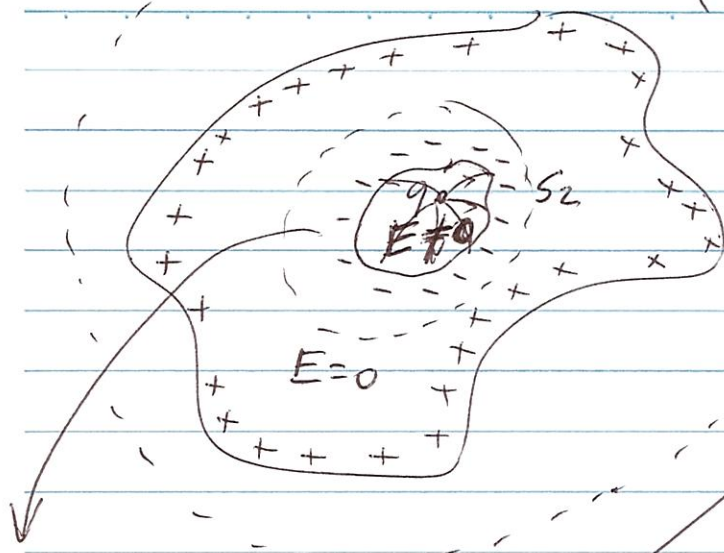




$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

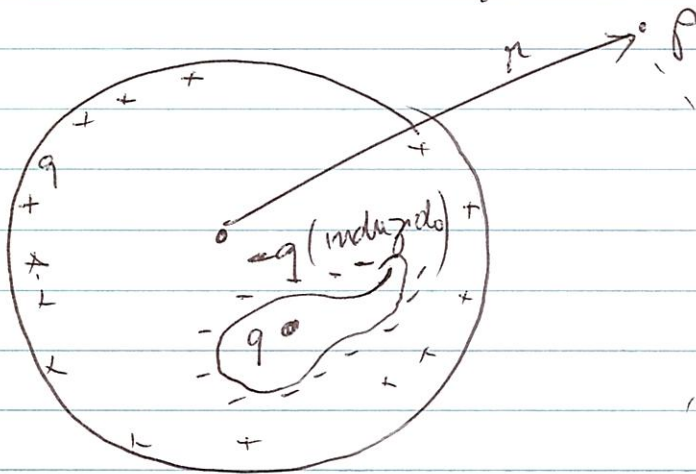
(engloba q)

$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{a} = 0$$

$$\oint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$q_{\text{induzido}} = -q$$

Em particular este malmeite era o esferoide, pois o condutor é neutro!



MUITO IMPORTANTE!

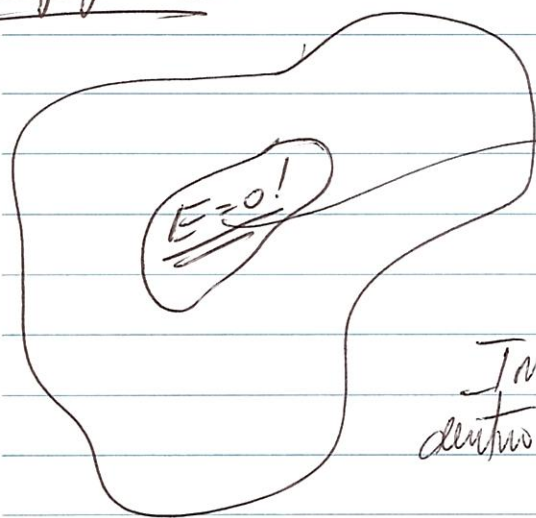
$$\vec{E}_{\text{interno buraco}} \neq 0$$

$$\vec{E}_{\text{int condutor}} = 0$$

$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} (q + (-q_{\text{ind}}) + (+q_{\text{ind}})) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

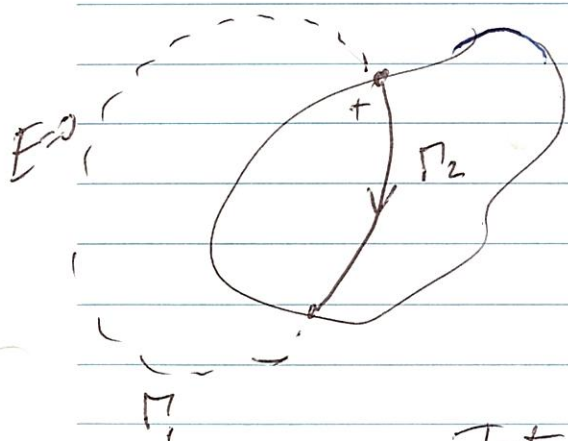
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Pense sobre os campos separadamente e o princípio de superposição!



