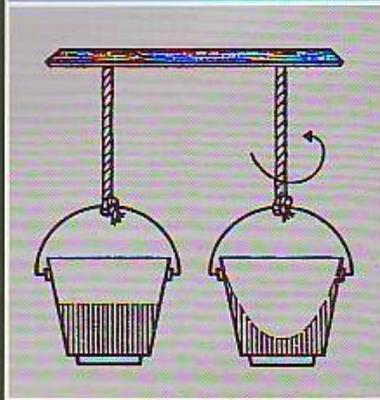


ANDRÉ KOCH TORRES ASSIS

MECÂNICA RELACIONAL



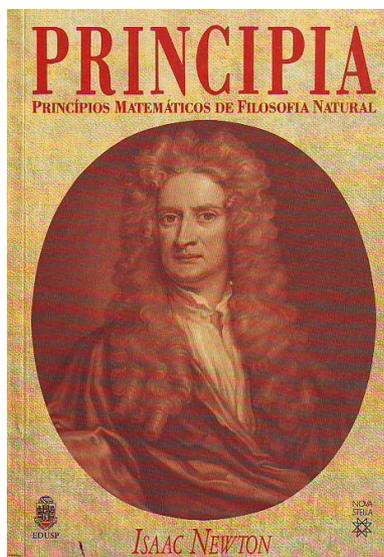
CENTRO DE LÓGICA, EPISTEMOLOGIA
E HISTÓRIA DA CIÊNCIA - UNICAMP

COLEÇÃO CLE

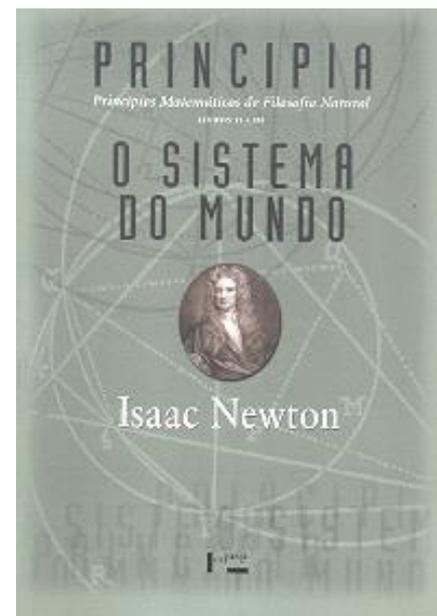
www.ifi.unicamp.br/~assis

Isaac Newton (1642 – 1727)

