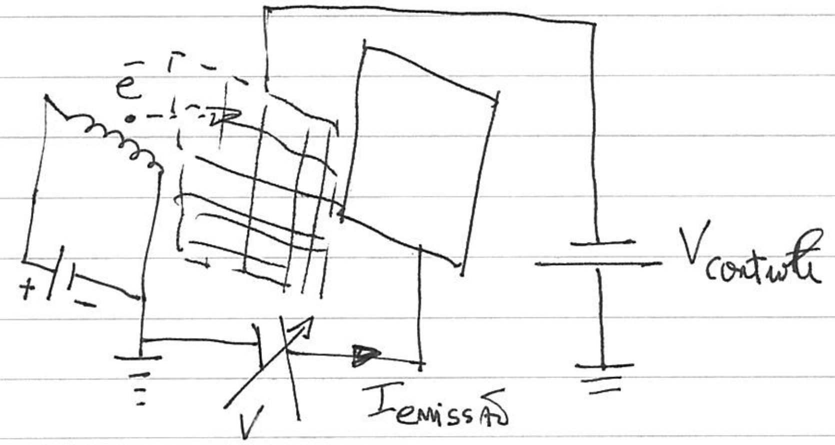
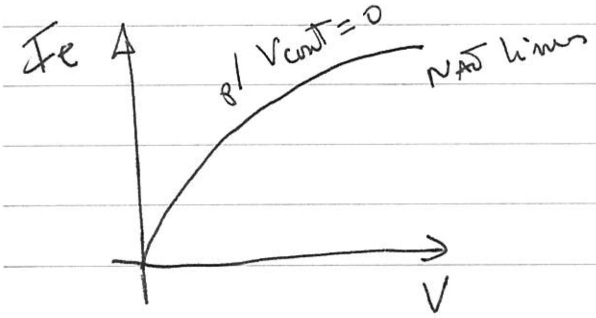
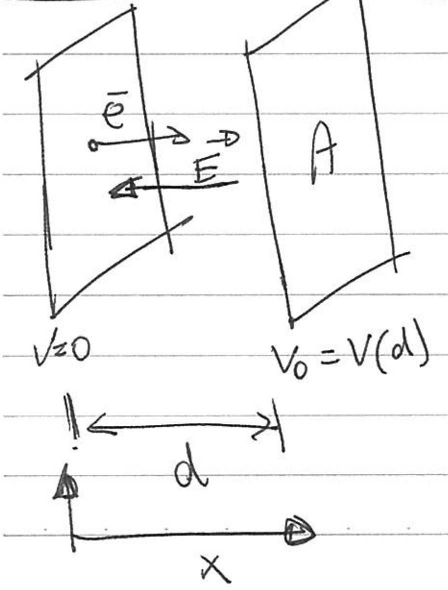
Problema 2.48 || Princípio fundamental p/ o funcionamento de uma válvula, Note que antes dos transistores de estado sólido a forma de amplificar corrente em um circuito era usando dispositivos como este:

Diodos Termoiônicos





O caso do exercício:



a) Escrever a eq. de Poisson

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla} V = \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{p/ } A >> d$$

$$\therefore \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

ρ é a densidade de cargas (elétrons) entre as ~~duas~~ ~~capacitores~~ placas!

b) Calcular $\underline{\underline{v(x)}}$ p/ $v_0 = 0$

$$\vec{F} = -e\vec{E} \quad \text{sendo} \quad \vec{E} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x} \quad \therefore \underline{cte}!!$$

Podemos usar a conservação de energia p/ calcular v

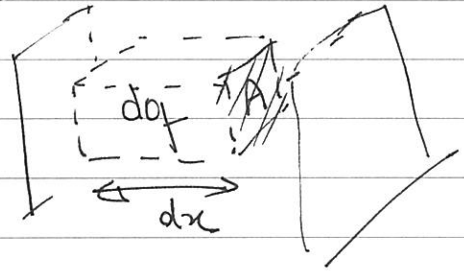
???? $V(x) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cancel{x}$ ~~[illegible]~~ . OPS!! Vamos ver!

$$0 = -eV(x) + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}}$$

↳ Não usar o caso sem carga!!!

Esta é válida p/ quando não tem carga entre as placas!

c) Para o caso estacionário teremos que:



$$dq = A\rho\, dx$$

$$\therefore \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{I} = A\rho \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v}$$

→ (I é negativo! pois tem e^-)

$$\therefore \boxed{I = A\rho v}$$

Se I = cte, então ρv será uma constante!

d) Usando a), b) e c) podemos reescrever a Eq. de Poisson

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{I}{Av} = \frac{-I}{\varepsilon_0 A}\sqrt{\frac{m}{2eV(x)}}$$

$$\therefore \frac{d^2V}{dx^2} = \beta V(x)^{-1/2} \quad \text{onde} \quad \beta = \frac{-I}{\varepsilon_0 A}\sqrt{\frac{m}{2e}}$$

e) Para resolver a eq. diferencial de 2ª ordem e não linear. Podemos usar o truque de reduzir a ordem da equação por uma transf. de variável

Lembre do Trabalho - energia cinética

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \vec{F} \Rightarrow \boxed{mv\frac{dv}{\cancel{dt}} = \vec{F}\cdot\vec{v} = \vec{F}\cdot\frac{dx}{\cancel{dt}}}$$

aqui!