→ superfície interna é uma cavidade sem carga.

Imagine se existisse um campo dentro da ~~cavidade~~ ~~cavidade~~ cavidade.

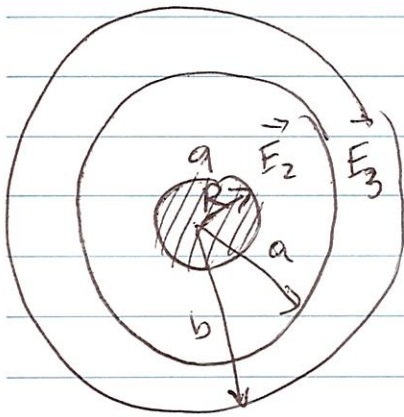


$$\therefore \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \underbrace{\int_{\Pi_1} 0 \cdot d\vec{\ell}}_0 + \int_{\Pi_2} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \neq 0$$

Isto viola $\boxed{\nabla \times \vec{E} = 0}$ ∴

De fato $\vec{E} = 0$ dentro da cavidade; E não existe cargas na superfície da cavidade!

Você está salvo de ser eletrocutado dentro de uma gaiola de Faraday

Probleme 2,35

$$\sigma_R = \frac{+q}{4\pi R^2} ; \quad \sigma_a = -\frac{q}{4\pi a^2}$$

$$\sigma_b = \frac{+q}{4\pi b^2}$$

$$V(O) = - \int_{r_{inf}=\infty}^0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

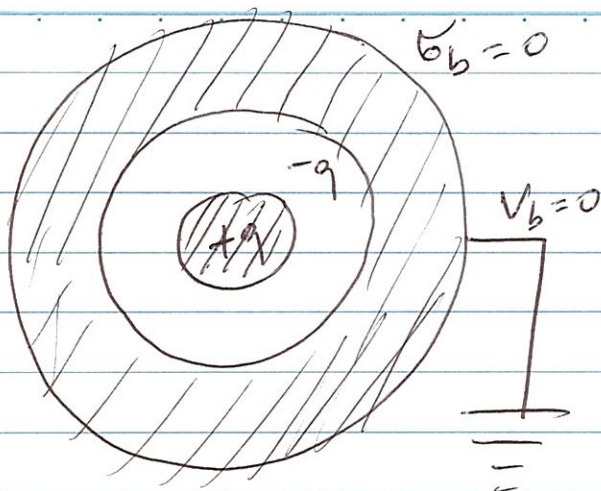
$$V(O) = - \int_R^0 \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_a^R \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} - \int_b^a \vec{E}_3 \cdot d\vec{l} - \int_\infty^b \vec{E}_4 \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E}_1 = 0 \text{ e } \vec{E}_3 = 0$$

$$V(O) = - \int_a^R \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr - \int_\infty^b \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

$$V(O) = +\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{a} \right] + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b}$$

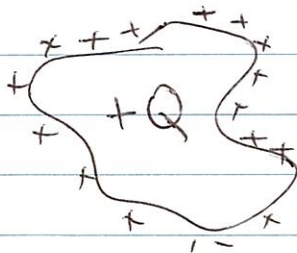
$$V(O) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right]$$



$$V(0) = - \int_a^{\infty} (0) dr + \int_a^R \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \right) dr - \int_R^0 (0) dr$$

$$V(0) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a} \right)$$

Capacitors



$$\Delta V = V_+ - V_- = - \int_{(-)}^{(+)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

pois V_+ e V_- são constantes!!

Não conhecemos a ~~total~~ distribuição de carga sobre cada condutor em particular. Calcular o campo seria muito complicado dependendo da geometria dos condutores.

