

FI-004 Física Estatística I

<http://www.ifi.unicamp.br/~cabrera/teaching/fi004.htm>

(Mecânica Estatística de Equilíbrio)

PROGRAMA

Guillermo Cabrera

Departamento de Física da Matéria Condensada

Sala B1-225

cabrera@ifi.unicamp.br

P.R.: Embora esta disciplina não possua pré-requisitos formais, é recomendável um curso prévio de introdução à Mecânica Estatística em nível de graduação equivalente a F-604.

Para considerar seriamente esta disciplina:

*“Ludwig Boltzmann, who spent much of his life studying statistical mechanics, died in 1906, by his own hand. Paul Ehrenfest, carrying on the work, died similarly in 1933. Now it is our turn to study statistical mechanics.”*¹

1 Objetivos

$$S = k_B \ln \Gamma . \quad (1)$$

Apresentamos um tratamento direto de Mecânica Estatística quântica baseado no formalismo da Matriz Densidade. Discutimos os problemas fundamentais da irreversibilidade e do equilíbrio termodinâmico. Definimos os diferentes ensembles na situação de equilíbrio. A estatística clássica é obtida como caso limite da formulação quântica. Fazemos a conexão com a Termodinâmica através da famosa fórmula de Boltzmann (1). Estudamos sistemas quânticos de muitas partículas idênticas. A teoria geral é aplicada no estudo de gases e líquidos quânticos, com particular interesse nos fenômenos da Superfluidez e da Supercondutividade. Discutimos a teoria de Landau das transições de fase. Para transições de fase contínuas, formulamos a hipótese de *scaling* e fornecemos uma introdução *pedestre* ao Grupo de Renormalização. $\square$

¹D. L. Goodstein, “*States of Matter*”, Dover (New York, 2002).

2 Considerações gerais

O operador Densidade (Matriz Densidade) e Estatística Quântica. Ensembles puros e mistos. Equação de Liouville quântica. Incerteza quântica e incerteza probabilística. A equação de Liouville clássica. Relaxação para o equilíbrio. O programa de Pauli da equação mestra. Teorema **H** de Boltzmann. Recorrências quânticas. Teorema ergódico. Origem da irreversibilidade.

4 aulas □

3 Ensembles de Equilíbrio

Ensembles microcanônico, canônico e grande canônico. Princípios variacionais e conexão com os potenciais termodinâmicos. Resumo das leis da Termodinâmica. Conexão entre os diferentes ensembles. Teorema de Gibbs. Método do Ponto de Sela. Temperaturas negativas. Flutuações e equivalência dos ensembles no limite termodinâmico. Exemplos.

5 aulas □

4 Gases quânticos e partículas idênticas

Mecânica Estatística de gases moleculares. Partículas idênticas e fator de Gibbs. Estatística quântica e formalismo dos números de ocupação. Bósons e estatística de Bose-Einstein. Férmions e estatística de Fermi-Dirac. O limite de Maxwell-Boltzmann. Cálculo das flutuações. Gases quânticos não degenerados. Regime altamente degenerado. Condensação de Bose-Einstein.

4 aulas □

5 Partículas idênticas e Segunda Quantização

Postulados de simetrização: Bósons e Férmions. Degenerescência de troca (*exchange*). Troca adiabática de partículas idênticas. A representação dos Números de Ocupação para um sistemas de muitos corpos. Operadores de criação e destruição. Relações de comutação e anti-comutação para Bósons e Férmions respectivamente. Espaços de Fock. Operadores de Campo. Representação de observáveis em segunda quantização. Gases perfeitos de bósons e férmions. Discussão do limite clássico.

4 aulas □

6 Aplicações: líquidos quânticos

Gás de Bose de esferas duras. Espectro de rôtons e critério para a Superfluidez (Landau). Teoria de Landau para o Líquido de Fermi. Paramagnetismo de Pauli. Método de Hartree-

Fock. Líquido de Fermi de esferas duras. Quebra da Teoria de Perturbações. Par de Cooper e estado BCS. Teoria BCS da Supercondutividade.

