Aula 17

F 502 – Eletromagnetismo I

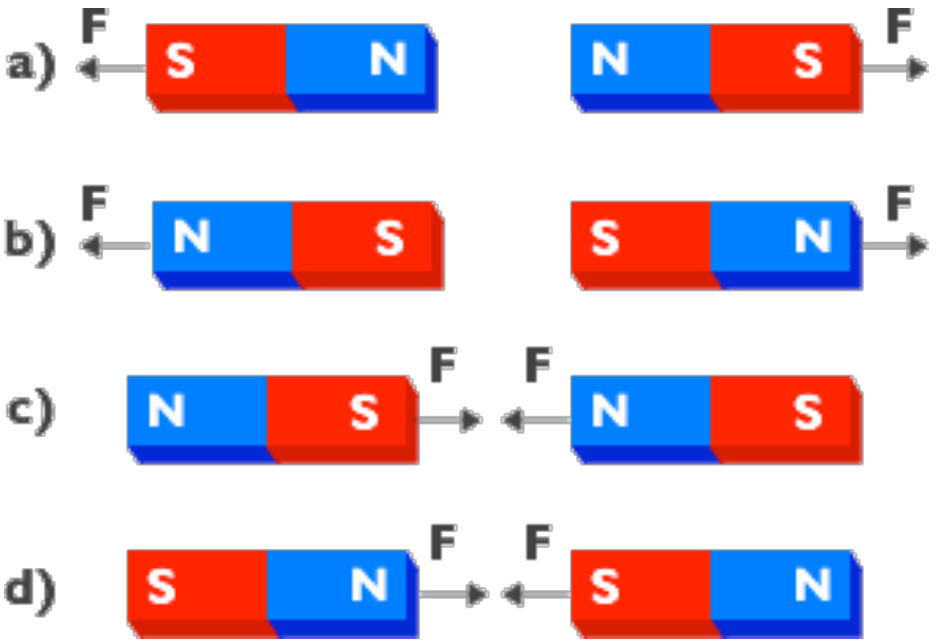
2º semestre de 2020

12/11/2020

Magnetostática

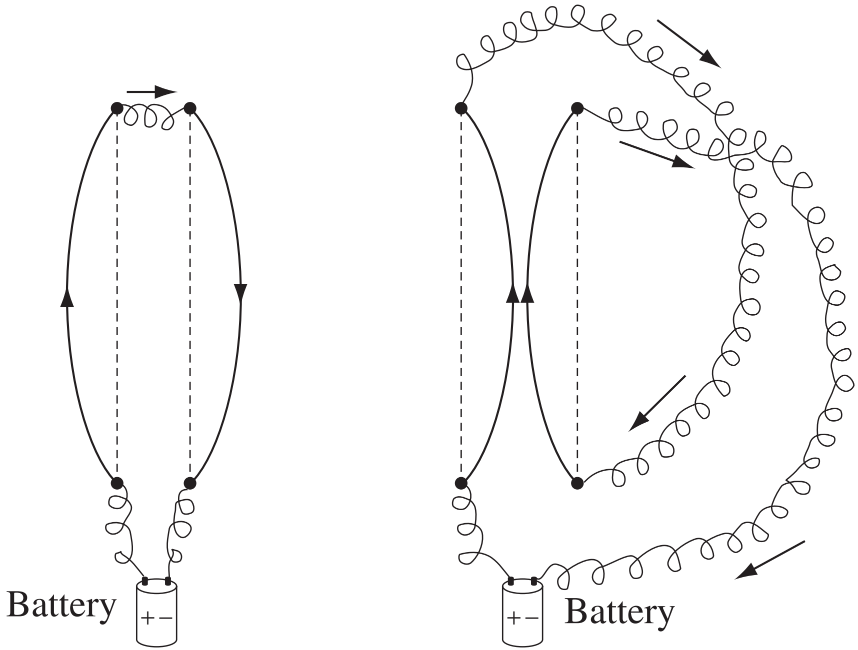
Ímãs permanentes interagem entre si

Força magnética: força entre ímãs



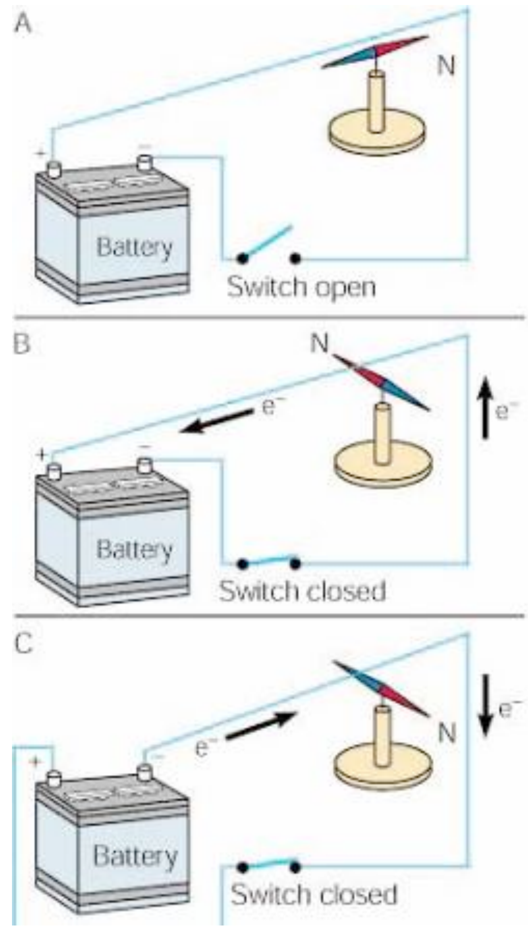
Correntes interagem entre si por forças magnéticas

Forças entre correntes



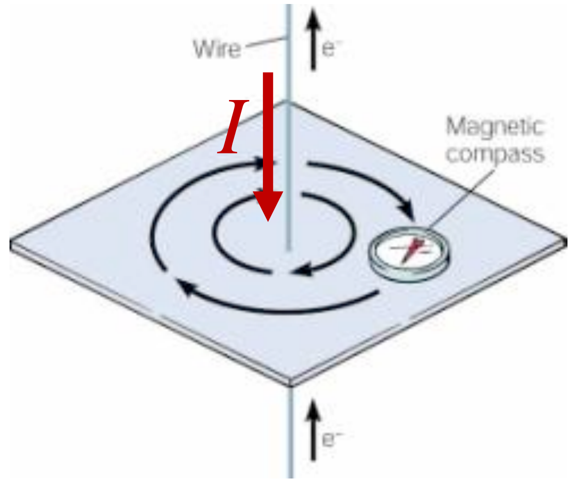
