

# Microanéis para Geração de Feixes com Momento Angular Orbital

Relatório Parcial: Iniciação Científica

Nome: Felipe Cassaro Frazatto RA:146001

7 de maio de 2016

## Sumário

1	introdução	3
2	Interferômetro de <i>Fabry-Perot</i>	3
3	Micro-Anéis Ressonadores	7
4	Significado Físicos de $\mathcal{F}$ e $Q$ em um Ressonador	9
5	Aquisição e Análise de Dados	9
6	Conclusão	11
7	Referências	11

# 1 introdução

Neste relatório estudaremos os modos ressonantes de micro-discos de silício e métodos de caracterização dos mesmos.

O objetivo principal dessa primeira etapa de projeto foi o entendimento dos efeitos por trás de uma micro-cavidade ressonante, obtenção de uma equação que descreva de forma aproximada a transmissão de potência das cavidades, identificação da sua frequência de ressonância e fator de qualidade.

Não discutiremos aqui aprofundadamente a instrumentação utilizada, dando foco na parte teórica do projeto. Uma descrição mais detalhada da metodologia empregada está descrita no relatório instrumental de F 530<sup>[1]</sup>

## 2 Interferômetro de *Fabry-Perot*

Antes de analisarmos um anél-ressonante vamos estudar o caso de um interferômetro de *Fabry-Perot*, pois no dará os conceitos fundamentais para o entendimento das micro-cavidades. Esse tipo de interferômetro consiste em dois espelhos parcialmente reflectivos, um feixe de luz incide em um dos espelhos sendo uma parte refletida e outra refratada. O feixe refratado viaja até encontrar o outro espelho onde também tem uma parte sua refletida e outra refratada. Esse efeito ocorre inúmeras vezes até que todo o feixe deixe o interior do interferômetro, como ilustrado na figura 1.

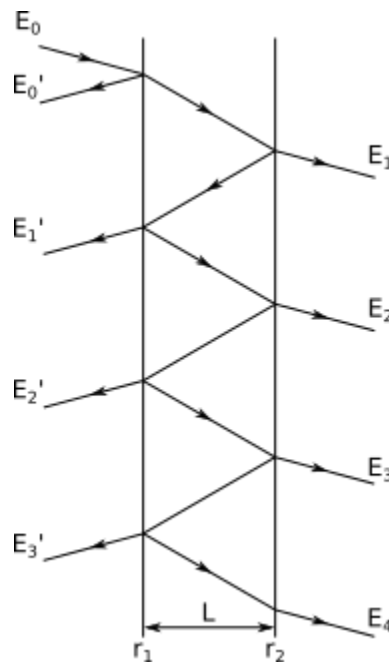


Figura 1: Esquemático do funcionamento de um interferômetro de *Fabry-Perot*.

Definindo os coeficientes de reflexão,  $R$ , e transmissão,  $T$ , como:

$$R \equiv \frac{I_R}{I_0} \quad (1)$$

$$r \equiv \sqrt{R} \quad (2)$$

$$T \equiv 1 - R \quad (3)$$

$$t \equiv \sqrt{1 - R} \quad (4)$$

Onde  $I_0$  é a potência inicial do feixe e  $I_R$  é a potência do feixe refletido.

Analisando os feixes transmitidos, temos que quando o feixe é refratado sua amplitude é reduzida pelo fator  $t$  e ganha uma fase  $e^{i\phi}$ , e cada vez que o feixe é refletido ele tem sua amplitude reduzida por um fator  $r_1$  ou  $r_2$  dependendo de onde ele sofre reflexão.

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 t t e^{i\phi} \\ E_2 &= E_0 t t e^{i3\phi} r_2 r_1 \\ E_3 &= E_0 t t e^{i5\phi} r_1^2 r_2^2 \\ E_4 &= E_0 t t e^{i7\phi} r_1^3 r_2^3 \\ E_n &= E_0 t t e^{i(2n-1)\phi} r_1^{n-1} r_2^{n-1} \end{aligned}$$

O feixe total  $E_T$  que deixa a cavidade é dado pela soma de todos os feixes refratados.

$$\begin{aligned} E_T &= E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + \dots + E_n \\ &= E_0 t^2 e^{i\phi} (1 + r_1 r_2 e^{i2\phi} + r_1^2 r_2^2 e^{i4\phi} + r_1^3 r_2^3 e^{i6\phi} + \dots) \end{aligned}$$

