

F 415 – Mecânica Geral II

1º semestre de 2024

05/03/2024

Aula 1

<http://sites.ifi.unicamp.br/emiranda>

Na aba Ensino, procurar a sub-aba
F-415 Mecânica Geral II (1o. sem. 2024)



Prof. Eduardo Miranda

Universidade Estadual de Campinas (The University of Campinas)

[Quem sou](#)[Pesquisa](#)[Publicações](#)[Teses e dissertações](#)[Ensino ▾](#)[Notas de aulas](#)[Links](#)[GFSMC](#)[Contato](#)

F 415 – Mecânica Geral II (1o. sem. 2024)

Primeiro semestre de 2024

AVISOS:

Prof. Eduardo Miranda

Sala 236 – DFMC – IFGW (Tel.: 3521-5486)

E-mail: [use essa página](#)

Horário: Terças-feiras (sala PB-14) e quintas-feiras (sala CB-15), das 14 às 16h

Atendimento dos monitores: PED – 2a. e 4a., das 12h às 13h na sala IF-15

PAD – 3a. e 5a. das 12h às 14h na sala

- [1. Estrutura das aulas.](#)
- [2. Listas de problemas.](#)
- [3. Notas](#)



IDIOMA:



LOGIN

[Administração](#)[Sair](#)[Feed de posts](#)[Feed de comentários](#)[WordPress.org](#)

Livro adotado: *Classical Dynamics of Particles and Systems*, Jerry B. Marion and Stephen T. Thornton, 4th Edition, Harcourt College Publishers, 1995.

Fontes adicionais:

Mechanics, Keith R. Symon, 3rd Edition, Addison-Wesley, 1971.

Classical Mechanics, Herbert Goldstein, 2nd Edition, Addison-Wesley, 1980 (mais avançado).

Ementa: Caps. 8 ao 14 do Marion-Thornton.

1. Forças centrais.
2. Sistemas de partículas.
3. Referenciais não inerciais
4. Dinâmica de corpos rígidos.
5. Oscilações acopladas.
6. Meios contínuos e ondas.
7. Teoria especial da Relatividade.

ATENÇÃO: ARTIGOS DE REVISTAS CIENTÍFICAS PODEM SER BAIXADOS DE DENTRO DA UNICAMP (OU DE FORA, USANDO O VPN):

- Applets de assuntos da disciplina:
 - Forças centrais: [Problema de 2 corpos](#); [1a. lei de Kepler](#); [2a. lei de Kepler](#).
 - Dinâmica de corpos rígidos: [o pião](#); [a precessão dos equinócios \(video1, video2\)](#); [o polo celestial \(outro\)](#).
 - Oscilações acopladas: [dois pêndulos acoplados por uma mola](#); [5 massas acopladas](#);
 - Ondas em meios contínuos: [corda vibrante](#);
 - [O pêndulo de Foucault](#).
- Caos: [Página](#) com vários applets de sistemas caóticos. [O pêndulo duplo](#). [Livro sobre caos](#).
- [Um texto sobre como estudar Física \(em inglês\)](#)
- Sobre o efeito desprezível da força de Coriolis no vórtice de escoamento de ralos (o chamado "Bathtub vortex"): [experimento](#) que mostrou que o efeito pode ser observado se enorme cuidado é tomado para eliminar outras influências. Como o artigo é pago, veja aqui [comentário](#) sobre o artigo.
- Vídeos do pêndulo de Foucault: no [Museu de Ciências e Indústria de Chicago](#); numa [demonstração de laboratório](#).
- Vários problemas envolvendo correntes ou cordas caindo ou sendo puxadas:
 - **A corda/corrente caindo por um buraco ou pela borda de uma mesa (problema 9.15 do Marion/Thornton)**. [Esse artigo](#) mostra que a suposição de conservação de energia não funciona. O tratamento que não assume conservação de energia dá uma descrição melhor, porém não perfeita, provavelmente por causa da natureza discreta da corda/corrente, do caráter não unidimensional de uma corda/corrente real (a parte em cima da mesa não ocupa apenas um ponto) e outras diferenças entre o caso real e o modelo idealizado.
 - **A corda/corrente caindo sobre uma mesa (exemplo 9.10 do Marion/Thornton)**. Esse problema é usualmente resolvido assumindo que a corda/corrente em queda tem aceleração g . Entretanto, [esse artigo](#) mostra que uma corda/corrente real "puxa" a corda/corrente em queda e aumenta sua aceleração em relação a g . Veja também as explicações e vídeos [desse site](#) dos autores do artigo. [Esse outro artigo](#) também é relacionado.
 - Veja [nesse vídeo](#) uma exposição do excelente Prof. Tadashi Tokieda sobre a física surpreendente das correntes caindo.
- [Força centrífuga X força centrípeta](#).
- Esse [vídeo](#) mostra a rotação livre de torques de um parafuso-T na estação espacial. O parafuso-T tem os três momentos de inércia principais diferentes entre si, como um controle remoto. O [vídeo](#) mostra como a rotação inicial em torno do eixo de momento de inércia intermediário é instável e como o parafuso-T fica alternando entre duas rotações diferentes ("Teorema do controle remoto"). Veja também [um vídeo do Veritasium](#) com uma explicação intuitivamente simples do teorema, sugerida pelo grande matemático Terence Tao. De sobra, o [vídeo](#) também explica porque esse tipo de instabilidade não afeta corpos celestes como a Terra.
- [Vídeo](#) demonstrando algumas propriedades de giroscópios, que nada mais são que piões simétricos. [Outro vídeo](#) mostrando a estabilidade da rotação de giroscópios.
- [Espectro](#) de absorção no infravermelho do CO_2 , mostrando os modos de vibração da molécula.

