

Oscilações de neutrino no referencial de repouso

Relatório Final

**Aluno: Melissa Mendes Silva – mlssmnds14x (arroba) x
gmail.com**

**Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo -
<http://portal.ifi.unicamp.br/pessoas/corpo-docente/341-80>**



Introdução

O presente relatório visa descrever em detalhes o estudo realizado até agora para alcançar os objetivos descritos no projeto. Cabe lembrar que este foi idealizado com o prazo de um ano e, portanto, não se encontra finalizado. Portanto, indicar-se-á também quais as próximas metas para sua conclusão.

Resultados atingidos

A primeira parte do estudo consiste em entender os postulados da mecânica quântica, seu formalismo e suas consequências em um nível básico, em vias de deduzir as probabilidades de sobrevivência e conversão das oscilações de neutrinos.

Dessa forma, utilizaram-se os três primeiros capítulos do livro [1], nos quais são introduzidos, respectivamente: a necessidade experimental de novos princípios físicos para descrever fenômenos na escala microscópica; o formalismo matemático necessário à posteriori; e os postulados da mecânica quântica e sua interpretação física.

Nesse sentido, discutiu-se o caráter dual onda-partícula da luz e das partículas (hipótese de De Broglie) e introduziu-se a noção de que alguns conceitos clássicos deveriam ser revisitados, como uma maneira de explicar satisfatoriamente os experimentos realizados, dentre eles:

- Medir um sistema microscópico significa perturbá-lo – no sentido de que realizar uma medida significa interagir de alguma forma com o sistema, ou seja, incitar uma perturbação e possivelmente alterar o valor da grandeza que se busca medir.

- A trajetória de uma partícula pode ser inacessível – diferentemente do caso clássico, onde podíamos conhecer a trajetória das partículas sempre, para sistemas microscópicos a partícula é transportada por uma “onda envelope” – uma função de onda – à qual não temos acesso experimentalmente. Essa situação é evidente no caso do experimento de dupla fenda de Young.

- As condições iniciais não determinam completamente o movimento de uma partícula – para sistemas microscópicos é necessário trabalhar com probabilidades, que correspondem ao quadrado da amplitude das funções de onda e, portanto, as condições iniciais não são determinísticas para o cálculo do movimento da partícula.

Também se introduz o princípio de que o estado quântico de uma partícula é caracterizado por uma função de onda que contém toda a informação possível de se obter sobre ela – de acordo com a configuração de determinado experimento. Portanto, as quantidades medidas só dão alguns resultados privilegiados – chamados autovalores – que são os valores correspondentes aos autoestados – que correspondem aos estados possíveis em que a partícula se encontre. Ainda, de acordo com o princípio da decomposição espectral, a

probabilidade de obter um autovalor é proporcional ao quadrado do valor absoluto do coeficiente do autoestado.

Postula-se também que a equação de Schroedinger descreve a evolução da função de onda com o tempo e discute-se o fato de que para descrever de forma correta uma partícula do ponto de vista físico é necessário usar um pacote de onda, ou seja, a combinação linear de várias ondas, situação descrita com auxílio da transformada de Fourier.

Explorando propriedades matemáticas dessa descrição, pôde-se demonstrar a relação de incerteza de Heisenberg, que determina que há um valor mínimo para o produto da incerteza de momento e de posição e que é impossível, em um determinado instante, definir tanto o momento quanto a posição com precisão arbitrária.

Sabemos também que a probabilidade de encontrarmos em um tempo uma partícula em um volume é dada pela integral volumétrica do módulo ao quadrado da função de onda, e que o valor dessa integral no espaço inteiro deve ser igual a 1. Portanto as funções estudadas serão as quadrado-integráveis, que representam uma realidade física.

Nesse sentido, definiu-se o espaço de Hilbert - ao qual as funções de onda pertencem - como um espaço cujas funções são definidas em todos os pontos, contínuas, infinitamente diferenciáveis, etc. Apenas funções que satisfazem essas características serão estudadas como possíveis soluções à equação de Schroedinger pois elas representam possíveis realidades físicas.

Para caracterizar completamente o subespaço em que trabalharíamos definiu-se um produto escalar e uma notação $|\psi\rangle$, representando o vetor ket. Definiu-se ainda o funcional linear e outra notação $\langle\psi|$, representando o vetor bra. Finalmente, introduziu-se a notação de Dirac e a maneira como a aplicação de um operacional à função de onda permite obter informações a respeito do comportamento de uma partícula. O conceito de observável também é definido, no sentido de que as possíveis medidas obtidas com um experimento são determinadas pela configuração do experimento.

Finalmente, explicitaram-se os postulados da mecânica quântica. Cabe ressaltar que, por serem postulados, não há dedução ou explicação de porque eles são como são, apenas a justificativa de que ao trabalhar com eles pode-se descrever qualquer sistema quântico e prever os resultados dos experimentos. Isto é, eles descrevem a natureza com sucesso, portanto são adequados.

Basicamente, tratam-se de:

- O estado de um sistema físico em certo tempo é definido por um ket que pertence a um estado de espaço que é subconjunto do espaço de Hilbert.
- A evolução no tempo do estado de vetor da função de onda é governada pela equação de Schroedinger.
- Um observável é um operador que, agindo no estado de espaço, descreve uma quantidade física mensurável.

• O único resultado possível da medida de uma quantidade física é um dos autovalores da observável correspondente.

Postulou-se, ainda, uma fórmula para o cálculo da probabilidade de medir uma quantidade física. A partir desses postulados é possível descrever qualquer sistema quântico e interpretar fisicamente fenômenos dessa natureza. Cabe notar que esses são apenas enunciados formais dos conceitos discutidos anteriormente.