Por outro lado, sabemos que $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho \cdot \vec{r}}{r^3} dV$

$$\therefore E \propto Q$$

Mas V também é proporcional a Q

$\therefore$ Damos que segue podemos encontrar a relação de proporcionalidade entre $|\vec{E}|$ e V usando a Q como quantidade constante entre eles.

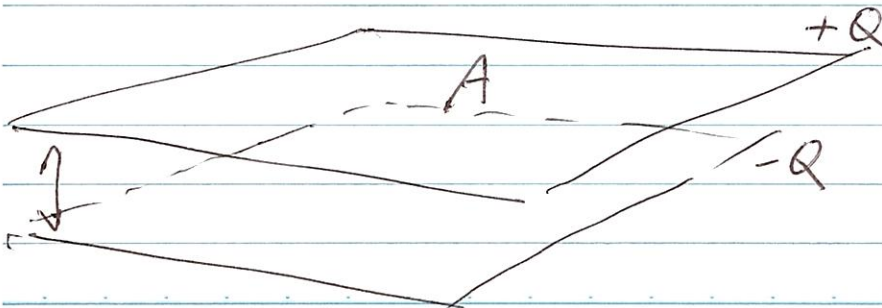
$$C \equiv \frac{Q}{V} \quad \text{capacitância}$$

É uma quantidade puramente geométrica, que depende do tamanho, forma e separação entre os condutores.

$$1 \text{ faraday (F)} = \frac{1C}{V}$$

1 F é muito grande. Na prática vemos tipicamente μF , mF , $pico F$.

Ex 2.10 Capacitor de placas planas



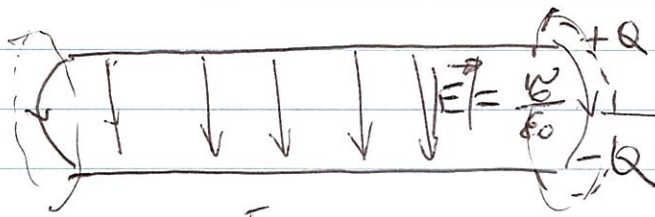
Resolva o problema na página 78

1

$$E = 0$$

61

2



Desprezando efeitos de borda!

3

$$E = 0$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{A \epsilon_0}$$

$$\Delta V \text{ ou } V = E d$$

$$V = \frac{Q d}{A \epsilon_0} \quad \text{Como } C = \frac{Q}{V}$$

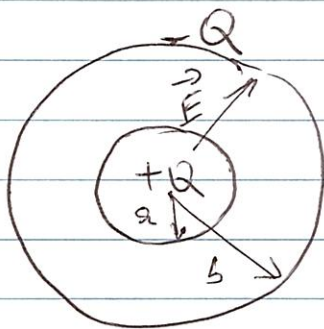
$$C = \frac{A \epsilon_0}{d}$$

Note que se $A = 1 \text{ cm}^2$ e $d = 10^{-1} \text{ cm}$

$$F = 9 \times 10^{-13} \text{ F} \text{ ou } 0,9 \text{ pF}$$

Note ainda que estamos considerando que entre os dois condutores não existe nada ou seja, Vácuo!

Dois esferas concêntricas!



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$$d\vec{r} = dr \hat{r} + \dots$$

nas integrais preferir $\hat{r}$

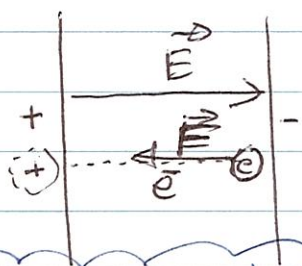
$$V = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \int_b^a \frac{1}{r^2} dr$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_b^a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$\therefore$ fazendo $Q \equiv CV$:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{(b-a)}$$

Para carregar um capacitor, temos que remover elétrons da placa positiva e colocá-los na placa negativa.



Para fazer uma quantidade de carga...