Avaliação: 3 provas (P1, P2, P3).

$$M = (P1 + P2 + P3)/3$$

Se $M \geq 5.0$, Aprovado

Se $2.5 < M < 5.0$, $MF = (M + E)/2$, onde E = Exame final

Aprovado se $MF \geq 5.0$

Datas das provas:

P1: 02 de abril (Caps. 8, 9)

P2: 04 de junho (Caps. 10, 11 e 12)

P3: 27 de junho (Caps.13 e 14)

E: 11 de julho

Estrutura das aulas de F-415 (1o. sem. de 2024)

ATENÇÃO: ARTIGOS DE REVISTAS CIENTÍFICAS PODEM SER BAIXADOS DE DENTRO DA UNICAMP (OU DE FORA, USANDO O [VPN](#)).

Capítulo 8 (4 aulas) ([Notas de aula](#))

05/03 – Introdução. Definição de forças centrais. Centro de massa e coordenada relativa. Massa reduzida. Desacoplamento das dinâmicas do centro de massa e da coordenada relativa. Conservação do momento linear total. [Pas des deux \(Norman McLaren\)](#).

07/03 – Conservação do momento angular. Segunda lei de Kepler (lei das áreas). Conservação da energia. Redução do problema de forças centrais a quadraturas. Potencial efetivo. Análise qualitativa dos movimentos possíveis. Trajetórias compactas fechadas e abertas. [A descoberta de Netuno](#). [A precessão do periélio de Mercúrio e o “planeta” Vulcan](#). [A procura pelo Planeta X](#) (ver também [aqui](#) e [aqui](#)).

12/03 – Órbitas abertas e fechadas. Equação da trajetória. Exemplo. O problema de Kepler. 1a. e 3a. leis de Kepler.



IDIOMA:



LOGIN

[Administração](#)

[Sair](#)

[Feed de posts](#)

[Feed de comentários](#)

[WordPress.org](#)

Listas de problemas (F415)

A numeração dos problemas abaixo refere-se ao livro-texto nas suas 4a. ou 5a. edições. Quando há diferença entre elas, o número dado é o da 4a. edição, seguido do número da 5a. edição entre parênteses.

- Lista 1: Problemas do Capítulo 8: 6, 9, 10, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 37. [Outros](#).
- Lista 2: Problemas do Capítulo 9: 3, 4, 5, 9, 21(23), 22(24), 26(28), 30(32), 32(34), 39(41), 44(46), 48(50).
- Lista 3: Problemas do Capítulo 10: 1, 2, 8, 9, 10, 12.
- Lista 4: Problemas do Capítulo 11: 2, 3, 12, 14, 16, 17, 18, 22, 23, 27, 29. [Outros](#).
- Lista 5: Problemas do Capítulo 12: 1, 3, 5, 7, 8, 16, 17, 18, 22.
- Lista 6: Problemas do Capítulo 13: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 11, 17, 18, 20, 22 (Os problemas 17, 20 e 22 são mais trabalhosos).
- Lista 7: Problemas do Capítulo 14: [Extra](#), 3, 4, 11, 15, 16, 21, 24, 25, 31, 33.