1687: publicação do Principia



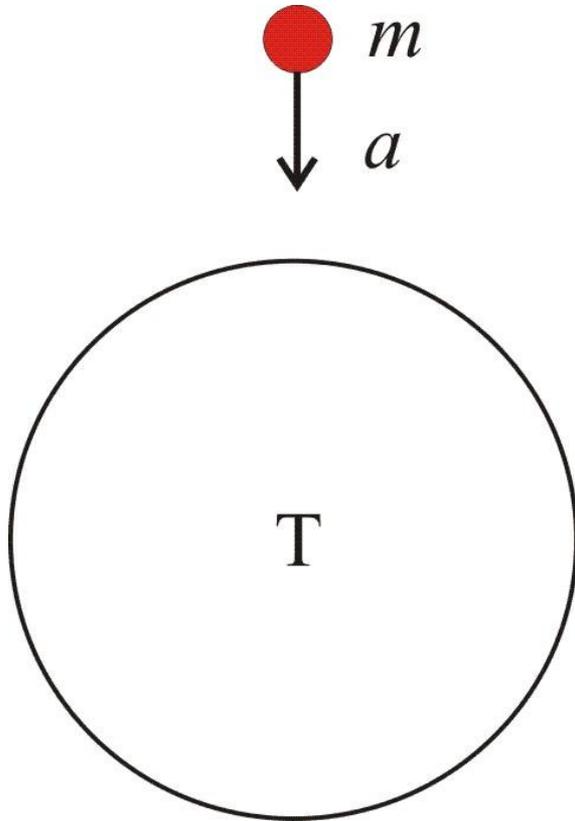
Edusp



Vol. 1: 1990

Vols. 2 e 3: 2008

Queda livre na mecânica newtoniana



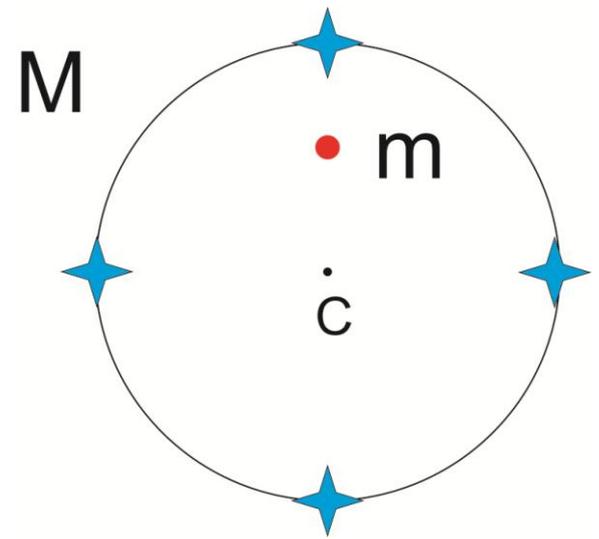
$$F = ma$$

$$mg = ma$$

$$a = g = 9,8 \frac{m}{s^2}$$

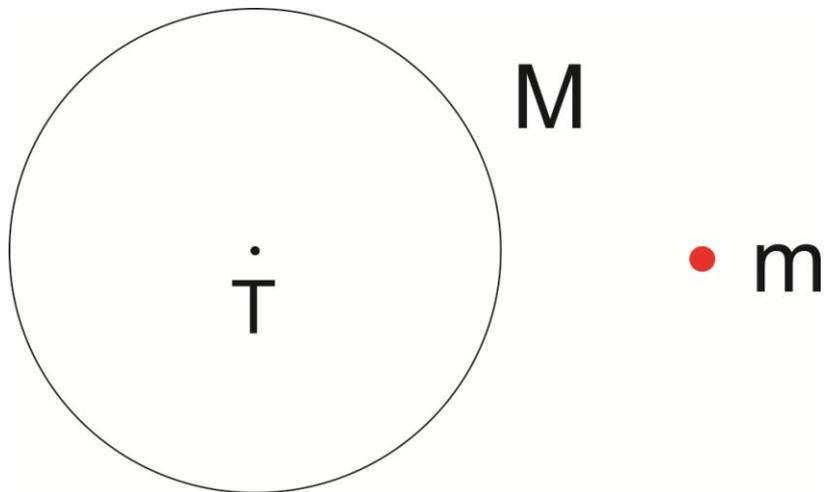
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

“Teor. 30: Se para cada ponto de uma superfície esférica tenderem forças centrípetas iguais, que diminuem com o quadrado das distâncias a partir desses pontos, afirmo que um corpúsculo localizado dentro desta superfície não será atraído de maneira alguma por estas forças.”



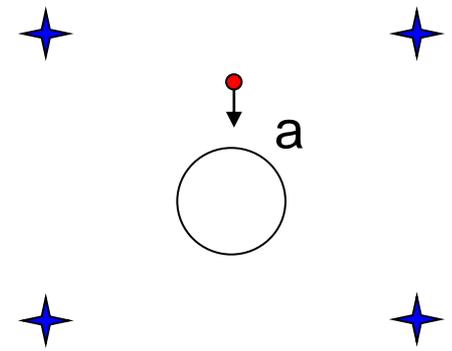
$$F = 0$$

“Teor. 31: Supondo-se o mesmo que acima, afirmo que um corpúsculo localizado fora da superfície esférica é atraído em direção ao centro da esfera com uma força inversamente proporcional ao quadrado de sua distância até este centro.”