Experiência de Oersted: correntes interagem com ímãs

Experiência de Oersted: primeiro "contato" entre eletricidade e magnetismo.

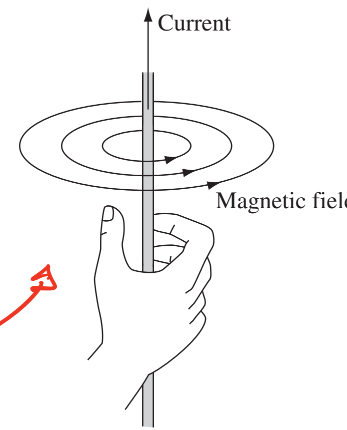


Campo de uma corrente: experiência de Oersted

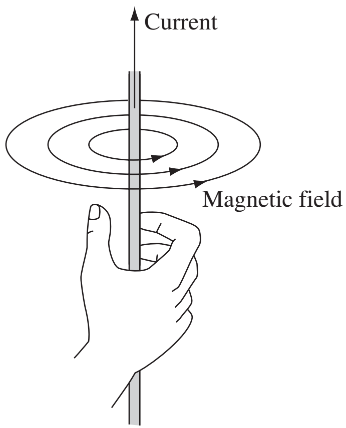
SUPONDO QUE O ÍMÃ SE ALINHA COM O CAMPO MAGNÉTICO, PODEMOS TRAÇAR AS LINHAS DE CAMPO CRIADOS POR UM FIO DE CORRENTE.