IDIOMA:



LOGIN

[Administração](#)

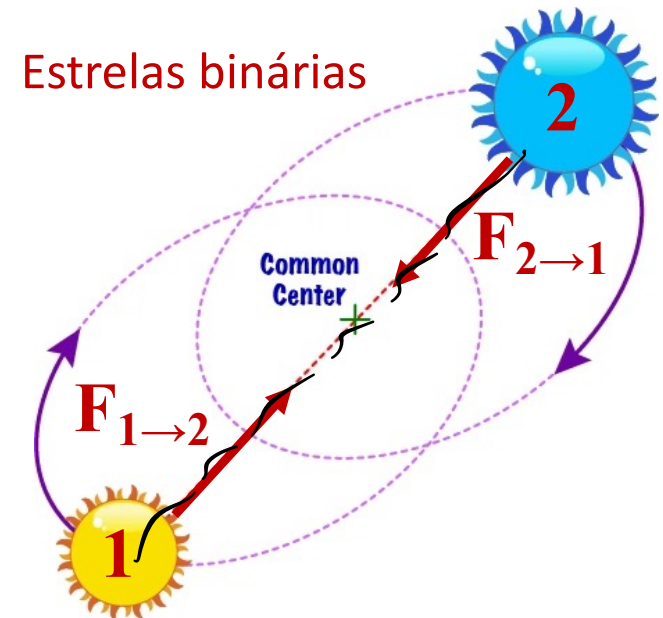
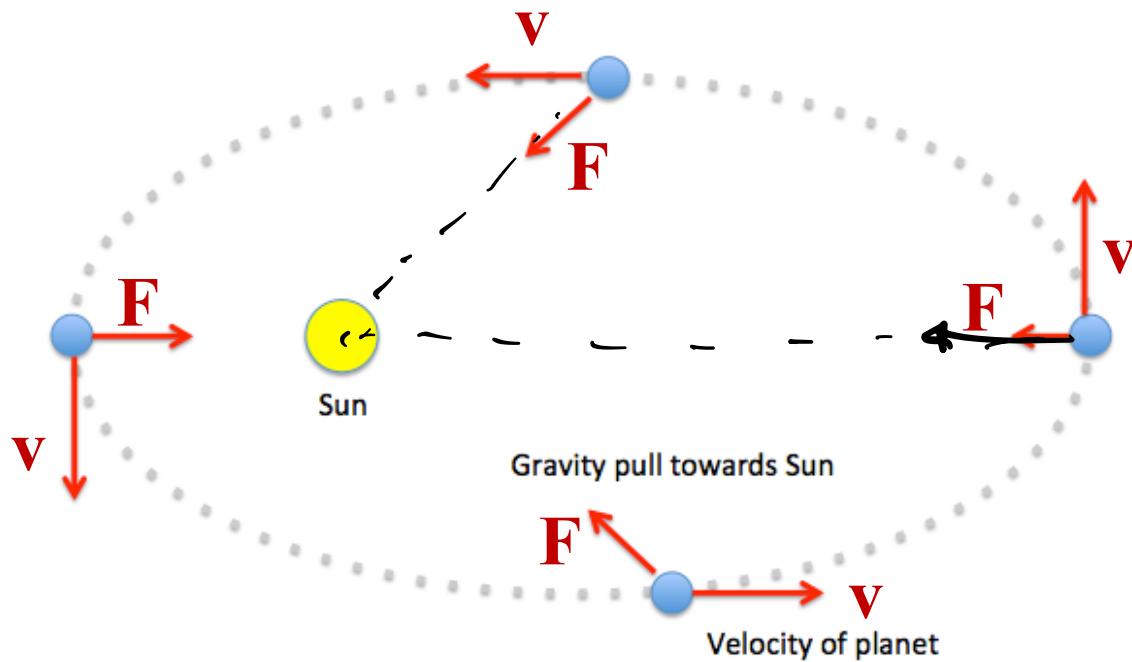
[Sair](#)

[Feed de posts](#)

[Feed de comentários](#)