$$F = G \frac{M_g m_g}{r^2}$$

Queda livre na mecânica newtoniana



$$F_T + F_* = m_i a$$

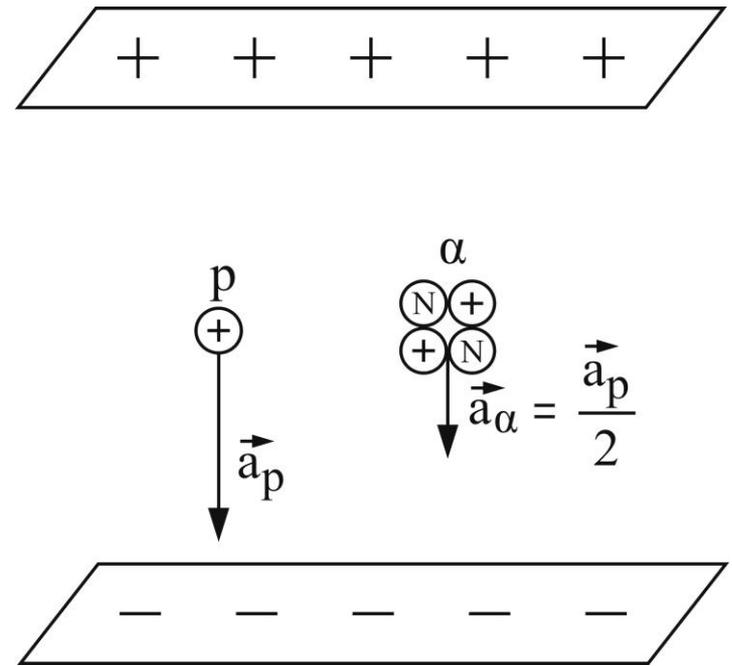
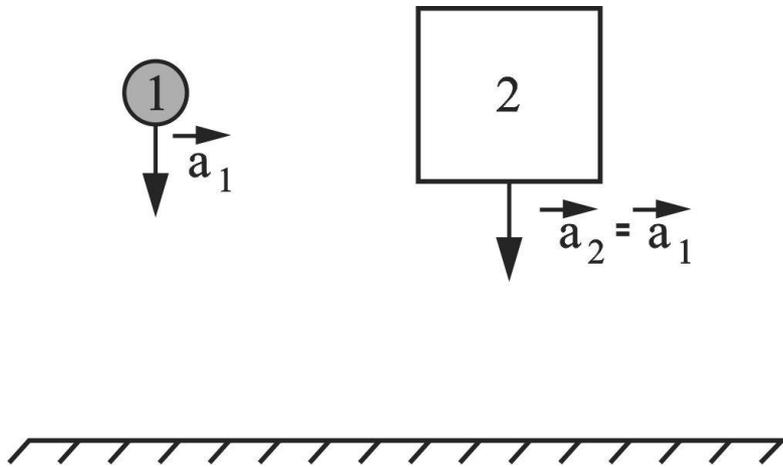
$$G \frac{m_g M_{gT}}{R_T^2} + 0 = m_i a$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_g}{m_i} \frac{GM_{gT}}{R_T^2}$$

Galileu: chumbo e rolha caem juntos.

$$a = \frac{GM_{gT}}{R_T^2} = g = 9,8 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{m_{gC}}{m_{iC}} = \frac{m_{gR}}{m_{iR}} = 1$$



Em um mesmo campo gravitacional todos os corpos caem em queda livre com a mesma aceleração g .

Em um mesmo campo elétrico a aceleração do próton é o dobro da aceleração de uma partícula alfa.

