

# F 415 – Mecânica Geral II

1º semestre de 2024

05/03/2024

Aula 1

<http://sites.ifi.unicamp.br/emiranda>

Na aba Ensino, procurar a sub-aba  
F-415 Mecânica Geral II (1o. sem. 2024)



Prof. Eduardo Miranda  
Universidade Estadual de Campinas (The University of Campinas)

Quem sou    Pesquisa    Publicações    Teses e dissertações    Ensino ▾    Notas de aulas    Links    GFSCMC    Contato

## F 415 – Mecânica Geral II (1o. sem. 2024)

Primeiro semestre de 2024

### AVISOS:

Prof. Eduardo Miranda

Sala 236 – DFMC – IFGW (Tel.: 3521-5486)

E-mail: [use essa página](#)

Horário: Terças-feiras (sala PB-14) e quintas-feiras (sala CB-15), das 14 às 16h

Atendimento dos monitores: PED – 2a. e 4a., das 12h às 13h na sala IF-15

PAD – 3a. e 5a. das 12h às 14h na sala

1. Estrutura das aulas.

2. Listas de problemas.

3. Notas

Busca



IDIOMA:



LOGIN

[Administração](#)

[Sair](#)

[Feed de posts](#)

[Feed de comentários](#)

[WordPress.org](#)

Livro adotado: *Classical Dynamics of Particles and Systems*, Jerry B. Marion and Stephen T. Thornton, 4th Edition, Harcourt College Publishers, 1995.

Fontes adicionais:

*Mechanics*, Keith R. Symon, 3rd Edition, Addison-Wesley, 1971.

*Classical Mechanics*, Herbert Goldstein, 2nd Edition, Addison-Wesley, 1980 (mais avançado).

**Ementa:** Caps. 8 ao 14 do Marion-Thornton.

1. Forças centrais.
2. Sistemas de partículas.
3. Referenciais não inerciais
4. Dinâmica de corpos rígidos.
5. Oscilações acopladas.
6. Meios contínuos e ondas.
7. Teoria especial da Relatividade.

- Applets de assuntos da disciplina:
  - Forças centrais: [Problema de 2 corpos](#); [1a. lei de Kepler](#); [2a. lei de Kepler](#).
  - Dinâmica de corpos rígidos: [o pião](#); a precessão dos equinócios ([video1](#), [video2](#)); [o polo celestial \(outro\)](#).
  - Oscilações acopladas: [dois pêndulos acoplados por uma mola](#); [5 massas acopladas](#);
  - Ondas em meios contínuos: [corda vibrante](#);
  - [O pêndulo de Foucault](#).
- Caos: [Página](#) com vários applets de sistemas caóticos. [O pêndulo duplo](#). [Livro](#) sobre caos.
- [Um texto sobre como estudar Física](#) (em inglês)
- Sobre o efeito desprezível da força de Coriolis no vórtice de escoamento de ralos (o chamado "Bathtub vortex"): [experimento](#) que mostrou que o efeito pode ser observado se enorme cuidado é tomado para eliminar outras influências. Como o artigo é pago, veja aqui [comentário](#) sobre o artigo.
- Videos do pêndulo de Foucault: no [Museu de Ciências e Indústria de Chicago](#); numa [demonstração de laboratório](#).
- Vários problemas envolvendo correntes ou cordas caindo ou sendo puxadas:
  - [A corda/corrente caindo por um buraco ou pela borda de uma mesa \(problema 9.15 do Marion/Thornton\)](#). Esse artigo mostra que a suposição de conservação de energia não funciona. O tratamento que não assume conservação de energia dá uma descrição melhor, porém não perfeita, provavelmente por causa da natureza discreta da corda/corrente, do caráter não unidimensional de uma corda/corrente real (a parte em cima da mesa não ocupa apenas um ponto) e outras diferenças entre o caso real e o modelo idealizado.
  - [A corda/corrente caindo sobre uma mesa \(exemplo 9.10 do Marion/Thornton\)](#). Esse problema é usualmente resolvido assumindo que a corda/corrente em queda tem aceleração  $g$ . Entretanto, esse artigo mostra que uma corda/corrente real "puxa" a corda/corrente em queda e aumenta sua aceleração em relação a  $g$ . Veja também as explicações e videos [desse site](#) dos autores do artigo. Esse outro artigo também é relacionado.
  - Veja [nesse video](#) uma exposição do excelente Prof. Tadashi Tokieda sobre a física surpreendente da correntes caindo.
- [Força centrífuga X força centrípeta](#).
- Esse [video](#) mostra a rotação livre de torques de um parafuso-T na estação espacial. O parafuso-T tem os três momentos de inércia principais diferentes entre si, como um controle remoto. O [video](#) mostra como a rotação inicial em torno do eixo de momento de inércia intermediário é instável e como o parafuso-T fica alternando entre duas rotações diferentes ("Teorema do controle remoto"). Veja também [um video do Veritasium](#) com uma explicação intuitivamente simples do teorema, sugerida pelo grande matemático Terence Tao. De sobra, o [video](#) também explica porque esse tipo de instabilidade não afeta corpos celestes como a Terra.
- [Video](#) demonstrando algumas propriedades de giroscópios, que nada mais são que piões simétricos. [Outro video](#) mostrando a estabilidade da rotação de giroscópios.
- [Espectro de absorção no infravermelho do CO<sub>2</sub>](#), mostrando os modos de vibração da molécula.

