

Com a espina $\square$ em

$$m = 4\rho A l \quad A \text{ é a área da espina. } l \text{ em cada.}$$

$$R = \frac{4l}{A\sigma} \quad \text{condutividade}$$

$$v_T = \frac{4\rho A l g 4l}{A\sigma B^2 l^2} = \frac{16\rho g}{\sigma B^2}$$

$$\rho = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$\sigma = \frac{1}{2.8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}}$$

$$v_T = 1.2 \text{ cm/s}$$

$$(2.8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \quad \text{resistividade}$$

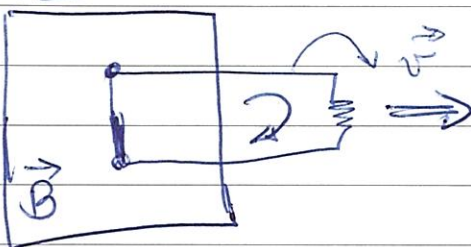
$$B = 1 \text{ T} \quad (\text{Típico de laboratório})$$

Colocando em qualquer lugar o circuito o objeto cairá livremente com aceleração $\vec{g}$.

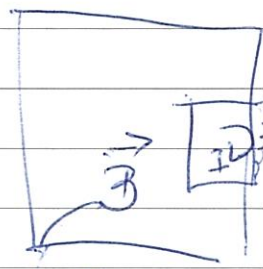
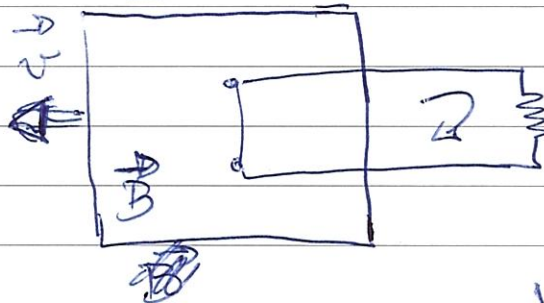
Indução eletromagnética

→ Lei de Faraday. (Experimentos de Michael Faraday 1831).

Exp. 1



Exp. 2



Variação B .

No caso 1, A espira se move p/a direita em relação ao campo. Neste caso, a f.e.m. pode ser interpretada como devido ~~ao~~ ~~fluxo~~ ~~que~~ ~~nas~~ a existência de uma força magnética.

No caso 2, A espira fica fixa e o campo move-se. Neste caso, as cargas estão paradas em relação ao campo, deste forma não deve ser a força magnética.

Qual será a conclusão?

De fato, podemos que tudo tem a ver com o princípio da relatividade.

Para um observador no referencial do campo, a espira está sempre movendo-se para a direita (e vice-versa). Neste caso, 1 e 2 deveriam ser obviamente iguais. e o resultado foi o mesmo. Mrs Faraday não sabia disso. Sobre a relatividade de Einstein.

De fato, o que se nota, nos dois casos é que o fluxo do campo magnético diminui de igual magnitude ($\mathcal{E}_{\text{ind}} = \mathcal{E}$).

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}$$

Finalmente, se as cargas estiverem "efetivamente" ~~paradas~~ ^{em repouso} no referencial do laboratório e quando a magnitude do campo mudar, digamos diminuindo.

Então observase ainda a mesma f.e.m. pois

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}$$

Mas qual seria a força que produz o movimento das cargas?

E claro que é o campo elétrico. Mas nenhum campo elétrico existe anteriormente, gera o movimento.

Faraday mostrou empiricamente que:

Mudanças no campo magnético induzem um campo elétrico

$$\mathcal{E} = \oint_{\text{ind}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d\phi}{dt}$$

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{a} \Rightarrow \oint_{\Gamma(S)} \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

Stokes

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{a} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{a}$$

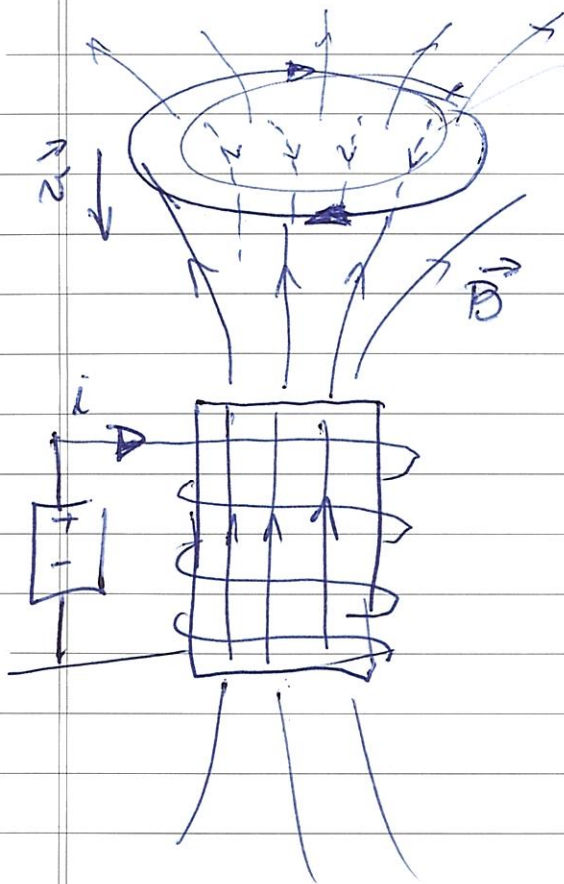
$$\therefore \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad \text{Lei de Faraday.}$$