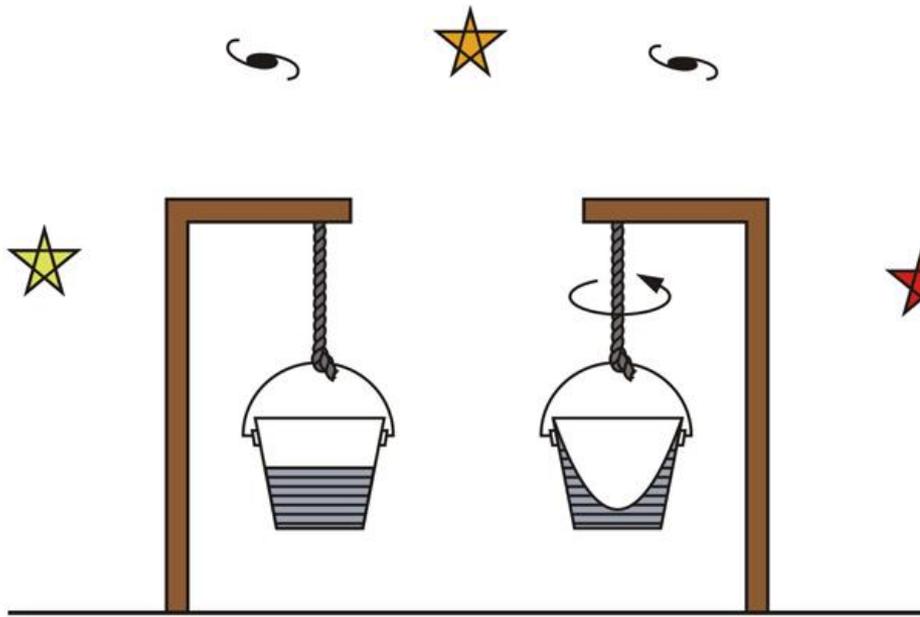
A inércia parece estar ligada com a gravitação e não com o eletromagnetismo.

2ª lei do movimento
de Newton:

$$F = \frac{d(m_i v)}{dt} = m_i a$$

“O espaço absoluto, em sua própria natureza, sem relação com qualquer coisa externa, permanece sempre similar e imóvel.”

Experiência do balde de Newton



$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2$$

Mach em *A Ciência da Mecânica*, 1883:

- “Os princípios da mecânica podem ser concebidos de tal maneira que mesmo para rotações relativas surgem as forças centrífugas.”
- “Tente parar o balde de Newton e girar o conjunto das estrelas fixas, e então prove a ausência das forças centrífugas.”

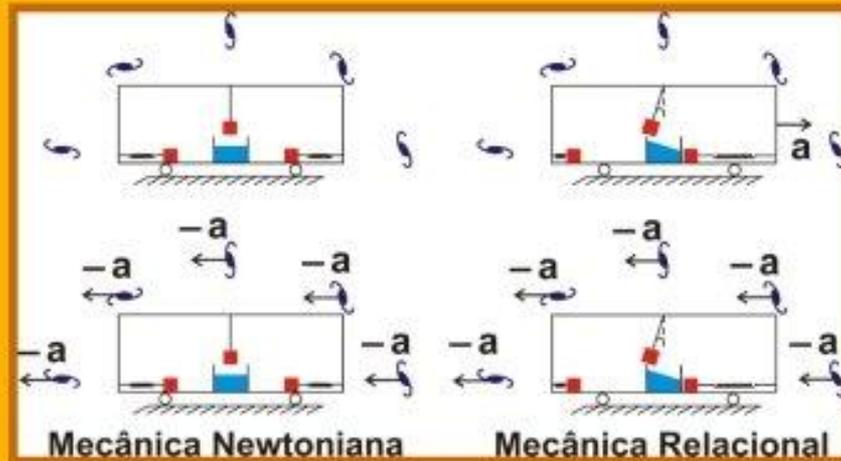
Einstein, **O Significado da Relatividade**, 1922:

“Um modelo de interação satisfazendo ao princípio de Mach deve levar à seguinte consequência:

Um corpo rodando deve gerar dentro dele forças de Coriolis e centrífuga.”

