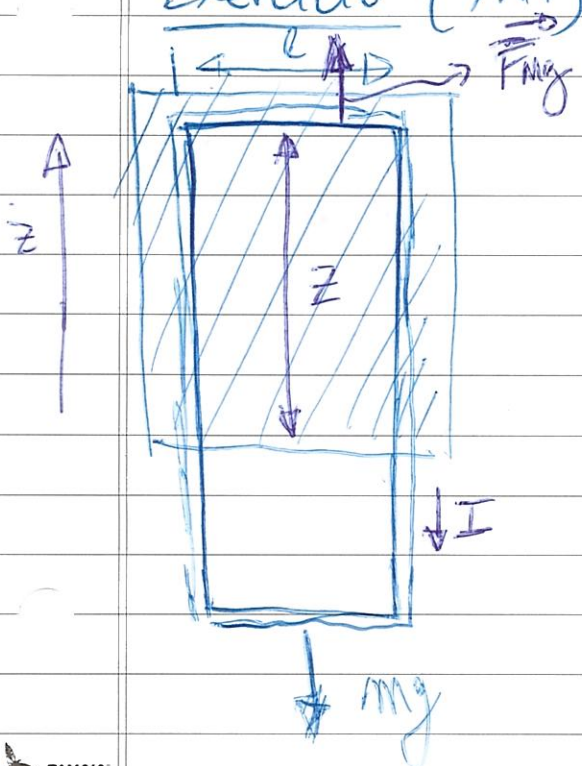


Usando a velocidade



Correntes de Foucault.

Exercício (7.11)



$$\mathcal{E} = B l \frac{d\vec{z}}{dt} = B l v = I R$$

$$I = \frac{B l v}{R}$$

$$\vec{F}_{\text{mag}} = I l B \hat{z} = \frac{B^2 l^2 v}{R} \hat{z}$$

Queremos resolver a equação de movimento

$$\vec{P} + \vec{F}_{mg} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$-mg \hat{z} + \frac{B^2 l^2 v}{R} \hat{z} = -m \frac{dv_z}{dt} \hat{z}$$

$$mg - \frac{B^2 l^2 v_z}{R} = m \frac{dv_z}{dt} \quad \therefore \boxed{\frac{dv}{dt} = g - \alpha v}$$

sendo $\alpha = \frac{B^2 l^2}{mR}$. A velocidade terminal por quando

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \therefore \boxed{v_T = \frac{g}{\alpha} = \frac{mgR}{B^2 l^2}}$$

$$\frac{dv}{g - \alpha v} = dt \quad \text{fazendo } v' = g - \alpha v \Rightarrow dv' = -\alpha dv$$

$$\therefore \int_{v_0}^{v'} \frac{dv'}{v'} = -\alpha \int_0^t dt \Rightarrow \ln v' - \ln v_0 = -\alpha t$$

$$\ln(g - \alpha v) - \ln(g + \alpha v_0) = -\alpha t$$

$$g - \alpha v = g e^{-\alpha t} \Rightarrow v = \frac{g}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$$

$$\therefore \boxed{v(t) = v_T (1 - e^{-\alpha t})}$$