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$dW = q(\vec{E} \cdot d\vec{l})$$

se

$$\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(b) - V(a)$$

$$dW = dQ (V(b) - V(a))$$

$$\therefore \text{Mas } V(b) - V(a) = V = \frac{Q}{C}$$

$$\therefore dW = dQ \left(\frac{Q}{C} \right)$$

$$\therefore W = \int_0^Q \left(\frac{q}{C} \right) dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

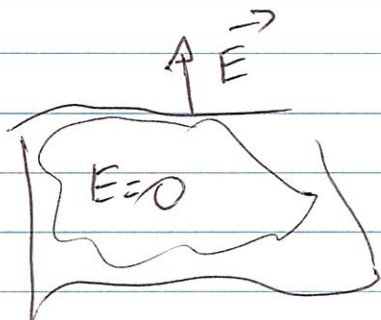
pois $C \equiv \text{cte}$ p/ a geometria em questão!

Cargas em Superfícies e Força sobre um condutor

Vimos ~~que~~ dos condutores de contorno p/ campo elétrico

Que como no condutor

$$E_{int} = 0$$



então

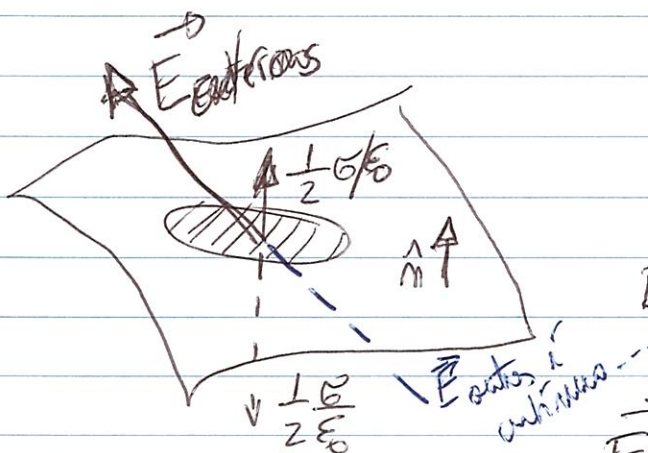
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$

Na sup. de condutores!

Na presença de um campo, uma superfície carregada irá experimentar uma força por unidade de área

$$\vec{f} = \frac{|\vec{E}|}{A} \hat{n} \Rightarrow \vec{f} = \frac{1}{2} \sigma (\vec{E}_{acima} + \vec{E}_{abaixo}) = \sigma \vec{E}_{médio}$$

ou $\vec{f} = \frac{1}{2} \sigma \vec{E}$ ou o médio de $\vec{E}$



$$* \vec{E} = \vec{E}_{região} + \vec{E}_{outros}$$

$$\vec{E}_{acima} = \vec{E}_{outros} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n} \quad \text{cálculo sem a região!}$$

$$\vec{E}_{abaixo} = \vec{E}_{outros} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n}$$

$$* \vec{E} = \vec{E}_{região} + \vec{E}_{outros}$$

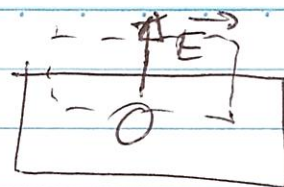
$$\vec{E}_{outros} = \frac{1}{2} (\vec{E}_{acima} + \vec{E}_{abaixo}) = \vec{E}_{médio}$$

Se removemos $\vec{E}_{outros}$, somamos

$\vec{E}_{região}$ não poderíamos ter a mesma

8/ Um condutor :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$



$$\therefore \vec{f} = \frac{\sigma}{2} \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} - 0 \right)$$

$$\vec{f} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \hat{n}$$

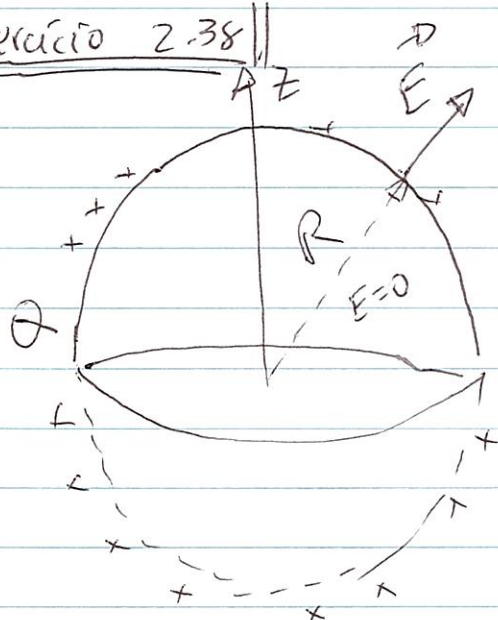
força por unidade de área

Se quisermos calcular a pressão por unidade de área

$$P = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

Pressão por unidade de área que um condutor sofre tendo a entrar na região de campo elétrico