4 aulas □

7 Transições de fase e teoria de Landau

Ordem de uma transição de fase. Efeitos de tamanho e limite termodinâmico. Definição do parâmetro de ordem. Transições de fase contínuas (2a. ordem). Teoria de Landau e expansão da energia livre. A transição supercondutora revisitada à luz da teoria de Ginzburg-Landau. Transições de fase de primeira ordem. Flutuações. Validez da teoria de Landau: critério de Ginzburg. Expoentes críticos de campo médio.

5 aulas □

8 Fenômenos críticos

Hamiltonianos de spin. O modelo de Ising. Soluções exatas. Hipótese de *Scaling* e expoentes críticos. Grupo de Renormalização. Pontos fixos. Renormalização no espaço real. O modelo de Ising em 1 e 2-dim, como exemplo ilustrativo. Campos de *scaling*. Modelo gaussiano. Pontos fixos não gaussianos. *Finite size scaling*.

4 aulas □

9 Bibliografia

A lista abaixo não é exaustiva e reflete em parte o gosto do professor.

1. LIVROS TEXTOS E DE REFERÊNCIA

- i) L. Boltzmann, “*Lectures on Gas theory*”, Dover (New York, 1995). Tradução para o inglês da obra fundamental de Boltzmann, publicada originalmente em duas partes em 1896 e 1898. Dispensa apresentações.
- ii) F. Reif, “*Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*”, McGraw-Hill (New York, 1965). Excelente texto de nível intermediário, de grande valor didático.
- iii) R.C. Tolman, “*The Principles of Statistical Mechanics*”, Dover (New York, 1979). A edição da Dover é uma cópia da edição originalmente publicada em 1938. É um clássico que segue o método de Gibbs e discute os fundamentos da Mecânica Estatística. A notação do formalismo quântico é um tanto antiquada, mas é uma referência obrigatória.
- iv) J. E. Mayer e M. G. Mayer, “*Statistical Mechanics*”, Wiley (New York, 1940). Livro de dois grandes expoentes da Física. Popularizou a chamada expansão de Mayer no tratamento dos gases imperfeitos e das soluções iônicas.

- v) L. D. Landau e E. M. Lifshitz, “*Statistical Physics*”, Addison-Wesley , 2a. edição (Reading, 1969). Tradução do 5o. volume do famoso curso de Física teórica de Landau. Landau morreu quando este livro se encontrava no prelo. Edições posteriores, com a colaboração de Pitayevski, têm separado esta obra em dois volumes, com o segundo oferecendo uma visão mais moderna dos condensados quânticos. Pessoalmente, gosto mais da 2a. edição.
- vi) R. P. Feymann, “*Statistical Mechanics: A set of lectures*”, Benjamin (Reading, 1972). No inconfundível estilo de Feymann, uma recopilação de notas de aulas de um curso patrocinado pelo Hughes Research Laboratory. Não é exatamente um texto, mas sua leitura é fresca e estimulante. Discute o método das integrais de caminho para a matriz densidade. Entre outras coisas, aborda a contribuição original de Feymann para a teoria da Superfluidez.
- vii) K. Huang, “*Statistical Mechanics*”, 2a. edição, Wiley (New York, 1987). Texto de uma geração de físicos (eu incluído). A segunda metade do livro contém tópicos avançados de interesse em diferentes áreas da Física. A 2a. edição inclui um capítulo sobre fenômenos críticos e grupo de renormalização (infelizmente, com o custo de eliminar tópicos da 1a. edição). **Texto na reserva da BIF.**
- viii) M. Toda, R. Kubo e N. Saitô, “*Statistical Physics I: Equilibrium Statistical Mechanics*”, Springer-Verlag (Berlin, 1983). O segundo volume desta obra é dedicada a fenômenos de não-equilíbrio. Um tratamento compacto dos fundamentos da Mecânica Estatística escrito por Toda e Saitô, com a supervisão de Kubo. No último capítulo contém uma discussão sobre ergodicidade. Não tem problemas propostos, mas existe outro livro editado pelo próprio Kubo, só com problemas e suas soluções.
- ix) R. K. Pathria, “*Statistical Mechanics*”, 2a. edição, Butterworth-Heinemann (Oxford, 1996). Um texto completo, contendo passagens detalhadas de muitas deduções. Aborda muitos exemplos. Na segunda edição foi adicionado material sobre fenômenos críticos e grupo de renormalização. **Texto na reserva da BIF.**
- xi) L. P. Kadanoff, “*Statistical Physics, Statics, Dynamics and Renormalization*”, World Scientific (Singapore, 2000). Uma visão moderna e pessoal, contendo as contribuições originais do autor na área dos fenômenos críticos. Inclui *reprints* dos artigos originais e tópicos avançados sobre criticalidade auto-organizada e complexidade.
- xii) R. J. Baxter, “*Exactly solved models in Statistical Mechanics*”, Academic Press (London, New York, 1982). Um compêndio dos modelos de rede (clássicos) que possuem soluções exatas, com as contribuições originais de Baxter. Infelizmente, quase nada é falado sobre a ligação entre os modelos clássicos e quânticos.
- xiii) J. Cardy, “*Scaling and Renormalization in Statistical Physics*”, Cambridge University Press (Cambridge, 2003). A visão pessoal de um dos especialis-