Por simplicidade vamos assumir que os coeficiente de reflexão  $r_1$  e  $r_2$  são iguais, então

$$E_T = E_0 T e^{i\phi} (1 + R e^{i2\phi} + R^2 e^{i4\phi} + R^3 e^{i6\phi} + R^4 e^{i8\phi} + \dots) \quad (5)$$

Porém sabemos que

$$\sum_{k=1}^n R^k e^{i2k\phi} = \frac{1}{1 - R e^{i2\phi}} \quad (6)$$

Substituindo 6 em 5 temos

$$\begin{aligned} E_T &= E_0 T e^{i\phi} \frac{1}{1 - R e^{i2\phi}} \\ &= \frac{E_0 (1 - R) e^{i\phi}}{1 - R e^{i2\phi}} \quad (7) \end{aligned}$$

Agora queremos a potência transmitida, que é dada por

$$I_T = |E_T|^2 \quad (8)$$

Portanto

$$\begin{aligned}
I_T &= \left| \frac{E_0(1-R)e^{i\phi}}{1-Re^{i2\phi}} \right|^2 \\
&= \frac{|E_0|^2(1-R)^2}{(1-R\cos(2\phi))^2 + (R\sin(2\phi))^2} \\
&= \frac{I_0(1-R)^2}{1-2R\cos(2\phi) + R^2\cos^2(2\phi) + R^2\sin^2(2\phi)} \\
&= \frac{I_0(1-R)^2}{1+R^2-2R\cos(2\phi)} \\
&= \frac{I_0(1-R)^2}{1+R^2-2R+2R(1-\cos(2\phi))} \\
&= \frac{I_0(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4\sin^2(\phi)} \quad (9)
\end{aligned}$$

Definindo a Finesse,  $\mathcal{F}$  como sendo

$$\mathcal{F} = \frac{4R}{(1-R)^2} \quad (10)$$

Substituindo 10 em 9

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \mathcal{F}\sin^2(\phi)} \quad (11)$$

Onde a fase  $\phi$  é escrita como

$$\phi = \frac{2\pi nL\cos\theta}{\lambda} \quad (12)$$

Onde  $\lambda$  é o comprimento de onda do feixe,  $\theta$  é o angulo de incidencia do feixe no interferômetro e  $L$  a distancia entre os espelhos.

Pela equação 12 notamos que a equação 11 tem seu valor máximo quando

$$\begin{aligned}
\sin^2(\phi) &= 0 \\
\implies \phi &= n\pi \\
&= \frac{2\pi n_2L\cos\theta}{\lambda} = n\pi \\
\implies n\lambda &= 2n_2L\cos(\theta)
\end{aligned} \quad (13)$$

Ou seja, qualquer comprimento de onda que seja um multiplo inteiro do caminho percorrido pela luz dentro do interferômetro faz com que a eq.11 assuma seu valor máximo. Essa condição é chamada de ressonância.

Mais para frente notaremos que para uma micro-cavidade em forma de anél ou disco a equação de transferencia (eq. 11) é:

$$I_T = I_0 \left( 1 - \frac{1}{1 + \mathcal{F} \text{sen}^2(\phi)} \right) \quad (14)$$

A partir do gráfico desta função (figura 2) podemos definir as duas variáveis  $\Delta\lambda_{FSR}$  (*Free Spectral Range*) e  $\Delta\lambda_{FWHD}$  (*Full Width at Half Depth*), que representam a distância entre duas ressonâncias e a largura a meia altura de uma ressonância, respectivamente. Podemos expressar a *Finesse* em função dessas duas variáveis

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\lambda_{FSR}}{\Delta\lambda_{FWHD}} \quad (15)$$