Mecânica Relacional

e Implementação do Princípio de Mach
com a Força de Weber Gravitacional



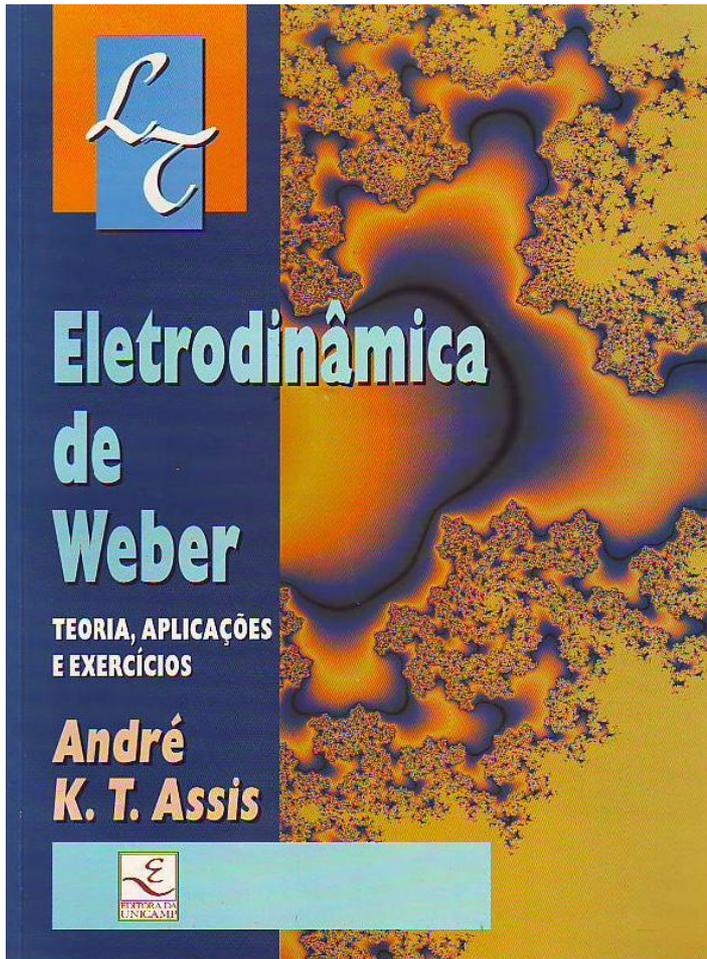
André Koch Torres Assis

Mecânica Relacional

Postulados:

A soma de todas as forças agindo sobre qualquer corpo é sempre nula em todos os sistemas de referência

$$\vec{F} = -H_g m_{1g} m_{2g} \frac{\hat{r}}{r^2} \left(1 - 3 \frac{\dot{r}^2}{c^2} + 6 \frac{r \ddot{r}}{c^2} \right)$$



Weber (1804 – 1891)

www.ifci.unicamp.br/~assis

Weber em 1846:

Coulomb (1785):
$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2}$$

Ampère (1822):
$$\vec{F} = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \frac{\hat{r}}{r^2} f(\alpha, \beta, \gamma)$$

Faraday (1831):
$$fem = -M \frac{dI}{dt}$$

Idéia:
$$Id\vec{\ell} \Leftrightarrow q\vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2} \left[1 + k_1 v_1 v_2 + k_2 a_{12} \right]$$

Força de Weber

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2} \left(1 - \frac{\dot{r}^2}{2c^2} + \frac{r \ddot{r}}{c^2} \right)$$

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt}$$

$$\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dt^2}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

Propriedades da força de Weber

- No caso estático ($dr/dt = 0$ e $d^2r/dt^2 = 0$) obtém-se a força de Coulomb e a lei de Gauss.
- Ação e reação. Conservação do momento linear.
- Força central. Conservação do momento angular.
- Pode ser derivada de uma energia potencial dependente da velocidade:

$$U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{\dot{r}^2}{2c^2} \right)$$