De fato, quando $\vec{B}(x, y, z) = \text{cte}$ (no tempo!) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$

Ou seja, não importa como muda o fluxo de $\vec{B}$, se isto ocorrer, aparecerá uma f.e.m. no circuito!

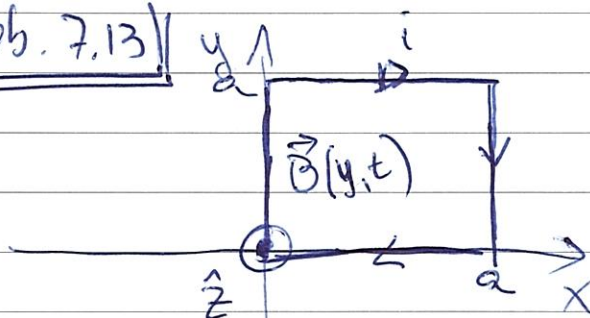
Para determinarmos a direção da corrente induzida, podemos usar a equação $\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}$ e a regra da mão direita. No entanto, é mais simples lembrar-se de Lei de Lenz

"A corrente induzida é tal que tende a reduzir o variação de fluxo"



linhas de campo geradas pela corrente induzida!

Prob. 7.13



$$\vec{B}(y,t) = ky^3 t^2 \hat{z}$$

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{r} dy = kt^2 \int_0^a dx \int_0^a y^3 dy$$

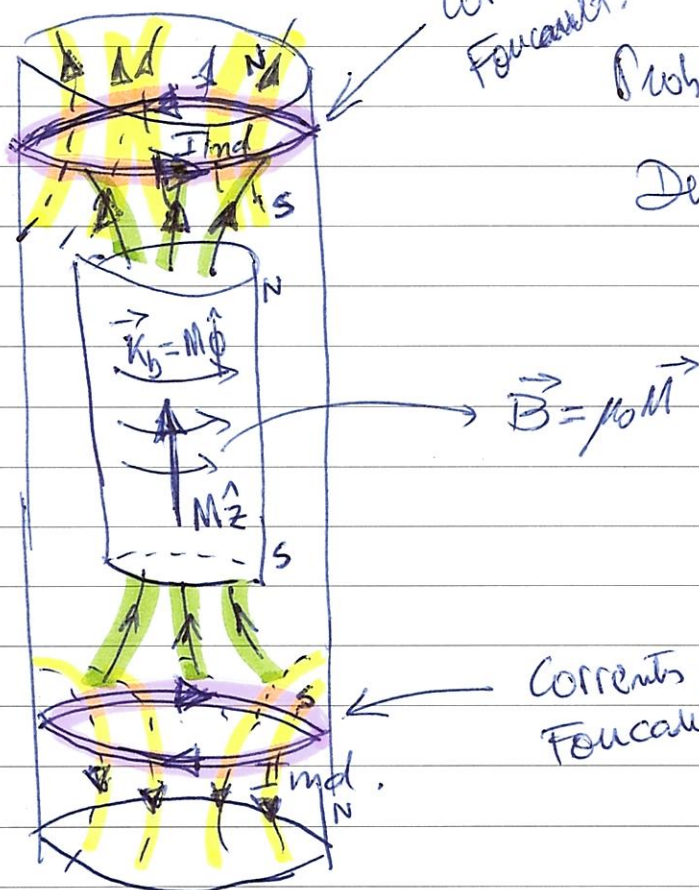
$$\phi = kt^2 \frac{a^4}{4} \therefore \mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = 0$$

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2} kta^5$$

Correntes de Foucault.

Problema 7.14

Demontagem em selo!



Campo Magnético Elétrico Induzido

Como vimos, existe duas fontes distintas de campo elétrico que atuam de forma idêntica em cargas elétricas.

O campo $\vec{E}$ gerado por cargas elétricas (eletrostática) e o campo $\vec{E}$ gerado por variação de fluxo de campo magnético (eletrodinâmica).

eletrostática : $\nabla \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$
 $\nabla \times \vec{E} = 0$ } devido à cargas.

eletrodinâmica : $\nabla \cdot \vec{E} = 0$
 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Dademos pgr um paralelo com a magnetostática.