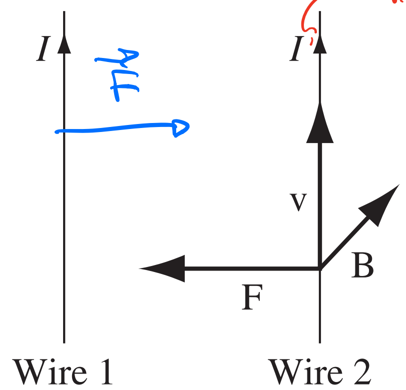


$\vec{B}$ CRIADO POR UMA CORRENTE TEM DIREÇÃO E SENTIDO DADOS PELA REGRA DA MÃO DIREITA



Efeito de um campo magnético sobre uma corrente



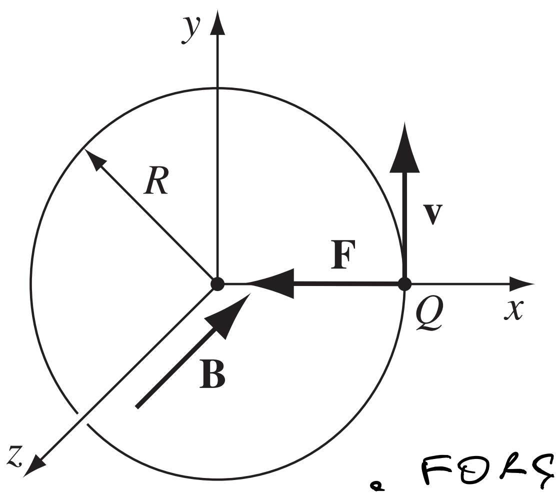


$\vec{I} \propto q\vec{v}$

BASEADO NAS DIREÇÕES DE $\vec{F}$, $\vec{v}$ E $\vec{B}$ ACIMA:

$$\vec{F}_m \propto \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}}$$

Força magnética sobre cargas em movimento: a força de Lorentz



$$\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_e = q\,\vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

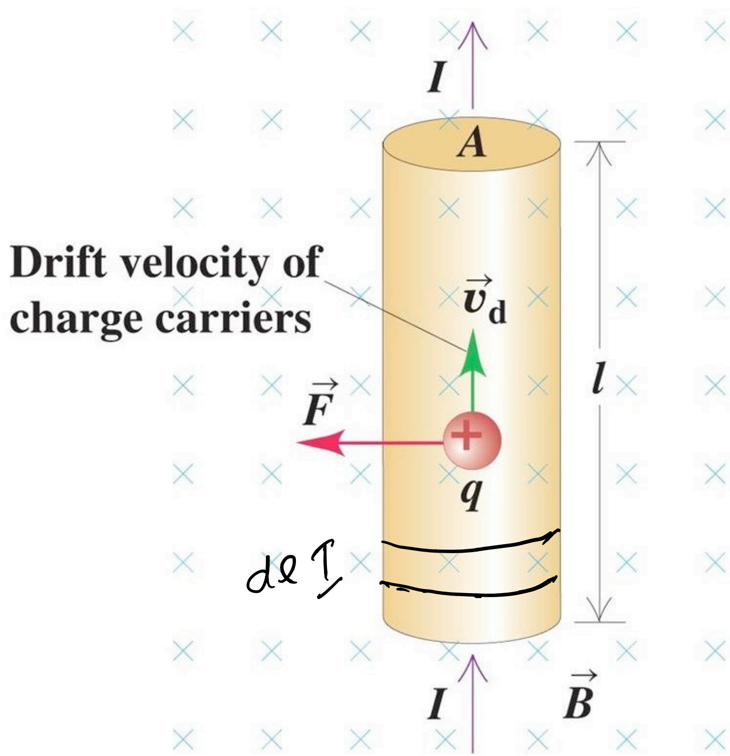
"FORÇA DE LORENTZ"