Exercício 2.38



Dentro $\vec{E} = 0$
 fora $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{n}$

$$\vec{E}_{\text{médio}} = \frac{1}{2} (\vec{E}_{\text{fora}} + \vec{E}_{\text{dentro}})$$

$$\vec{E}_{\text{médio}} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \hat{n}$$

$$f_z = \sigma \vec{E}_{\text{médio}} \cdot \hat{z} = \sigma \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \cos\theta$$

$$F_z = \int f_z da$$

$$F_z = \int \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^2} \frac{Q}{4\pi R^2} \cos\theta (R^2 \sin\theta d\theta d\phi)$$

$$F_z = \frac{Q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^4} R^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \sin\theta d\theta$$

$$F_z = \frac{Q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2\theta)}{2} d\theta$$

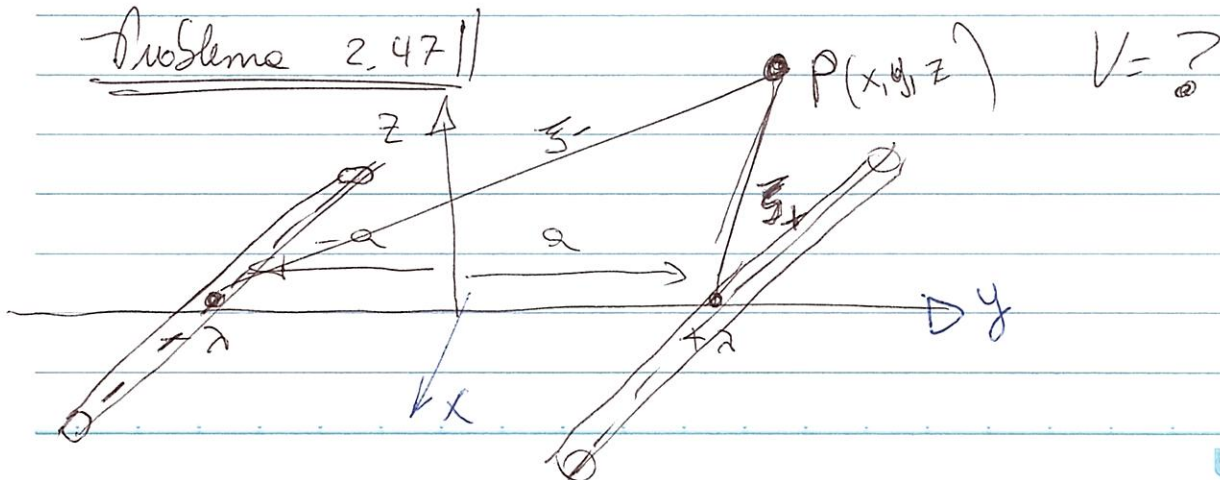
$$F_z = \frac{Q^2}{16\pi R^2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{4} \cos 2\theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{Q^2}{16\pi R^2\epsilon_0} \left(-\frac{1}{4} \right) (1-1)$$

$$F_z = \frac{Q^2}{32\pi R^2\epsilon_0}$$

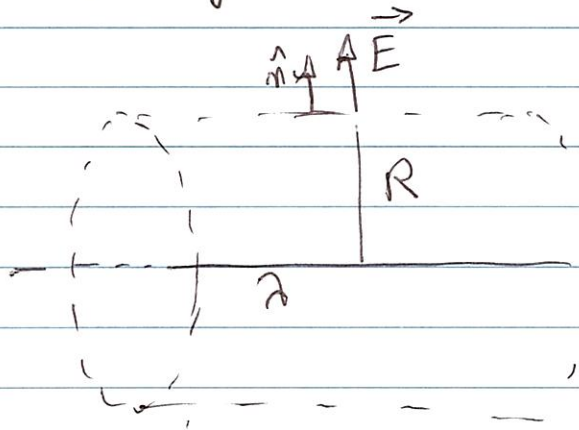
— x —

Mis alguns exemplos sobre Potencial eléctrico e etc.