Avaliação: 3 provas (P1, P2, P3).

$$M = (P1 + P2 + P3)/3$$

Se  $M \geq 5.0$ , Aprovado

Se  $2.5 < M < 5.0$ , MF =  $(M + E)/2$ , onde E = Exame final

Aprovado se  $MF \geq 5.0$

Datas das provas:

P1: 02 de abril (Caps. 8, 9)

P2: 04 de junho (Caps. 10, 11 e 12)

P3: 27 de junho (Caps. 13 e 14)

E: 11 de julho



# Prof. Eduardo Miranda

Universidade Estadual de Campinas (The University of Campinas)

Quem sou    Pesquisa    Publicações    Teses e dissertações    Ensino ▾    Notas de aulas    Links    GFSMC    Contato

## Estrutura das aulas de F-415 (1o. sem. de 2024)

ATENÇÃO: ARTIGOS DE REVISTAS CIENTÍFICAS PODEM SER BAIXADOS DE DENTRO DA UNICAMP (OU DE FORA, USANDO O [VPN](#)).

### Capítulo 8 (4 aulas) ([Notas de aula](#))

05/03 – Introdução. Definição de forças centrais. Centro de massa e coordenada relativa. Massa reduzida. Desacoplamento das dinâmicas do centro de massa e da coordenada relativa. Conservação do momento linear total. [Pas des deux \(Norman McLaren\)](#).

07/03 – Conservação do momento angular. Segunda lei de Kepler (lei das áreas). Conservação da energia. Redução do problema de forças centrais a quadraturas. Potencial efetivo. Análise qualitativa dos movimentos possíveis. Trajetórias compactas fechadas e abertas. [A descoberta de Netuno](#). [A precessão do periélio de Mercúrio](#) e o “planeta” [Vulcan](#). [A procura pelo Planeta X](#) (ver também [aqui](#) e [aqui](#)).

12/03 – Órbitas abertas e fechadas. Equação da trajetória. Exemplo. O problema de Kepler. 1a. e 3a. leis de Kepler.

Busca



IDIOMA:



LOGIN

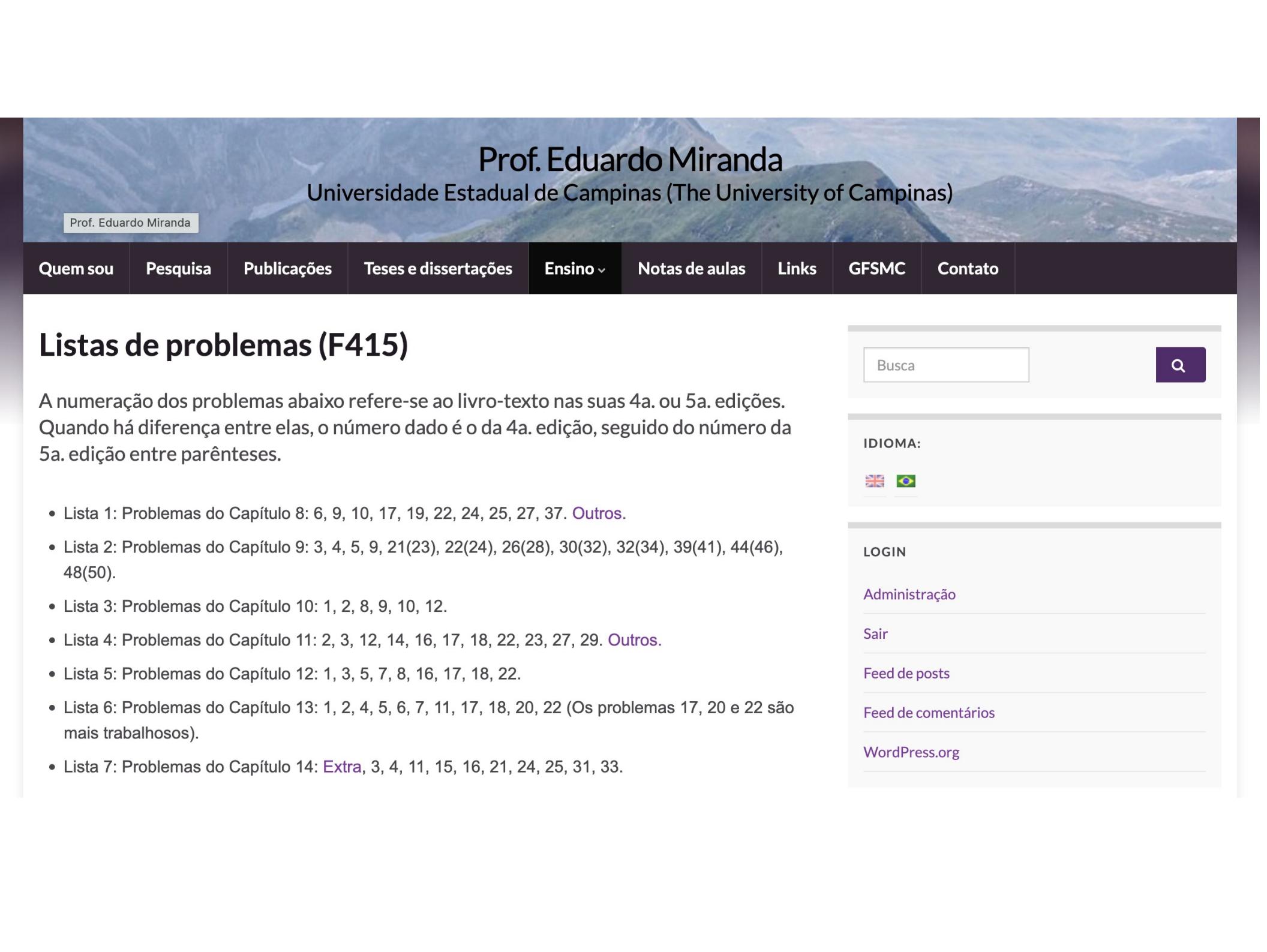
[Administração](#)

[Sair](#)

[Feed de posts](#)

[Feed de comentários](#)

[WordPress.org](#)



# Prof. Eduardo Miranda

Universidade Estadual de Campinas (The University of Campinas)

Prof. Eduardo Miranda

Quem sou

Pesquisa

Publicações

Teses e dissertações

Ensino

Notas de aulas

Links

GFSMC

Contato

## Listas de problemas (F415)

A numeração dos problemas abaixo refere-se ao livro-texto nas suas 4a. ou 5a. edições. Quando há diferença entre elas, o número dado é o da 4a. edição, seguido do número da 5a. edição entre parênteses.

- Lista 1: Problemas do Capítulo 8: 6, 9, 10, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 37. [Outros](#).
- Lista 2: Problemas do Capítulo 9: 3, 4, 5, 9, 21(23), 22(24), 26(28), 30(32), 32(34), 39(41), 44(46), 48(50).
- Lista 3: Problemas do Capítulo 10: 1, 2, 8, 9, 10, 12.
- Lista 4: Problemas do Capítulo 11: 2, 3, 12, 14, 16, 17, 18, 22, 23, 27, 29. [Outros](#).
- Lista 5: Problemas do Capítulo 12: 1, 3, 5, 7, 8, 16, 17, 18, 22.
- Lista 6: Problemas do Capítulo 13: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 11, 17, 18, 20, 22 (Os problemas 17, 20 e 22 são mais trabalhosos).
- Lista 7: Problemas do Capítulo 14: [Extra](#), 3, 4, 11, 15, 16, 21, 24, 25, 31, 33.