- FORÇA MAGNÉTICA NÃO REALIZA TRABALHO

$$dW_m = \vec{F}_m \cdot d\vec{r} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r}$$

$$\frac{dW_m}{dt} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$$

Relação entre a corrente e a densidade de carga



NUM INTERVALO DE TEMPO dt AS CARGAS, QUE TÊM VELOCIDADE v, PERCORREM UM TRAJETO $d\ell$:

$$d\ell = v\,dt$$

O VOLUME VARRIDO NESSE INTERVALO É:

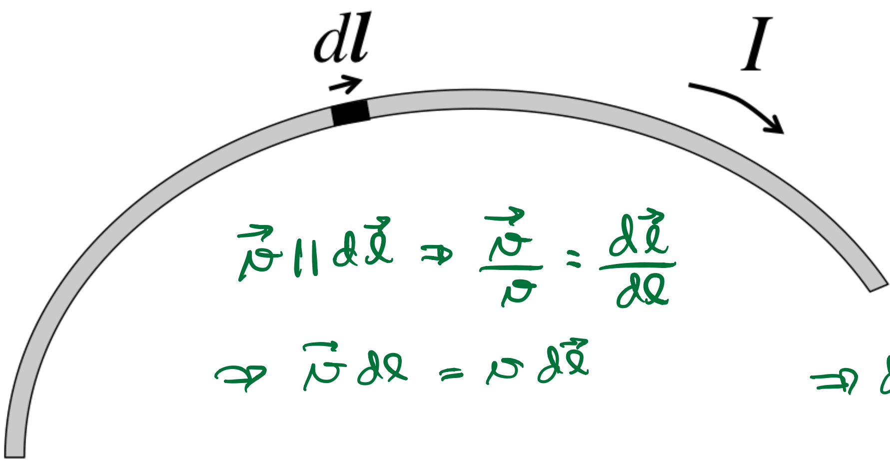
$$dV = A\,d\ell$$

A QUANTIDADE DE CARGA QUE VARREU dV É: $\rho\,dV = dq$

$$\Rightarrow dq = \rho\,dV = \rho A\,d\ell = \rho A v\,dt$$

CORRENTE NO FIO: $I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{I = \rho A v}$ $\quad [I] = \frac{Q}{T}$

Força magnética sobre fios de correntes



FORÇA MAGNÉTICA SOBRE $d\vec{\ell}$:

$$d\vec{F} = dq\, \vec{v} \times \vec{B}$$

$$dq = \rho A\, d\ell$$

$$\vec{v} \parallel d\vec{\ell} \Rightarrow \frac{\vec{v}}{v} = \frac{d\vec{\ell}}{d\ell}$$

$$\Rightarrow \vec{v}\, d\ell = v\, d\vec{\ell}$$

$$\Rightarrow d\vec{F} = \rho A \underbrace{d\ell\, \vec{v}}_{v\, d\vec{\ell}} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow d\vec{F} = (\underbrace{\rho A v}_{I})\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow \boxed{d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

$$\vec{F} = \int_C d\vec{F} = \int_C I\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

SE I FOR CONSTANTE AO LONGO DO FIO:

$$\vec{F} = I \int_C d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

ÀS VEZES É INTERESSANTE DAR CARÁTER VETORIAL À CORRENTE.