Magnetostática :

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

← Não tem polos magnéticos

← Campo gerado por correntes

eletrodinâmica :

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

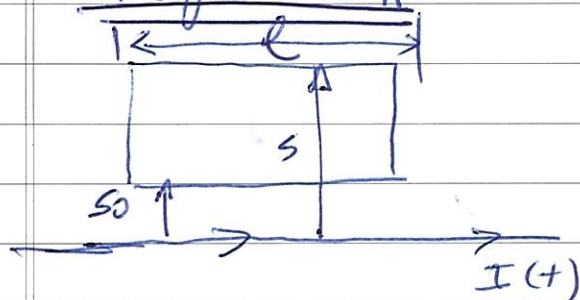
← Não tem carga

← campo gerado por "correntes" (fluxo) $\vec{B}$.

Podemos usar a Lei de Ampère e Biot-Savart da magnetostática para calcular o campo magnético gerado por correntes induzidas. No entanto, este só não é uma boa aproximação quando o campo não varia rapidamente e próximo! Para distâncias longas podemos ter problemas porque a informação viaja na velocidade da luz e o campo no lugar pode depender da corrente num tempo passado.

(Potencial retardado) onde será visto no capítulo 9.

Exemplo 7.9 ||



Na aproximação quasi estática:

$$\vec{B} = B(s) \hat{\phi} \quad \leftarrow \text{Lei de Ampère}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I(t)$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi s} \hat{\phi}}$$

Calculemos agora o fluxo na espira quadrada.

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \frac{I(t)\mu_0 l}{2\pi} \int_{s_0}^s \frac{ds'}{s'}$$

$$\Phi = \frac{I(t)\mu_0 l}{2\pi} (\ln s - \ln s_0)$$

$$\therefore \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} I(t) \frac{1}{s} \frac{ds}{dt}$$

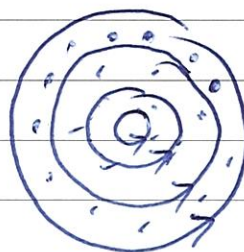
Usando a analogia da eletrodinâmica com a magnetostática

Se o campo $\vec{B} = B \hat{\phi}$ então $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ também está no direção $\hat{\phi}$. Temos o equivalente a " $\vec{J}$ " para $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \hat{\phi}$. Na magnetostática isto seria

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \hat{\phi}$$

Correntes

Um solenoide com múltiplas



Dito isso, $\vec{B}$ ~~de~~ solenoide está no direção $\hat{z}$ então. Nesse campo $\vec{E}$ na analogia também está $\vec{E} = E \hat{z}$, Não necessariamente constante! (De fato depende de s)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \begin{array}{c} \text{3} \\ \text{2} \\ \text{1} \\ \text{4} \end{array} = 0 + E(s)R + 0 + E(s_0)R \quad (+R)$$

$$-E(s)R + E(s_0)R = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 d}{2\pi} \left(\frac{dI}{dt} \right) [\ln s - \ln s_0]$$

$$\vec{E}(s) = \left[\frac{\mu_0 d}{2\pi} \frac{dI}{dt} \ln s + K \right] \hat{z}$$

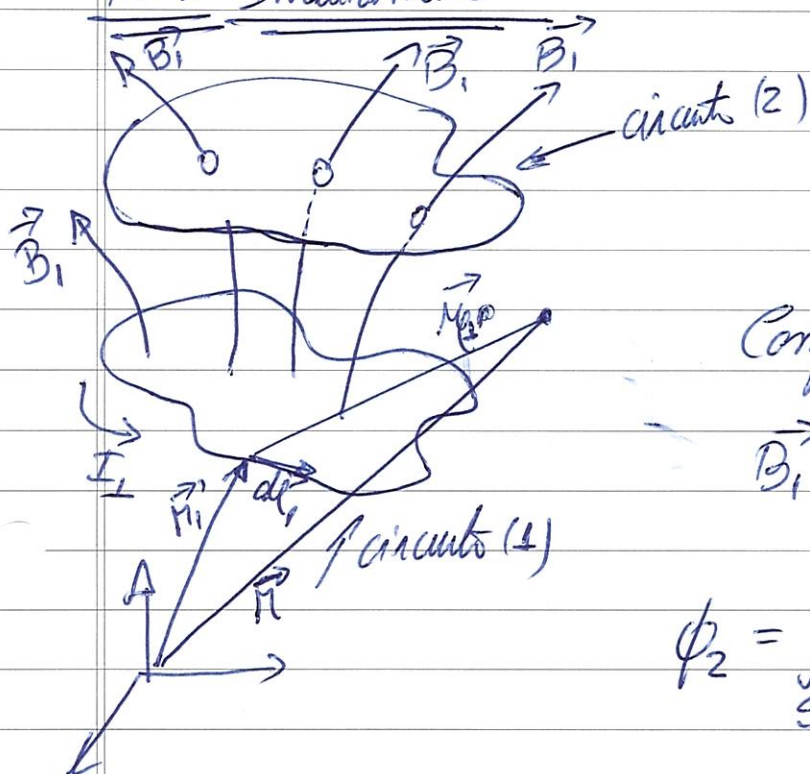
Veja que $\ln s \rightarrow \infty$ $\forall s \rightarrow \infty$ e $\boxed{\vec{E} \rightarrow \infty}$ BOOM!