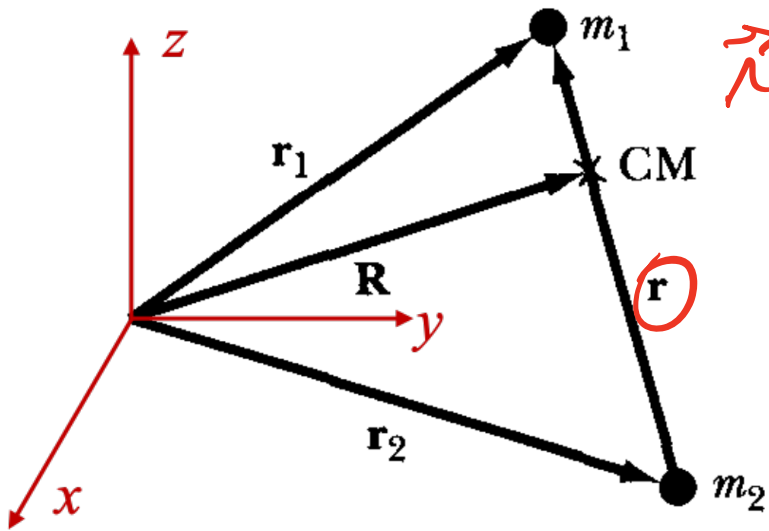
[WordPress.org](#)

Problema de 2 corpos e forças centrais



Estrelas binárias

Forças centrais - notação



$$\vec{\lambda}_{12} = \vec{\lambda}_1 - \vec{\lambda}_2 = \vec{\lambda} = -(\vec{\lambda}_2 - \vec{\lambda}_1) = -\vec{\lambda}_{21}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{\vec{\lambda}_{12}}{|\vec{\lambda}_{12}|} = \frac{\vec{\lambda}_1 - \vec{\lambda}_2}{|\vec{\lambda}_1 - \vec{\lambda}_2|}$$

EM COMPONENTES CARTESIANAS

$$\vec{\lambda}_1 = x_1 \hat{x} + y_1 \hat{y} + z_1 \hat{z}$$

$$\vec{\lambda}_2 = x_2 \hat{x} + y_2 \hat{y} + z_2 \hat{z}$$

$$\vec{\lambda}_1 - \vec{\lambda}_2 = (x_1 - x_2) \hat{x} + (y_1 - y_2) \hat{y} + (z_1 - z_2) \hat{z}$$

$$|\vec{\lambda}_1 - \vec{\lambda}_2| = [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2]^{1/2}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{(x_1 - x_2) \hat{x} + (y_1 - y_2) \hat{y} + (z_1 - z_2) \hat{z}}{[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2]^{1/2}}$$

$$[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2]^{1/2}$$

Forças conservativas

Em 1D : $F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$

Em 3D : $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} U(\vec{r}) = -\frac{\partial U}{\partial x} \hat{x} - \frac{\partial U}{\partial y} \hat{y} - \frac{\partial U}{\partial z} \hat{z}$

\Leftrightarrow

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$$

PARA 2 PARTÍCULAS \vec{r}_1, \vec{r}_2 : SE EXISTE

$$U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = U(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)$$

TAL QUE:

$$\vec{F}_1 = -\vec{\nabla}_1 U = -\frac{\partial U}{\partial x_1} \hat{x} - \frac{\partial U}{\partial y_1} \hat{y} - \frac{\partial U}{\partial z_1} \hat{z}$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{\nabla}_2 U$$

Forças centrais são conservativas

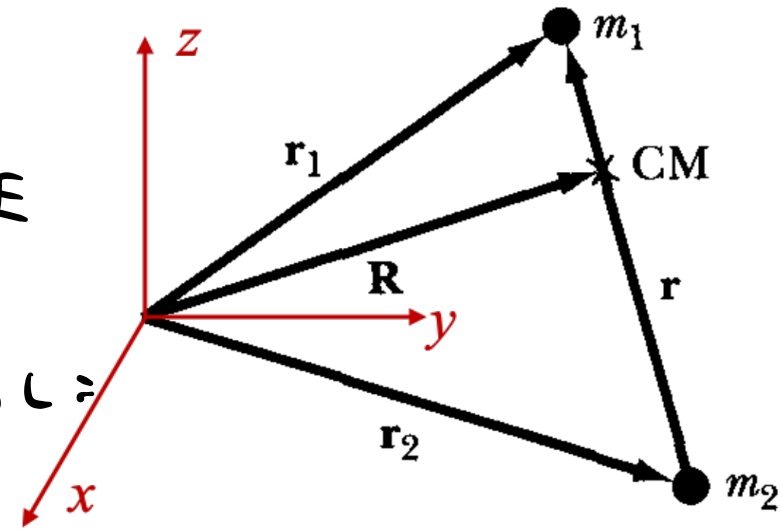
SE $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(r) = F(r) \hat{n}$