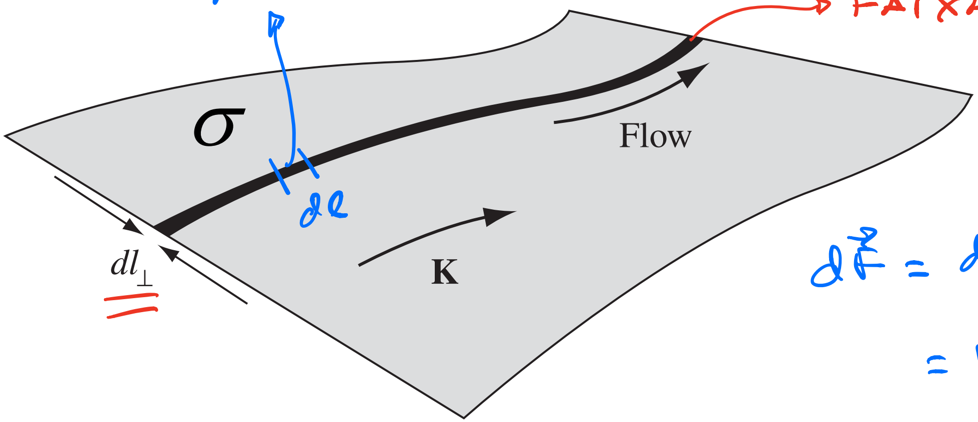
$$I\, d\vec{\ell} = \vec{I}\, d\ell$$

$$d\vec{F} = d\ell\, \vec{I} \times \vec{B}$$

COM A CONDIÇÃO DE $\vec{I}$ TEM DIREÇÃO E SENTIDO DA CURVA DO FIO.

Força magnética sobre correntes superficiais

ÁREA $d\ell\, d\ell_\perp$



FAIXA DE CORRENTE NA SUPERFÍCIE DE LARGURA $d\ell_\perp$

$$d\vec{F} = dq\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$= \sigma (d\ell\, d\ell_\perp)\, \vec{v} \times \vec{B}$$

$$= \sigma\, dS\, \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow \boxed{d\vec{F} = \vec{K} \times \vec{B}\, dS}$$

DEFINO: $\vec{K} = \sigma \vec{v}$

DENSIDADE SUPERFICIAL DE CORRENTE

$$\vec{F} = \int_c (\vec{K} \times \vec{B})\, dS$$

MÓDULO DE $\vec{K}$

$$K = |\vec{K}| = \sigma v = \sigma \frac{dl}{dt}.$$

A CORRENTE QUE ATRAVESSA A SEÇÃO TRANSVERSAL DA FAIXA:

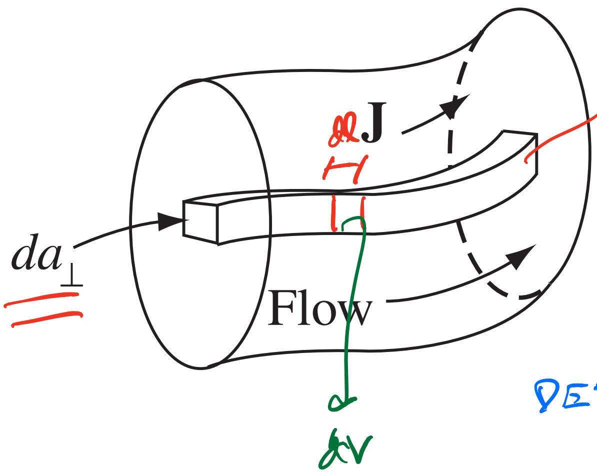
$$I = \frac{dq}{dt} = \sigma \underbrace{\frac{dl}{dt}}_{v} dl_\perp = (\sigma v)\, dl_\perp$$

$$\Rightarrow \sigma v = \boxed{\frac{I}{dl_\perp} = K}$$

K É A CORRENTE NA FAIXA POR UNIDADE TRANSVERSAL DE COMPRIMENTO

$$[\vec{K}] = \frac{Q}{LT}$$

Força magnética sobre correntes volumétricas



SÓLIDO AO LONGO DA CORRENTE COM ÁREA DE SEÇÃO RETA TRANSVERSAL $da_\perp$

$$d\vec{F} = dq\, \vec{v} \times \vec{B} = \rho\,(d\ell\, da_\perp)\vec{v} \times \vec{B}$$

DEFINO: $\vec{J} = \rho \vec{v}$ → DENSIDADE VOLUMÉTRICA DE CORRENTE

$$d\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}\,(d\ell\, da_\perp) = \vec{J} \times \vec{B}\, dV$$