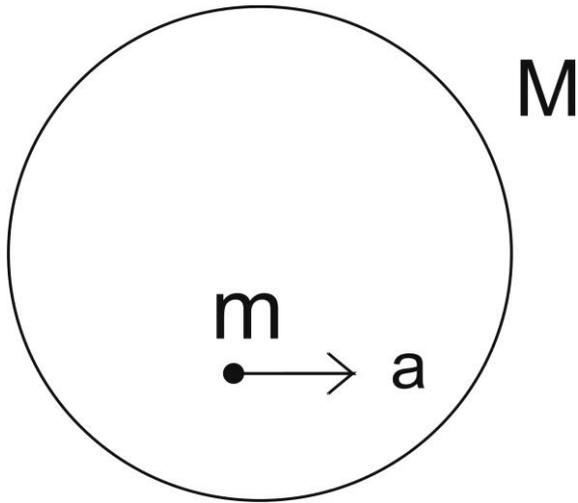
- Conservação da energia:

$$\frac{d(T + U)}{dt} = 0$$

- A lei circuital de Ampère pode ser derivada da força de Weber.
- A lei de indução de Faraday pode ser derivada da força de Weber (ver Maxwell, *Treatise*).
- Ela é completamente **relacional**. Isto é, só depende de r , dr/dt e d^2r/dt^2 . Portanto, tem o mesmo valor para todo observador e em todo sistema de referência. Depende apenas de grandezas intrínsecas às cargas que estão interagindo, das relações entre as cargas.

Principal Resultado

$$\vec{F} = -H_g m_{1g} m_{2g} \frac{\hat{r}}{r^2} \left(1 - 3 \frac{\dot{r}^2}{c^2} + 6 \frac{r \ddot{r}}{c^2} \right)$$



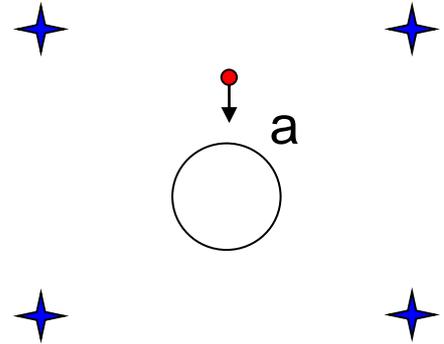
$$\vec{F} = -\phi m_g \vec{a}$$

$$\phi = \frac{2H_g M_g}{Rc^2}$$

Queda livre na Mecânica Relacional

$$F_T + F_* = 0$$

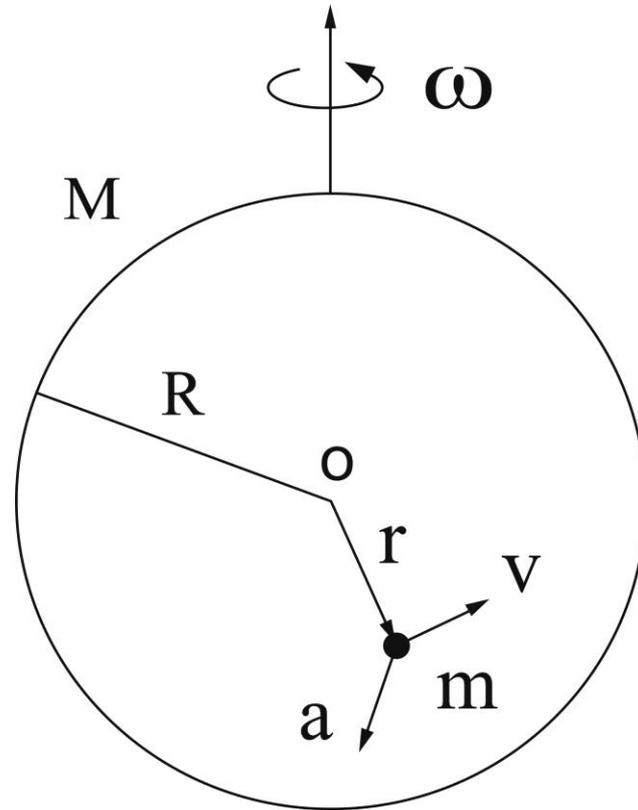
$$H_g \frac{m_g M_g}{r^2} - \Phi m_g a = 0$$