Problema 2.47



Note que como os fios são infinitamente longos, existe uma simetria coaxial (simetria cilíndrica) ao longo da direção x. Portanto, podemos nos preocupar apenas com o campo no plano zy



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \lambda dl$$

$$E 2\pi R l = \frac{1}{\epsilon_0} \lambda l$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R} \hat{n}}$$

Devemos encontrar agora $V(R)$ $\therefore$

$$V(R) = - \int_{s_{ref}}^R \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{s} ds$$

$$d\vec{s} = ds \hat{n}$$

$$\therefore V(R) = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R}{s_{ref}}\right)$$

Se $s_{ref} = 0$ temos
problems

Se $s_{ref} = \infty$ também
temos problems.

Vamos assumir um valor qualquer.
 $s_{ref} = a$

$\therefore$ No caso em questão temos:

$$V_+(x,y,z) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{\bar{z}_+}{a}\right)$$

$$V_-(x,y,z) = +\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{\bar{z}_-}{a}\right)$$

Note que pelo princípio da superposição.

$$V = V_+ + V_- = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[-\ln \bar{z}_+ + \ln a + \ln \bar{z}_- - \ln a \right]$$

$$\therefore V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{\bar{z}_-}{\bar{z}_+} \right]$$

$$\bar{z}_- = \sqrt{(y-(-a))^2 + z^2} \quad e \quad \bar{z}_+ = \sqrt{(y-(+a))^2 + z^2}$$

$$\therefore V(x,y,z) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{\sqrt{(y+a)^2 + z^2}}{\sqrt{(y-a)^2 + z^2}} \right]$$

$$V(x,y,z) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{(y+a)^2 + z^2}{(y-a)^2 + z^2} \right]$$

Note que p/ $y=0$ $V(x,0,z) = 0$!!!

b) Vamos calcular e mostrar que os equipotenciais são cilindros localizados no eixo y

$$\frac{4\pi\epsilon_0}{\lambda} V(x,y,z) = \ln [\quad]$$

$$\therefore \frac{(y+a)^2 + z^2}{(y-a)^2 + z^2} = e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} = k = \text{cte} \quad \text{e/ um determinado valor de potencial } \underline{V_0}!$$

Encontramos agora a eq. da traj. de equipotencial V_0 .

$$y^2 + a^2 + 2ay + z^2 = k (y^2 + a^2 - 2ay + z^2)$$

$$y^2(k-1) + z^2(k-1) + a^2(k-1) - 2ay(k+1) = 0$$

$$\text{ou seja: } y^2 + z^2 + a^2 - 2ay \left(\frac{k+1}{k-1} \right) = 0 \quad \textcircled{I}$$

Esta é a equação de um círculo da forma

$$(y - y_0)^2 + z^2 = R^2 \quad \text{ou} \quad \boxed{\text{Raio } R \text{ e centrado em } y_0.}$$

$$y^2 + y_0^2 - 2yy_0 + z^2 - R^2 = 0$$

$$y^2 + z^2 + (y_0^2 - R^2) - 2yy_0 = 0 \quad \textcircled{II}$$

Comparando $\textcircled{II}$ e $\textcircled{I}$ temos que

$$y_0 = a \left(\frac{k+1}{k-1} \right)$$

$$a^2 \left(\frac{k+1}{k-1} \right)^2 - R^2 = a^2 \therefore R = a \sqrt{\frac{(k+1)^2 - (k-1)^2}{(k-1)^2}}$$

$$R = a \sqrt{\frac{k^2 + 2k + 1 - k^2 + 2k - 1}{(k-1)^2}} = \frac{2a\sqrt{k}}{(k-1)}$$