Busca



IDIOMA:



LOGIN

[Administração](#)

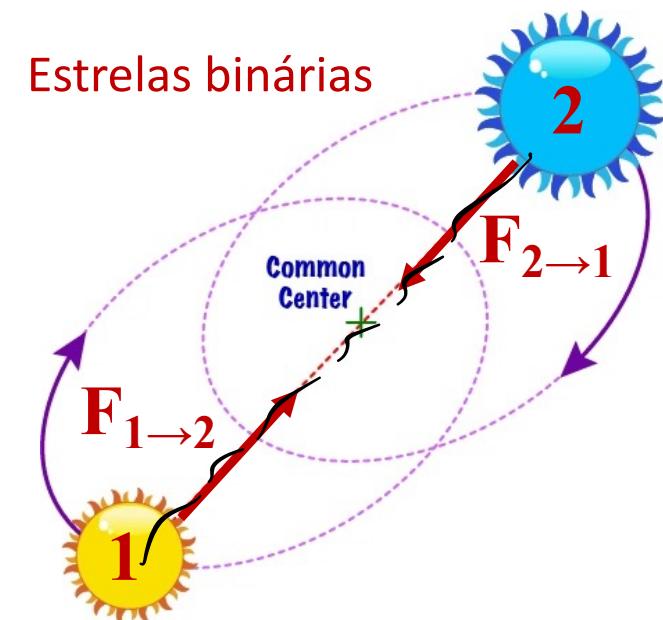
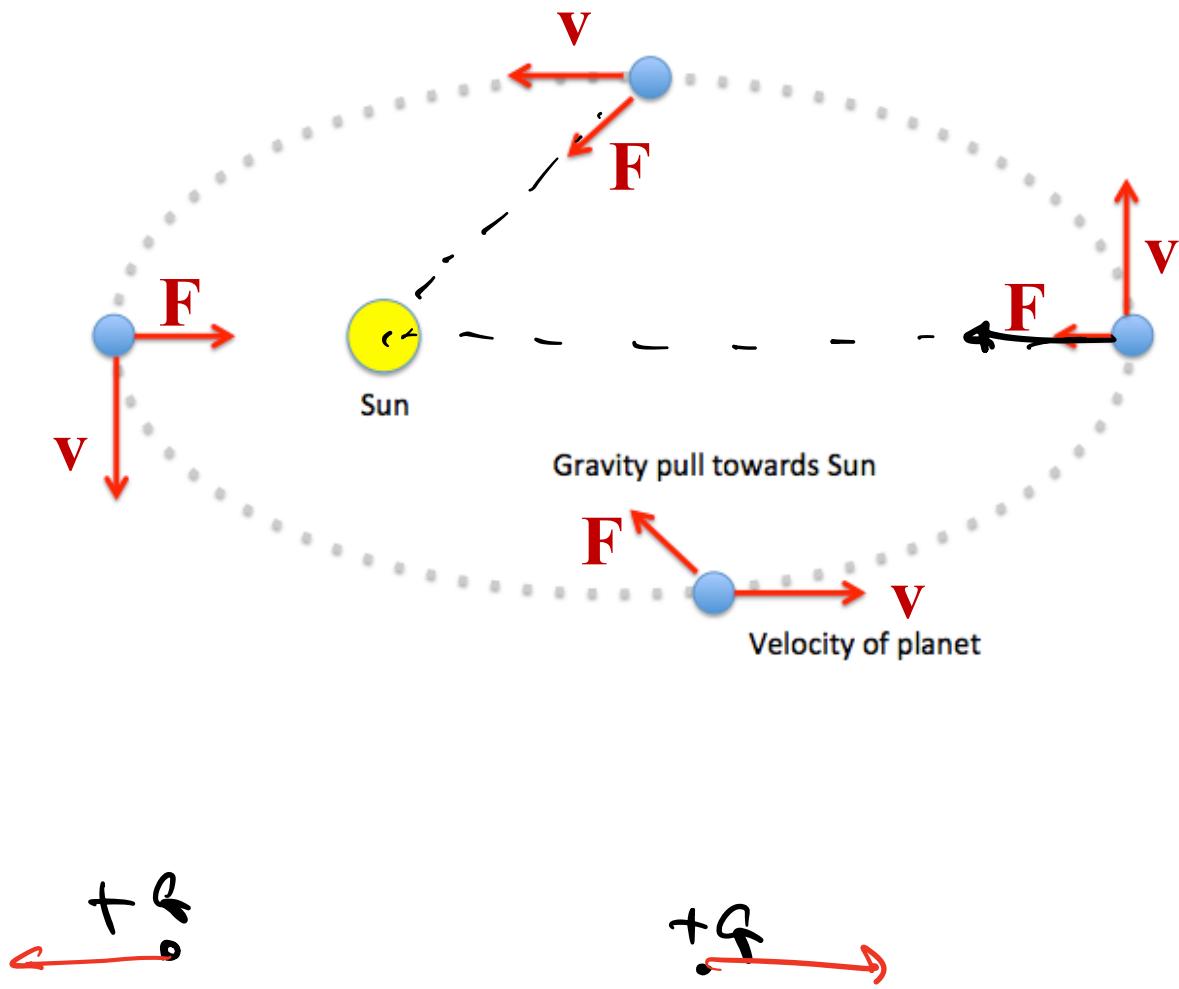
[Sair](#)