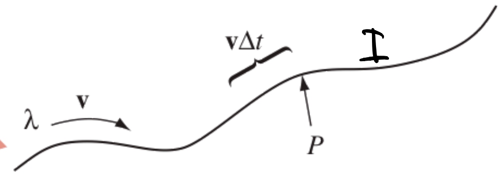
$$\vec{F} = \int_V \vec{J} \times \vec{B}\, dV$$

$J = \rho v \Rightarrow J = \dfrac{I}{da_\perp}$ $\qquad [\vec{J}] = \dfrac{Q}{L^2 T}$

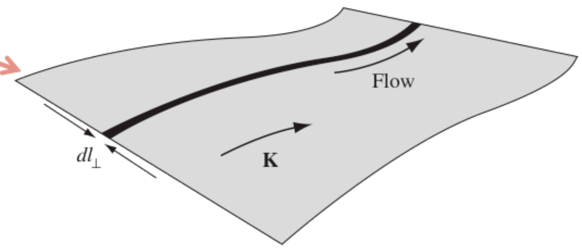
$$I = \frac{dq}{dt} = \rho \frac{d\ell\, da_\perp}{dt} = \rho v\, da_\perp$$

Elementos de correntes

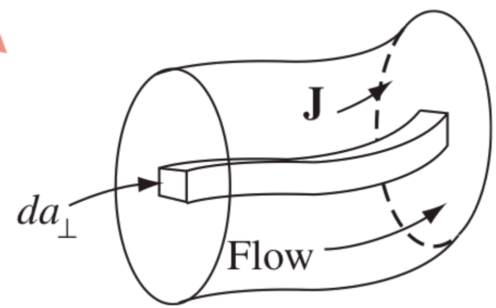
$$d\mathbf{I} = \mathbf{I}dl = I d\mathbf{l}$$



$$d\mathbf{I} = \mathbf{K}dS$$



$$d\mathbf{I} = \mathbf{J}dV$$

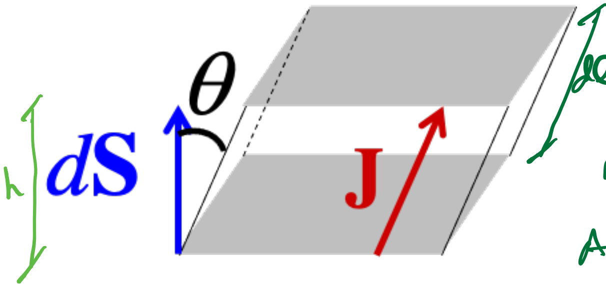


$$\boxed{d\mathbf{F} = d\mathbf{I} \times \mathbf{B}}$$

COMPAREM $d\vec{I}$ COM:

$$\begin{cases} dq = \lambda\, dl \\ dq = \sigma\, dS \\ dq = \rho\, dV \end{cases}$$

Corrente que atravessa uma superfície



CONSIDERE O ELEMENTO DE ÁREA $d\vec{S}$ AO LADO, NUMA REGIÃO COM $\vec{J}$ NUM INTERVALO DE TEMPO dt AS CARGAS VARREM O VOLUME DO PARALELEPÍPEDO DA FIGURA.

A CARGA NO VOLUME É: $\rho\, dV = dq$

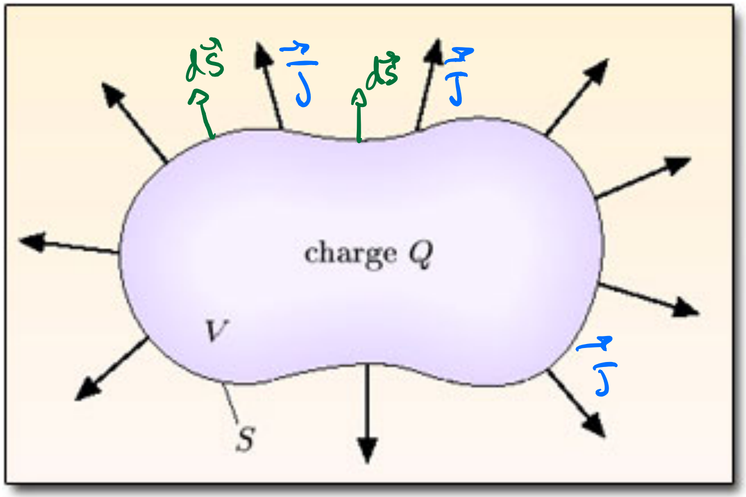
$$dV = dS\, h = dS\, d\ell \cos\theta \Rightarrow dq = \rho\, dS\, d\ell \cos\theta$$