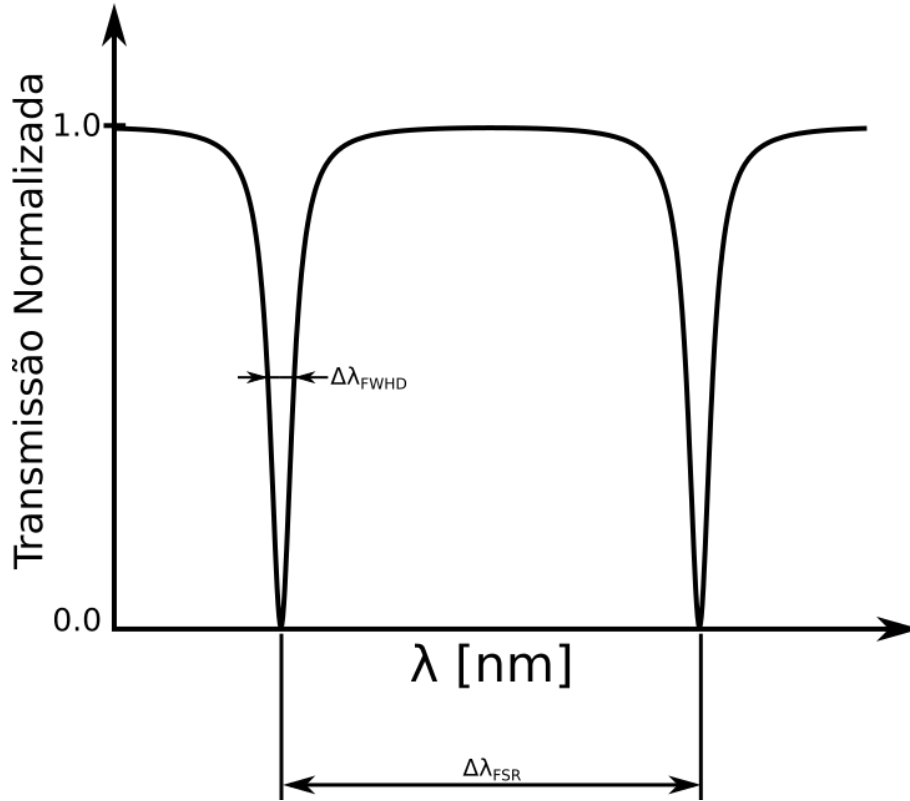


Figura 2: Gráfico da equação 11 e as definições de  $\Delta\lambda_{FSR}$  e  $\Delta\lambda_{FWHD}$

Ou seja, quanto maior o valor de  $\mathcal{F}$  mais distantes as ressonâncias estão entre si. A *Finesse* também influencia na largura à meia altura, quanto maior seu valor, mais estreito é o vale (figura 3).

A partir de  $\mathcal{F}$  podemos definir o *Fator de Qualidade*,  $Q$

$$Q = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_{FWHD}} \quad (16)$$

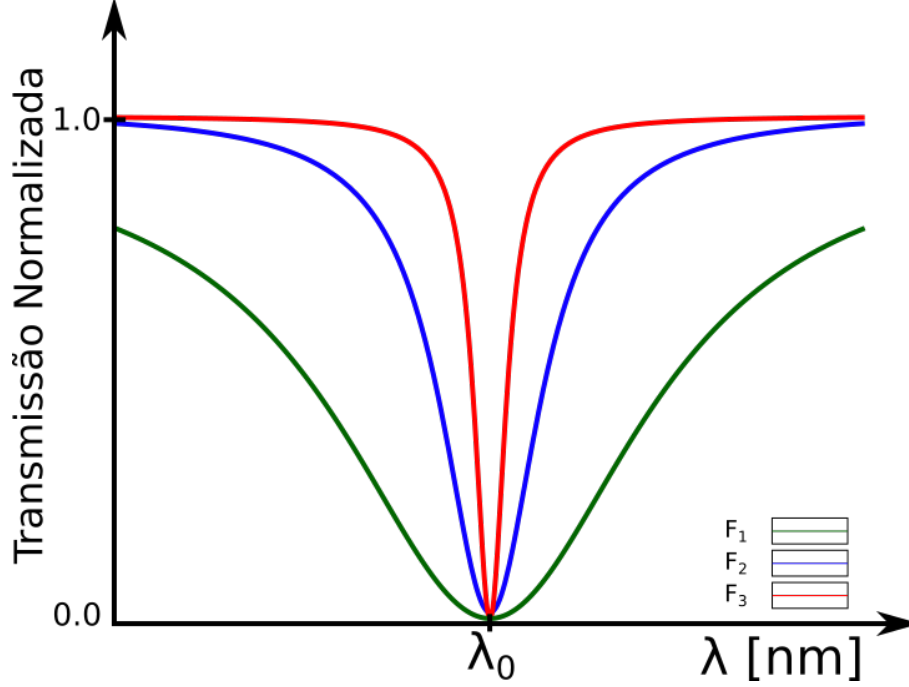


Figura 3: Variação da largura de vale em função de  $\mathcal{F}$ . No gráfico temos  $\mathcal{F}_1 < \mathcal{F}_2 < \mathcal{F}_3$ , onde  $\mathcal{F}_i$  corresponde à *Finesse* das funções  $F_1, F_2$  e  $F_3$ .