Em termos de V_0

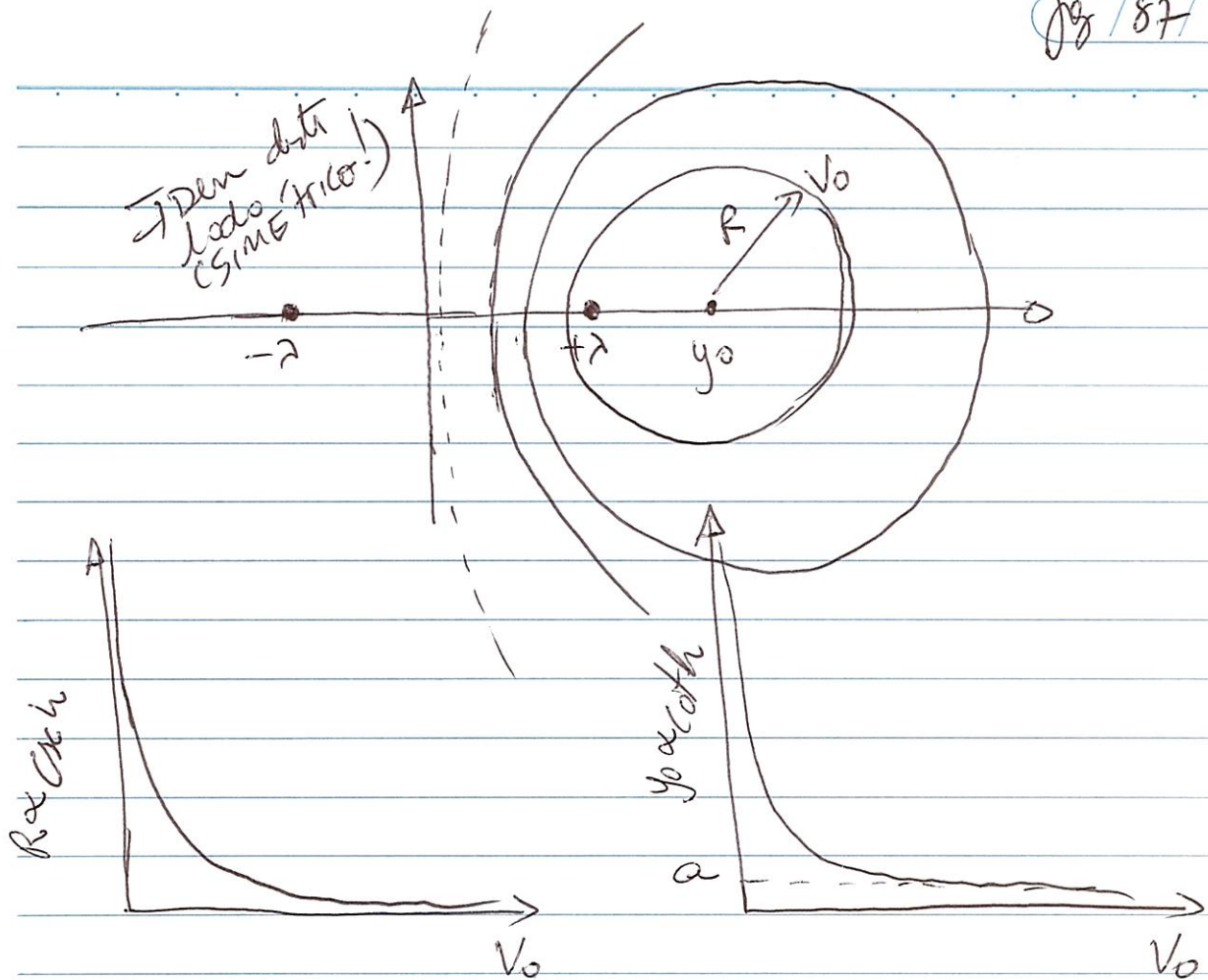
$$y_0 = a \left[\frac{e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} + 1}{e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} - 1} \right] = a \left[\frac{e^{\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} + e^{-\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}}}{e^{\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} - e^{-\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}}} \right]$$

$$y_0 = a \coth\left(\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}\right)$$

$$R = \frac{2a \left(e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} \right)^{1/2}}{e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} - 1} = 2a \frac{e^{\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}}}{e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} - 1}$$

$$R = \frac{2}{e^{\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}} - e^{-\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}}} = \frac{a}{\sinh(\cdot)}$$

$$R = a \operatorname{csch}\left(\frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{\lambda}\right)$$



$$V_0 \rightarrow \infty \quad R \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad y_0 \rightarrow a$$

$$V_0 \rightarrow 0 \quad R \rightarrow \infty \quad \text{e} \quad y_0 \rightarrow \infty$$