

## Lista de exercícios II – esta é para entregar ;)

---

### Modelos Matemáticos em Ecologia e Evolução NE441 F 046

1. A fibrose cística é uma doença autossômica genéticarecessiva. Indivíduos que apresentam a doença apresentam uma proteína defeituosa que estaria ligada à regulação do transporte iônico no suor, dos sucos digestivos e dos mucos, inclusive o pulmonar. Indivíduos com essa doença em geral morrem muito jovens (antes dos 30 anos) devido às complicações da doença, em muitos casos ligadas a problemas respiratórios. Apesar de ser uma doença severa, a fibrose cística é uma doença genética comum em populações humanas, tendo frequência de  $\frac{1}{2500}$ , se considerarmos os nascimentos.

Em uma certa população, encontramos um equilíbrio de 0.85 de frequência de alelo  $A$  e 0.15 de frequência de alelo  $a$ .

- a) Vamos considerar um modelo bialélico de um locus gênico para essa doença. Qual a frequência do alelo que leva à fibrose cística?
- b) Dada que esta é uma doença tão fatal, há muita pesquisa para tentar entender o porquê do alelo relacionado a essa doença ainda estar presente em populações humanas. Mostre através dos valores de aptidão que o esperado seria o total desaparecimento deste alelo ao longo dos anos. Considere que indivíduos com fibrose cística não se reproduzem e que indivíduos heterozigotos possuem mesma aptidão que indivíduos que não carregam o alelo da fibrose cística.
- c) Uma das explicações de o porquê termos alta frequência de um alelo tão fatal é que indivíduos heterozigotos apresentem alguma vantagem em relação aos indivíduos homozigotos saudáveis. Estudos em ratos mostram que indivíduos que carregam o alelo da fibrose cística apresentam alguma proteção (ou maior sobrevivência) contra doenças tais como cólera e febre tifóide. Considere as aptidões dos diferentes genótipos, como  $w_{AA} = 1 - s$ ,  $w_{Aa} = 1$  e  $w_{aa} = 1 - t$ . Assim como no item anterior, considere que indivíduos com fibrose cística não se reproduzem. Quais valores de  $s$  e  $t$  satisfazem o equilíbrio encontrado nas populações humanas?
- d) O balanço entre mutação e seleção pode favorecer um equilíbrio polimórfico, ou seja, o equilíbrio em que dois alelos estão presentes (ou mais alelos, em outros casos). Uma outra forma de escrever as aptidões dos diferentes genótipos em um modelo de dominância e seleção é considerarmos que os valores de aptidão são escritos da forma:

$$w_{AA} = 1 \tag{1}$$

$$w_{Aa} = 1 - bt \tag{2}$$

$$w_{aa} = 1 - t \tag{3}$$

Portanto se  $A$  domina sobre  $a$ , temos que  $b = 0$ . Caso  $b = 1$ , então temos que  $a$  domina sobre  $A$ . Consideremos que apenas a mutação de  $A$  (alelo saudável) para  $a$  (alelo da fibrose cística) é relevante, pois o alelo  $A$  ocorre em frequência muito maior que  $a$ . A mutação aqui é processo que favorece a alelo  $a$ . A seleção é processo que desfavorece o alelo  $a$ . No equilíbrio,

as diferenças nas frequências alélicas que cada processo causa devem se balancear (se anular). Isto é:

$$\Delta p_m + \Delta p_s = 0 \quad (4)$$

$$\Delta q_m + \Delta q_s = 0 \quad (5)$$

onde  $\Delta p_m$  e  $\Delta p_s$  são as diferenças alélicas causadas por mutação (m) e seleção (s) respectivamente – o mesmo é válido para  $\Delta q_m$  e  $\Delta q_s$ .

Qual deve ser a taxa de mutação para que o balanço mutação-seleção seja a explicação para a alta frequência deste alelo tão mortal? Em humanos, a taxa de mutação típica é de  $3.2 \times 10^{-6}$  por ano. A taxa que você calculou está próxima desse valor típico?

PS: Lembre-se de considerar que indivíduos com fibrose cística não se reproduzem, que a fibrose cística é uma doença recessiva (isto é: não-dominante) e que as mutações ocorrem somente em favorecimento do alelo da doença.

**2.** O canto/chamado de alarme é o som emitido por um indivíduo que é reconhecido por seus co-específicos como um alerta de perigo na região, tal como a presença de um potencial predador. Explicar como o canto de alarme surgiu em aves e em outros animais pode ser uma questão complicada do ponto de vista evolutivo, já que o indivíduo que faz o alarme aumenta as chances de ser predado. Vamos usar interações entre pares de indivíduos para analisar este caso. Suponha que existem duas estratégias possíveis: dar alarme (A) e permanecer em silêncio (S). Se um indivíduo sinaliza com o canto em uma situação de perigo, ele tem 50% de chances de sobreviver. Se ele não sinaliza com o canto, ele tem 100% de chances de sobreviver se estiver na companhia de um indivíduo que faça este serviço e 25% de chances de sobreviver se estiver na companhia de um indivíduo silencioso como ele.

- a) Estabeleça a matriz de ganhos (matriz de payoff) para esta situação. Resolva como se sentir mais confortável (Seja pela análise da matriz de payoff ou pela análise dos equilíbrios do respectivo jogo em uma população). O que você espera da evolução da estratégia de canto de alarme nessa população? Existiria uma única estratégia evolutivamente estável? Como você explica a estratégia evolutivamente estável?
- b) Considere agora que a probabilidade de sobrevivência de um indivíduo que sinaliza na presença de outro indivíduo que também sinaliza é a máxima (100%), como ocorre por exemplo em casos que o reforço de sinal é algo muito importante. Mostre como a matriz de payoff se altera. Explique qual é a estratégia evolutivamente estável neste caso.
- c) Retome o caso original e considere que a probabilidade de sobrevivência de um indivíduo que sinaliza na presença de um indivíduo silencioso é menor que 25%. Mostre como a matriz de payoff se altera. Explique qual é a estratégia evolutivamente estável neste caso.