Onde  $\lambda_0$  é a frequência de ressonância.  
É possível expressar  $\mathcal{F}$  em função de  $Q$

$$Q = \frac{nL}{\lambda_0} \mathcal{F} = m\mathcal{F} \quad (17)$$

Então, por fim, podemos reescrever a equação 14 em função do comprimento de onda e fator de qualidade.

$$I_T = I_0 \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{Q}{m} \text{sen}^2(\phi)} \right) \quad (18)$$

### 3 Micro-Anéis Ressonadores

Depois desse estudo sobre o interferômetro de *Fabry-Perot* podemos aproximar o fenômeno de ressonância do interferômetro para fenômeno que ocorre em um micro-anél. Essa aproximação pode ser feita aumentando o número de espelhos do dispositivo, como é mostrado na figura 4. Aumentando ainda mais o número de "espelhos" chegamos no caso do anél ressonador (5).

No caso da cavidade, o feixe não penetra diretamente em seu interior, ao invés disso, o feixe de luz que passa por um *taper* se acopla ao anél por meio de seu campo evanescente, porém esse efeito só é observado em frequências de ressonância.

Na figura 5 podemos ver que existe um campo é emitido pelo dispositivo, esse campo está relacionado com as perdas que o correm no dispositivo e sua geometria.

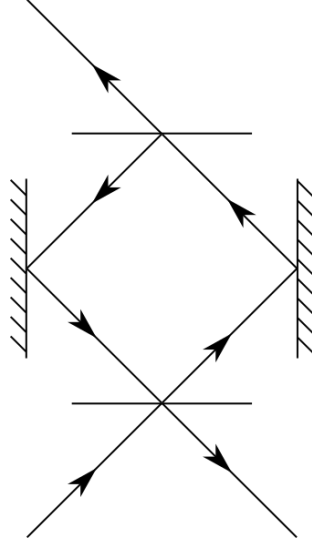


Figura 4: Esquemático de um interferômetro de *Fabry-Perot* com 4 espelhos.

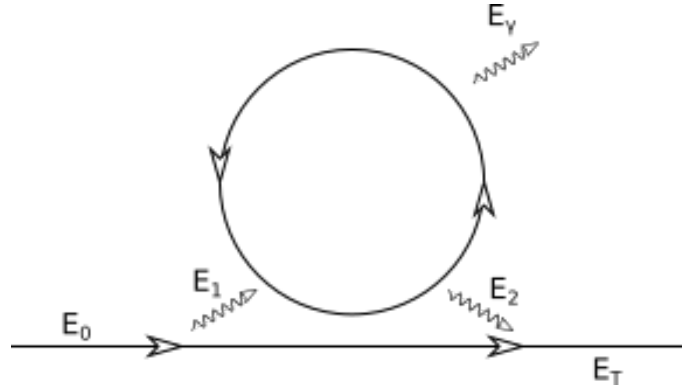


Figura 5: Esquemático da propagação dos campos em um anél ressonador.

Desprezando as perdas, podemos aproximar a função que rege o dispositivo pela equação 14. Esse modelo simples consegue descrever bem o fenômeno de ressonância e comportamento geral do anél, porém está longe de ser um modelo geral. Um modelo mais robusto seria o da equação 19<sup>[2]</sup>.

$$\Gamma = \frac{\frac{1}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_0} - j(\omega - \omega_0)}{\frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_0} + j(\omega - \omega_0)} \quad (19)$$

Onde  $\frac{1}{\tau_0}$  é a taxa de perda interna,  $\frac{1}{\tau_e}$  é a taxa de perda externa e  $\omega_0$  é a frequência de ressonância do sistema.



## 4 Significado Físicos de $\mathcal{F}$ e $Q$ em um Ressonador

$\mathcal{F}$  pode ser compreendido como o número de voltas dadas pela luz dentro do anél até que sua amplitude seja atenuada até meia altura. Sendo assim, um dispositivo com  $\mathcal{F}$  elevado consegue "armazenar" mais energia dentro de sí, pois as ondas que entram na cavidade demoram mais para serem amortecidas.