$$V' = \frac{dV}{dx}$$ e mult. a eq. de 2ª ordem -

$$V'\frac{dV'}{dx} = \beta V^{-1/2}\frac{dV}{dx} \qquad \text{Note } \frac{d^2V}{dx^2} = \frac{d}{dx}\Big(\underbrace{\frac{dV}{dx}}_{V'}\Big)$$

$$\therefore V'dV' = \beta V^{-1/2}dV$$

$$V'dV' = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}V'^2\right]\cancel{dx} \qquad V'\frac{dV'}{dx} = V'\frac{d^2V}{dx^2}$$

$$\int_{V'(0)}^{V'(x)} V'dV' = \beta\int_{V(0)=0}^{V(x)} V^{-1/2}\,dV \Rightarrow \frac{1}{2}V'^2(x) - \cancel{\frac{1}{2}V'^2(0)} = 2\beta V^{1/2}$$

0

Note que $V(0) = 0 \therefore V'(0) = \left.\frac{dV}{dx}\right|_{x=0} = 0$

$$\therefore V'^2 = 4\beta V^{1/2} \quad \therefore \frac{dV}{dx} = 2\sqrt{\beta}\,V^{1/4}$$

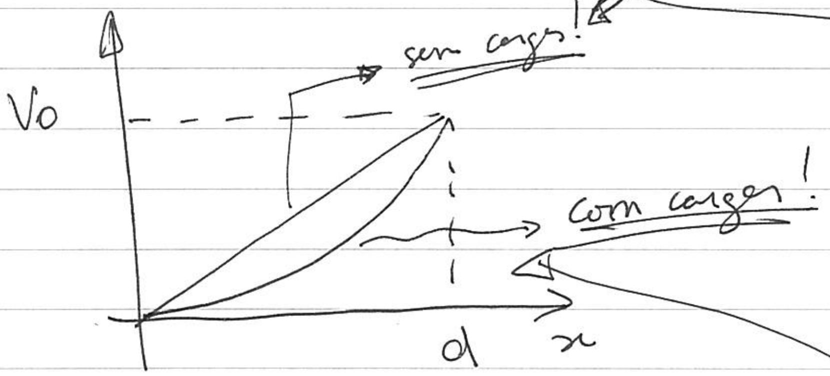
$$\int_{V(0)=0}^{V(x)} dV\,V^{-1/4} = 2\sqrt{\beta}\int_0^x dx \Rightarrow \frac{4}{3}V(x)^{3/4} = 2\sqrt{\beta}\,x$$

$$V(x) = \left[\frac{3}{2}\sqrt{\beta}\,x\right]^{4/3} \Rightarrow V(x) = \left[\left(\frac{9}{4}\beta\right)^{1/2}\right]^{4/3} x^{4/3}$$

$$\boxed{V(x) = \left(\frac{9}{4}\beta\right)^{2/3} x^{4/3}}$$

Nota como o potencial não é igual ao caso sem carga.

$$V(x)_{\text{s. carg}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cancel{x} \quad \text{ou} \quad \boxed{V(x) = V_0\frac{x}{d}}$$



$$V(x) = \left(\frac{81}{32}\frac{I^2}{\varepsilon_0^2 A^2}\frac{m}{e}\right)^{1/3} x^{4/3}$$

$$\boxed{V(x) = \left(\frac{81}{32}\frac{\cancel{\ }}{\varepsilon_0^2 A^2}\frac{m}{e}\right)^{1/2} I^{2/3}\, x^{4/3}}$$

ou ainda $\boxed{V(x) = V_0\left(\frac{x}{d}\right)^{4/3}}$

Note que podemos voltar à ρ e verificar que ρ e v não são lineares ou constantes!
mas $\rho . v = cte$! $\therefore$ $I = cte$

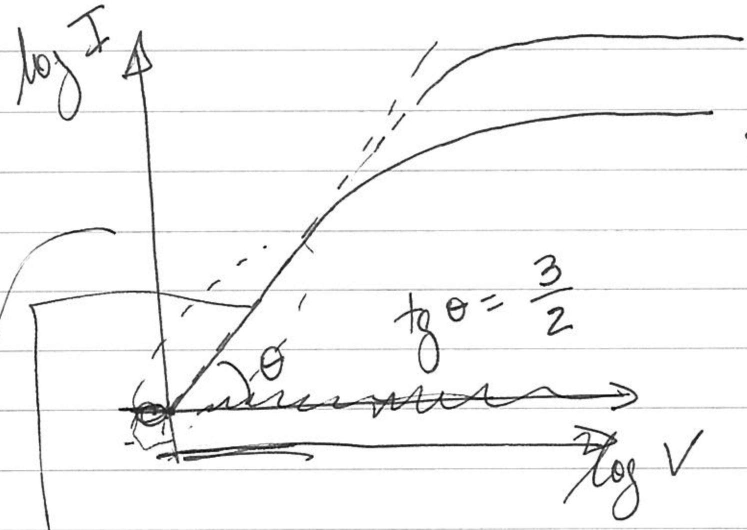
Finalmente ∴

$$V(d) = V_0 = \left(\frac{81 I^2 m}{32\, \varepsilon^2 A^2 e}\right)^{1/3} d^{4/3}$$

∴

$$I = \frac{4\sqrt{2}\, \varepsilon_0 A}{9\sqrt{m}} \frac{\sqrt{e}}{d^2} V_0^{3/2} \quad \text{ou}$$

$$\boxed{I = K V_0^{3/2}} \quad \text{com} \quad \boxed{K = \frac{4\varepsilon_0 A}{9 d^2}\sqrt{\frac{2e}{m}}}$$



Depende da Temperatura. (Lei de Richardson)

log K obtemos $\boxed{\sqrt{\frac{e}{m}}}$ razão carga massa!

Space charge : Lei de Child-Langmuir

(Espere até F740 e escolha fazer este experimento!)

Na verdade, como resolvemos, o coeficiente 3/2 é independente da geometria do sistema catodo/Anodo da válvula, pois este vem da resolução da Eq. de Poisson.