Não podemos na verdade calcular $\vec{E}$ a grandes distâncias porque a informação sobre a mudança em I ainda não chegou lá!!

Só podemos prever estas mudanças se.

$s \ll c\tau$ onde τ é o tempo que leva $\forall$ ocorrer uma mudança substancial em I .

7.2.3 Indutância



Compo dividido e (1) $\vec{B}_1 = \mu_0 I_1$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}_1 \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\Phi_2 = \int_{S_2(\Gamma_2)} \vec{B}_1 \cdot d\vec{a}_2 = M_{21} I_1$$

$\hookrightarrow M_{21}$ depende
geometria
parâmetros geo-
métricos.

Derivando em relação que podemos
encontrar Φ_2 :

$$\Phi_2 = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{a}_2 = \int (\nabla \times \vec{A}_1) \cdot d\vec{a}_2 = \oint \vec{A}_1 \cdot d\vec{l}_2$$

mas $\vec{A}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}_1}{r}$

onde r agora liga (1) e (2)

$$\therefore \Phi_2 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{(2)} \left(\oint_{(1)} \frac{d\vec{l}_1}{r} \right) \cdot d\vec{l}_2$$

$$\Phi_2 = \underbrace{\left[\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{(2)} \oint_{(1)} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r} \right]}_{M_{21}} I_1$$

Formule de
Neumann



Note que $M_{21} = M_{12} = M \Rightarrow \boxed{\phi_1 = M_{12} I_2 = M_{21} I_2 = M I_2}$

Desta forma, pelo indução eletromagnética, se I_1 variar lentamente e próximo à espira (2) temos uma f.e.m. em 2 devido à (1).

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\phi_2}{dt}, \text{ de forma geral:}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt}} \quad \text{e} \quad \boxed{\mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt}}$$

Ao final, vemos que a espira (1) quando varia a corrente, induz uma variação de fluxo $\vec{B}$ pelo mesmo, o que é chamado de auto-indução.

$$\boxed{\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}}$$

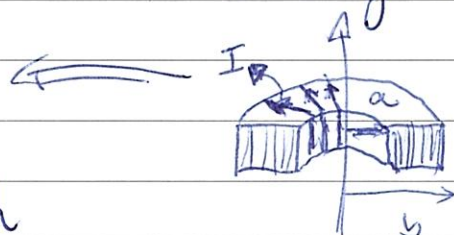
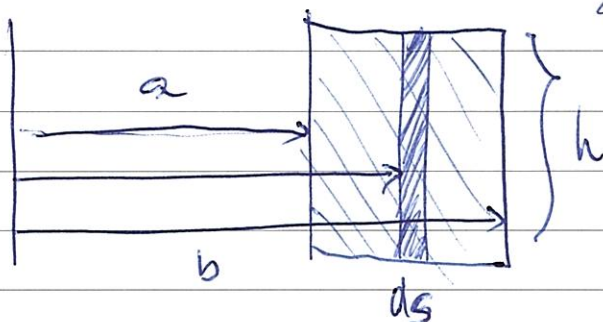
L é medido em henries (H)

$$[H] = \frac{[V][s]}{[A]}$$

Exemplo 7.11

Calcular a auto-indução de um toróide retangular de seção

□



Como a μ do toroide não varia, podemos usar o resultado obtido com a Lei de Ampere p/ toroides.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \hat{\phi} \quad \text{dentro} \\ \vec{B}(\vec{r}) = 0 \quad \text{fora} \end{array} \right.$$

Considerando agora o fluxo em apenas uma das espiras do toroide:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \int_a^b \frac{1}{r} ds = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Obviamente se o toroide tem N espiras, é só multiplicar o resultado por N p/ obter o fluxo total.

$$\boxed{\phi = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) I} \quad \text{como} \quad \mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Como no caso da Lei de Lenz, a indutância cria uma f.e.m. que opõe-se à mudança de corrente.

Esta f.e.m. é conhecida como contra-eletromotriz.

Como queremos passar corrente em um circuito com um indutor, colocamos uma f.e.m. externa e um