A CORRENTE É $I = \dfrac{dq}{dt} = \rho\, dS\, \dfrac{d\ell}{dt} \cos\theta = \underbrace{\rho v}_{|\vec{J}|}\, dS \cos\theta$

A CORRENTE QUE ATRAVESSA $d\vec{S}$ É

$$\boxed{dI = \vec{J} \cdot d\vec{S}}$$

Lei de conservação (local) da carga



PARA UMA REGIÃO FINITA FECHADA COM BORDA, A CORRENTE TOTAL QUE ATRAVESSA SUA BORDA É

$$I = \int_{S(V)} dI = \int_{S(V)} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

A CARGA TOTAL DO INTERIOR DA REGIÃO É:

$$Q = \int_V \rho \, dV = \int_V \rho(x,y,z,t) \, dV$$

A TAXA DE VARIAÇÃO DESSA CARGA É: $\dfrac{dQ}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[\int_V \rho \, dV\right]$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\int_V \rho(x,y,z,t)\,dx\,dy\,dz \right]$$

$$= \int_V \frac{\partial \rho(x,y,z,t)}{\partial t}\,dx\,dy\,dz = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\,dV$$

LEI DE CONSERVAÇÃO DA CARGA:

A CARGA DENTRO DA REGIÃO SÓ PODE VARIAR SE CARGA SAIR OU ENTRAR NA REGIÃO ATRAVÉS DE SUA BORDA. CARGA NÃO PODE SER CRIADA NEM DESTRUÍDA

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = -I(S) = -\int_{S(V)} \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dV = -\int_{S(V)} \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

PASSANDO O TERMO DA DIREITA PARA O LADO ESQUERDO:

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dV + \int_{S(V)} \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$$

USANDO GAUSS $\longrightarrow$ $\displaystyle\int_{S(V)} \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{J})\, dV$

$$\Rightarrow \int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}\right] dV = 0$$

COMO ESSA EXPRESSÃO É VÁLIDA PARA TODA REGIÃO NO ESPAÇO:

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0}$$

LEI DE CONSERVAÇÃO DA CARGA OU EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE DE CARGA

ρ = DENS. VOL. DE CARGA ELÉTRICA

$\vec{J}$ = " " " CORRENTE ELÉTRICA

QUALQUER QUANTIDADE NA NATUREZA QUE É CONSERVADA SATISFAZ UMA EQ. COM A MESMA FORMA:

ρ_a = DENS. VOL. DE QUANTIDADE "a"

$\vec{J}_a$ = " " " CORRENTE DE "a"

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_a = 0$$ CASO "a" SEJA CONSERVADA

• COMENTÁRIOS:

• A LEI DE CONSERVAÇÃO ACIMA É LOCAL

SE CARGA PUDESSE SER TRANSFERIDA INSTANTANEAMENTE DE UM PONTO A OUTRO, PODERIA HAVER CONSERVAÇÃO GLOBAL DE CARGA, SEM QUE A EQ.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$ FOSSE VÁLIDA

. SE A QUANTIDADE "a" NÃO É CONSERVADA, EXISTE FONTE E/OU SORVEDOURO DE "a"

q_a = DENSIDADE VOL. DE CRIAÇÃO DE "a" POR UNIDADE DE TEMPO

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_a = q_a$$

$$\frac{d}{dt} A(V) + \int_{S(V)} \vec{J}_a \cdot d\vec{S} = \int_V q_a \, dV = Q_a$$

EXEMPLO: ENTROPIA

∘ A LEI DE CONSERVAÇÃO DA CARGA É CONSEQUÊNCIA DAS EQS. DE MAXWELL