De modo semelhante,  $Q$  representa o numero de oscilações realizadas pelo campo até que sua energia caia à meia altura.

## 5 Aquisição e Análise de Dados

Para verificarmos as frequências de ressonância de um dispositivo, utilizamos um *setup* composto por um diodo laser de cavidade externa para gerar nosso feixe de luz, um controlador de polarização, um interferômetro de *Mach-Zehnder* para melhorar a precisão de nossos dados, um micro-disco como cavidade ressonadora (figura 6), um fotodetector e uma DAQ.

Como ja foi dito, a instrumentação não será detalhada, sendo deixada para o relatório instrumental[1].

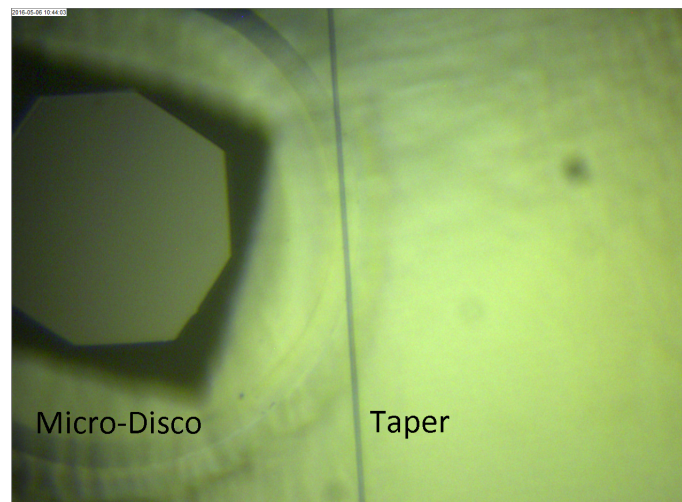


Figura 6: Imagem obtida por um microscópio do micro-disco (esquerda) e do *taper* (direita).

Optamos por usar um micro-disco pois no momento é necessário realizar o *release* dos dispositivos. Porém podemos observar o mesmo efeito de ressonância nos dois casos.

Após coletarmos os dados de potência após a interferência do disco com o *taper* com uma distância suficiente para que haja acoplamento obtemos o gráfico da figura 7

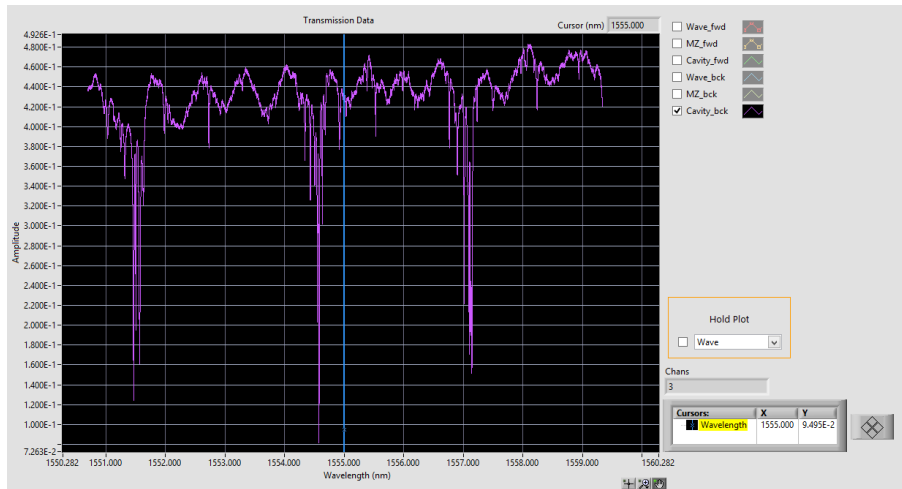


Figura 7: Espéctro observado em uma varredura de 1550.00nm até 1560.00nm.

Depois de observarmos os picos de ressonância estreitamos a faixa de varredura para conseguirmos uma medida mais precisa (figura 8) e, finalmente, utilizando o *Matlab* fitamos os dados em uma curva para que seja possível obter o fator de qualidade e frequência de ressonância (figura 9).