[Feed de posts](#)

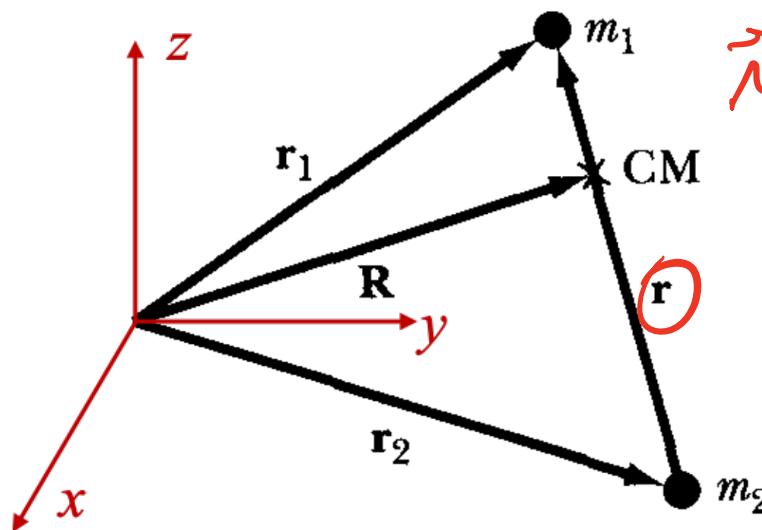
[Feed de comentários](#)

[WordPress.org](#)

# Problema de 2 corpos e forças centrais



# Forças centrais - notação



$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} = -(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = -\vec{r}_{21}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

EM COMPONENTES CARTESIANAS

$$\vec{r}_1 = x_1 \hat{x} + y_1 \hat{y} + z_1 \hat{z}$$

$$\vec{r}_2 = x_2 \hat{x} + y_2 \hat{y} + z_2 \hat{z}$$

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (x_1 - x_2) \hat{x} + (y_1 - y_2) \hat{y} + (z_1 - z_2) \hat{z}$$

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

$$\hat{r} = \frac{(x_1 - x_2) \hat{x} + (y_1 - y_2) \hat{y} + (z_1 - z_2) \hat{z}}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}}$$

# Forças conservativas

EM 1D:  $F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$

EM 3D:  $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}U(\vec{r}) = -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial U}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial U}{\partial z}\hat{z}$

$\nabla \times \vec{F} = 0$

PARA 2 PARTÍCULAS  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ : SE EXISTE  
 $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = U(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)$

TAL QUE:

$$\vec{F}_1 = -\vec{\nabla}_1 U = -\frac{\partial U}{\partial x_1}\hat{x} - \frac{\partial U}{\partial y_1}\hat{y} - \frac{\partial U}{\partial z_1}\hat{z}$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{\nabla}_2 U$$

# Forças centrais são conservativas

SE  $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(r) = F(r) \hat{r}$

O MÓDULO DE  $\vec{F}$  SO' DEPENDE DE

$$r = |\vec{r}|$$

PARA A FORÇA GRAVITACIONAL:

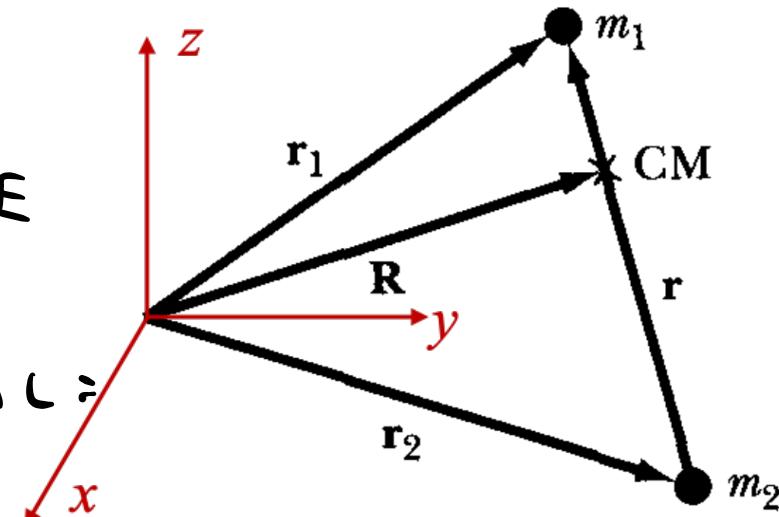
$$\vec{F}_1 = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\underbrace{F(r)}$$

SE  $U = U(r) = U(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) = U(\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2})$

ENTÃO:

$$\vec{F}_2 = -\frac{\partial U}{\partial x_1} \hat{x} - \frac{\partial U}{\partial y_1} \hat{y} - \frac{\partial U}{\partial z_1} \hat{z}$$



$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x_1} ; \quad \frac{\partial U}{\partial y_1} = \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y_1} ; \quad \frac{\partial U}{\partial z_1} = \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z_1}$$

$$\frac{\partial r}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \right) = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{...}} = \frac{x_1 - x_2}{r}$$

$$\frac{\partial r}{\partial y_1} = \frac{y_1 - y_2}{r} \quad \frac{\partial r}{\partial z_1} = \frac{z_1 - z_2}{r}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_2 = -\vec{\nabla}_2 U &= -\frac{\partial U}{\partial r} \left[ (x_1 - x_2) \hat{x} + (y_1 - y_2) \hat{y} + (z_1 - z_2) \hat{z} \right] \\ &= -\frac{\partial U}{\partial r} \left( \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \right) = \underbrace{-\frac{\partial U}{\partial r}}_{F(r)} \hat{r} \end{aligned}$$

ANALOGAMENTE:

$$\vec{F}_2 = -\vec{\nabla}_2 U = \frac{\partial U}{\partial r} \hat{r} = -\vec{F}_1 \quad (\text{3\textsuperscript{a} LEI DE NEWTON})$$

EM RESUMO:

DADA UMA FORÇA  $\overset{\wedge}{F}$  CENTRAL:  $\overset{\wedge}{F} = F(r) \overset{\wedge}{r}$

OBTE NHTA  $U(r) = - \int_{r_0}^r F(r) dr \Leftrightarrow F(r) = - \frac{dU}{dr}$

E  $U(r)$  SERÁ A ENERGIA POTENCIAL DAQUELA FORÇA. ISSO MOSTRA QUE A FORÇA É CONSERVATIVA.

EXEMPLO: (a)  $F(r) = -kr \Rightarrow U(r) = \frac{1}{2}kr^2$

$$\Rightarrow -\vec{\nabla}_1 U = \vec{F}_2 = -kr \overset{\wedge}{r}$$

(b)  $F(r) = -\frac{GM_1 M_2}{r^2} \Rightarrow U(r) = \int_{\infty}^r \frac{GM_1 M_2}{r^2} dr = -\int_{r}^{\infty} \frac{GM_1 M_2}{r^2} dr$

$$U(r) = -\frac{GM_1 M_2}{r}$$

# Revisão rápida da formulação Lagrangiana

FORMULAÇÃO LAGRANGIANA:

UMA PARTECULA EM 1D: POSIÇÃO  $x$ , VELOCIDADE  $\dot{x}$

EXISTE UMA FUNÇÃO  $L(x, \dot{x}) = T - V$

$T = \text{EN. CINÉTICA}$   $= \frac{1}{2}m\dot{x}^2$

$V = \text{" POTENCIAL}$

TAL QUE:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} \\ \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{dU}{dx} \end{array} \right\}$$

$$\frac{d}{dt} [m\dot{x}] + \frac{dU}{dx} = 0 \Rightarrow m\ddot{x} = -\frac{dU}{dx} = f(x)$$

DE MANNERA GERAL:  $L\{q_1, \dot{q}_1, \dots, q_n; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n\}$

PARA CADA PAR  $(q_i, \dot{q}_i)$ :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

NA AULA QUE VEM, VOU ESCREVER  
A LAGRANGIANA DE UM SISTEMA DE DOIS  
CORPOS INTERAGINDO POR FORÇAS CENTRAIS