$$a = \frac{H_g M_g}{\Phi r^2}$$

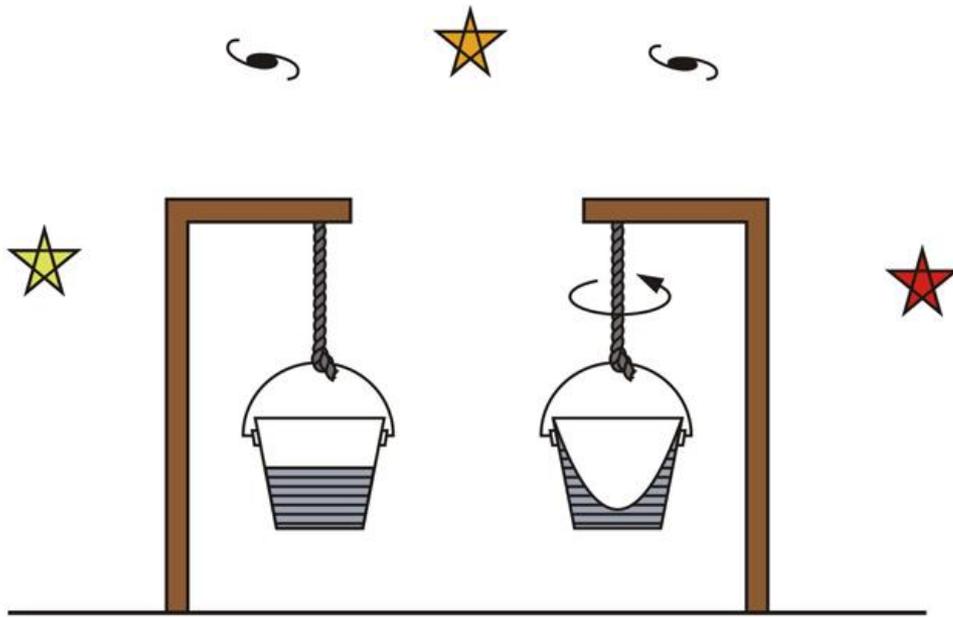
com $\frac{H_g}{\Phi} = \frac{H_o^2}{4\pi \rho_*} \approx 6,7 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} = G$

Casca girando:



$$\vec{F} = -\frac{2H_g M_g}{Rc^2} m_g (\vec{a} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r} + 2\vec{v} \times \vec{\omega})$$

Experiência do balde de Newton



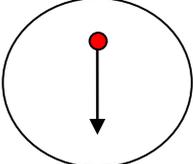
$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2$$

$$z = \frac{(\omega_A - \omega_U)^2}{2g} r^2$$

Teste experimental



$a = 9,8 \text{ m/s}^2$



$a = ?$

$$a_N = a_E = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$a_{MR} = g \left(1 - \frac{2GM}{Rc^2} \right)$$

$$R = 1\text{m}, M = 10^3 \text{ kg}, \frac{2GM}{Rc^2} = 10^{-24}$$

Conclusão

Mecânica Relacional:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{F} = -H_g m_{1g} m_{2g} \frac{\hat{r}}{r^2} \left(1 - 3 \frac{\dot{r}^2}{c^2} + 6 \frac{r \ddot{r}}{c^2} \right)$$

Resultados

- Deriva-se a 2ª lei de Newton: $F = m a$
- Princípio de equivalência: $m_i = m_g$
- Forças centrífuga e de Coriolis como forças reais de origem gravitacional
- Implementação quantitativa do princípio de Mach

www.ifi.unicamp.br/~assis