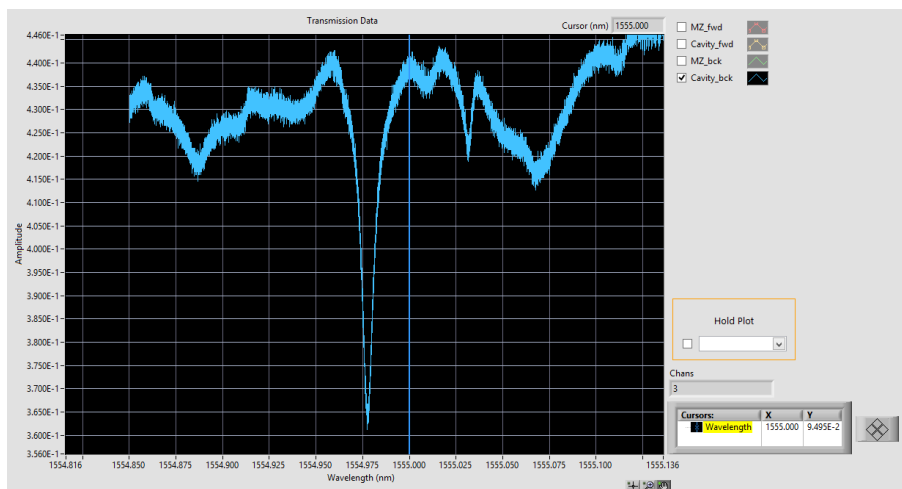


Figura 8: Ressonância observada em  $\lambda = 1550.021\text{nm}$

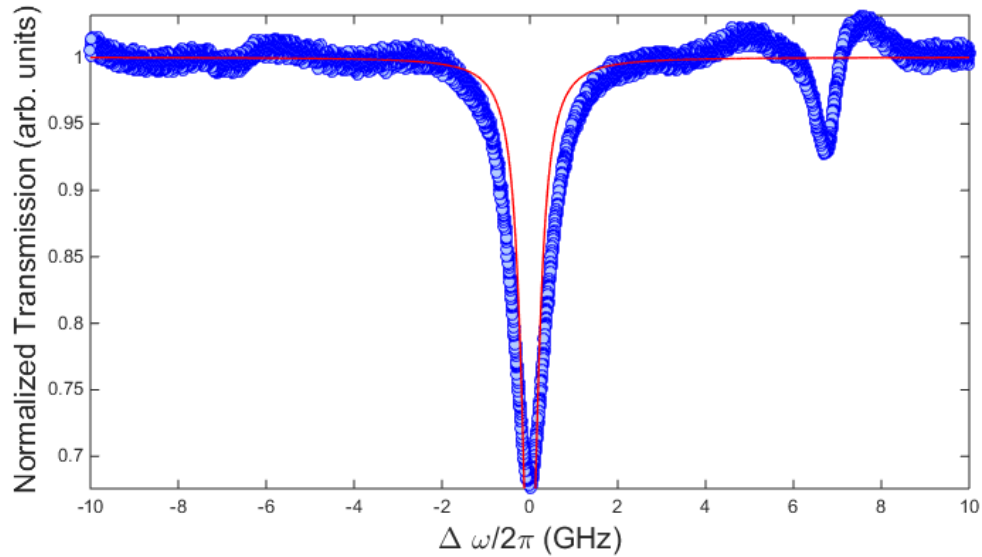


Figura 9: Gráfico fittado utilizando um script em Matlab.

Pelo script do matlab obtemos que a frequência de ressonância do dispositivo é  $\lambda_0 = 1550.021$  nm e seu fator de qualidade é  $Q = 3.54e6$

## 6 Conclusão

Foi possível aprender sobre o efeito de ressonância em micro-cavidades ópticas utilizando um modelo aproximado do interferômetro de *Fabry-Perot*. Porém é nesse modelo não levamos em conta as perdas que ocorrem no sistema, para entender melhor o funcionamento do dispositivo é necessário também levar em conta os efeitos de atenuação do sistema, fatos que são levados em conta na equação 19. Como próximos passos deduziremos a equação mais geral (eq. 19), realizaremos o *release* dos micro-anéis e iniciaremos o estudo sobre os momentos angulares orbitais que o feixe adquire ao ser emitido pela cavidade.

## 7 Referências

- [1] F. Frazatto, *Técnicas de Caracterização e Medição de Momento Angular Orbital de Micro-anéis Ressonadores*.
- [2] H.A. Haus, *Waves and Fields in Optoelectronics*, Prentice Hall , Setembro, 1983.
- [3] J. Heebner, R. Grover, T. Ibrahim, *Optical Microresonators Theory, Fabrication, and Applications*, Springer, 2008.