O MÓDULO DE \vec{F} SO' DEPENDE DE

$$r = |\vec{r}|$$

PARA A FORÇA GRAVITACIONAL =

$$\vec{F}_{12} = - \underbrace{\frac{G m_1 m_2}{r^2}}_{F(r)} \hat{n}$$



SE $U = U(r) = U(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) = U(\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2})$

ENTÃO:

$$\vec{F}_2 = - \frac{\partial U}{\partial x_1} \hat{x} - \frac{\partial U}{\partial y_2} \hat{y} - \frac{\partial U}{\partial z_2} \hat{z}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{\partial U(r)}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x_1} ; \quad \frac{\partial U}{\partial y_1} = \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y_1} ; \quad \frac{\partial U}{\partial z_1} = \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z_1}$$

$$\frac{\partial r}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \right) = \frac{x_1 - x_2}{r} = \frac{x_1 - x_2}{r}$$

$$\frac{\partial r}{\partial y_1} = \frac{y_1 - y_2}{r} \quad \frac{\partial r}{\partial z_1} = \frac{z_1 - z_2}{r}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_2 &= -\vec{\nabla}_2 U = - \frac{dU}{dr} \left[(x_1 - x_2) \hat{x} + (y_1 - y_2) \hat{y} + (z_1 - z_2) \hat{z} \right] \\ &= - \frac{dU}{dr} \left(\frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \right) = - \frac{dU}{dr} \hat{r} \\ & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{F(r)} \end{aligned}$$

ANALOGAMENTE:

$$\vec{F}_2 = -\vec{\nabla}_2 U = \frac{dU}{dr} \hat{r} = -\vec{F}_1 \quad (3^a \text{ LEI DE NEWTON})$$

EM RESUMO:

DADA UMA FORÇA CENTRAL: $\vec{F} = F(r) \hat{r}$

OBTENHA $U(r) = -\int_{r_0}^r F(r) dr \Leftrightarrow F(r) = -\frac{dU}{dr}$

E $U(r)$ SERÁ A ENERGIA POTENCIAL DAQUELA FORÇA. ISSO MOSTRA QUE A FORÇA É CONSERVATIVA.

EXEMPLO: (a) $F(r) = -kr \Rightarrow U(r) = \frac{1}{2} kr^2$

$$\Rightarrow -\vec{\nabla}_1 U = \vec{F}_1 = -kr \hat{r}$$

$$(b) F(r) = -\frac{Gm_1 m_2}{r^2} \Rightarrow U(r) = \int_{\infty}^r \frac{Gm_1 m_2}{r^2} dr = -\int_{\infty}^r \frac{Gm_1 m_2}{r^2} dr$$

$$U(r) = -\frac{Gm_1 m_2}{r}$$

Revisão rápida da formulação Lagrangiana

FORMULAÇÃO LAGRANGIANA:

UMA PARTÍCULA EM 1D: POSIÇÃO x , VELOCIDADE \dot{x}

EXISTE UMA FUNÇÃO $L(x, \dot{x}) = T - V$

$T = \text{EN. CINÉTICA}$

$$= \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - U(x)$$

$V = \text{" POTENCIAL}$

TAL QUE:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} &= m \dot{x} \\ \frac{\partial L}{\partial x} &= -\frac{dU}{dx} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{d}{dt} [m \dot{x}] + \frac{dU}{dx} = 0 \Rightarrow m \ddot{x} = -\frac{dU}{dx} = F(x)$$

DE MANEIRA GERAL: $L[q_1, q_2, \dots, q_N; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N]$

PARA CADA PAR (q_i, \dot{q}_i) :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, \dots, N)$$

NA AULA QUE VEM, VOU ESCREVER
A LAGRANGIANA DE UM SISTEMA DE DOIS
CORPOS INTERAGINDO POR FORÇAS CENTRAIS