tas da área. A renormalização é focalizada através de métodos no espaço real. O último capítulo trata brevemente da invariância conforme perto do ponto crítico.

- xiv) R. Balian, “*From Microphysics to Macrophysics: Methods and Applications of Statistical Physics*”, Springer-Verlag (Berlin, 2007, 2nd printing), dois volumes. Finalmente em inglês o conhecido livro de Balian, que data de 1982, se bem que a edição inglesa se configura como uma obra diferente. Os fundamentos da Mecânica Estatística de equilíbrio e alguns exemplos são apresentados no primeiro volume. No segundo, Balian trata dos gases e líquidos quânticos, teoria de Estado Sólido, teoria de transporte, termodinâmica de não-equilíbrio e equações cinéticas. As transições de fase são tratadas no primeiro volume como um fenômeno clássico, sem entrar no estudo da teoria de escala e grupo de renormalização. A discussão dos fundamentos da Mecânica Estatística é uma das mais completas, como indicado no próprio título do livro.
- xv) A. J. Leggett, “*Quantum Liquids: Bose condensation and Cooper pairing in condensed-matter systems*”, Oxford University Press (2006), uma abordagem atualizada dos condensados quânticos, onde a ênfase é um tratamento unificado do fenômeno, interpolando entre a condensação de Bose e a formação de pares de Cooper.

2. ARTIGOS DE REVISÃO

- (a) D. ter Haar, “*Foundation of Statistical Mechanics*”, Rev. Mod. Phys. **27**, 289 (1955).
- (b) U. Fano, “*Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques*”, Rev. Mod. Phys. **29**, 74 (1957).
- (c) O. Penrose, “*Foundations of Statistical Mechanics*”, Rep. Prog. Phys. **42**, 129 (1979).
- (d) L. P. Kadanoff *et al.*, “*Static Phenomena Near Critical Points: Theory and Experiments*”, Rev. Mod. Phys. **39**, 395 (1967). □

10 Avaliação

Haverá, no possível, uma lista semanal de exercícios. A avaliação contará com duas verificações de mesmo peso (com uma prova de reposição), sendo que a última é obrigatória. As provas estarão inspiradas, em grande parte, em exercícios formulados nas listas. A média final será obtida como

$$MF = \frac{1}{2}(P_3 + P_i),$$

onde P_i ($i = 1$ ou 2) é a melhor nota das duas primeira provas. Os conceitos finais serão atribuídos de acordo com uma análise da distribuição das notas, sujeita às condições abaixo:

- i) **A** com certeza para nota x , com $x \geq 9,0$;
- ii) **D** (reprovação) para nota x , com $x < 5,0$. □