Tendo em mãos essas ferramentas matemáticas e as interpretações físicas dos postulados, pôde-se deduzir a probabilidade de conversão e sobrevivência das oscilações de neutrinos. Para isso, utilizaram-se principalmente as referências [2] e [3].

Propõe-se que existem os neutrinos físicos (V_1, V_2, V_3) de massas M_1, M_2, M_3 com os quais os bósons mediadores da interação fraca interagem, embora não diretamente e sim com seus estados quânticos superpostos. Dessa forma, podemos descrever:

$$V_e = U_{e1} V_1 + U_{e2} V_2 + U_{e3} V_3 \text{ e de forma análoga, o neutrino do múon e do tau.}$$

Então, generalizando,

$$V^s = U V^m, \text{ onde } V^s \text{ representa a matriz dos autoestados de interação ;}$$

U representa a matriz de mistura;

V^m representa a matriz dos autoestados de propagação.

Note que, por definição, $U U^T = 1$, para normalizar a probabilidade e fazer com que os autoestados continuem ortonormais.

Então, de acordo com essa suposição, notamos que os propagadores correspondentes ao sabor e à massa não comutam, isto é, não temos acesso à massa e ao sabor simultaneamente. Todavia, sabemos que as bases relacionadas a esses propagadores são equivalentes, porque a transformação é unitária, então podemos descrever o fenômeno em relação a elas.

Simplificando o problema, sem perda de generalidade, estudamos a oscilação entre dois estados e descrevemos as entradas da matriz U como senos e cossenos – porque é a matriz mais simples possível que satisfaz a condição imposta. Sabemos também que os neutrinos físicos satisfazem a equação de Schroedinger, então, podemos escrever:

$$i (d V^m / dt) = H V^m$$

mas também sabemos que $V^m = U^T V^s$, então podemos reescrever a equação como:

$$i (d V^s / dt) = UH U^T V^s$$

cuja solução é dada por: $V^s = \exp(-i UH U^T t) * A$, onde A representa uma constante de condição inicial, ou ainda, a proporção de um sabor de neutrino em relação ao outro inicialmente.

Note que dessa expressão está evidente que a matriz resultante não é mais diagonal na base dos autoestados da hamiltoniana, indicando claramente que há oscilação, isto é, neutrinos originalmente de um sabor podem ser detectados como mistura de dois sabores ou mais.

Agora, para deduzir a probabilidade de oscilação basta calcular o módulo ao quadrado de V^s , em termos do formalismo descrito acima. O resultado é:

$$P = \{\text{sen}(2\vartheta) \text{sen} [(E_2 - E_1)t/2]\}^2$$

Em vias de fornecer uma interpretação mais adequada a essa fórmula, podemos fazer as seguintes aproximações:

- $m_k \ll p$ (porque o neutrino é relativístico e sua massa é muito pequena)

→ $E_k^2 = p^2 + m_k^2$ então $E_k \approx p$ e também, usando a expansão binomial, $E_k = p + (m_k^2/2p) \approx E + m_k^2/2E$

$$\text{Portanto, } E_k - E_j = (m_k^2/2E) - (m_j^2/2E) = (m_k^2 - m_j^2)/2E = \Delta m^2 / 2E$$

- velocidade do neutrino $\approx c$ → $t = x$ (da fórmula $ct = x$ e fazendo $c = 1$)

Logo, na fórmula, temos:

$$P_{\text{conversão}} = \{\text{sen}(2\vartheta) \text{sen} [\Delta m^2 x / 4E]\}^2 \text{ onde } x \text{ é a distância até o detector}$$

Como a probabilidade está normalizada, então, $P_{\text{sobrevivência}} = 1 - P_{\text{conversão}}$.

Conclusão

Com esse estudo, pôde-se obter uma compreensão razoável da mecânica quântica, seu formalismo e sua interpretação física, de forma que foi possível trabalhar com seus conceitos ao estudar as oscilações de neutrinos. Nota-se ainda, que não foi necessário aplicar os conhecimentos adquiridos ao estudo do átomo de hidrogênio, como previmos que seria necessário no relatório parcial, pois a abordagem era muito complexa para os propósitos objetivados inicialmente e fugiam ao escopo do projeto.

Nesse sentido, se conclue que o estudo realizado da mecânica quântica foi suficiente para a dedução das probabilidades de oscilação do neutrino com o formalismo de ondas planas e, portanto, foi bem-sucedido. Cabe notar que isso foi importante para introduzir ao aluno o cálculo da probabilidade de oscilação, mas que não será a ferramenta utilizada para prosseguir no projeto.

Espera-se continuar a estudar as probabilidades de oscilações, agora com o formalismo de pacotes de onda, que será a abordagem utilizada de fato para dedução das fórmulas de oscilação no referencial de repouso, dando seguimento à iniciação científica, no próximo semestre.

Referências

- [1] Quantum mechanics, volume 1. Cohen-Tannoudji, C.
- [2] Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Giunti, Carlo
- [3] Compreendendo a oscilação de neutrinos. Valdiviesso, Gustavo; Guzzo, Marcelo.
- [4] Quantum mechanics. Schiff, Leonard.
- [5] Introduction to Quantum Mechanics. Griffiths, David.

Meu orientador concorda com o expressado neste relatório final e deu a seguinte opinião:

O Relatório espelha claramente a maneira competente e dedicada com que a Melissa tem se dedicado ao desenvolvimento do seu Projeto de Pesquisa. Desenvolveu-se um estudo dos fundamentos da Mecânica Quântica que, mais do que base para os desdobramentos futuros do projeto em si, constituem um alicerce da formação geral em física da bolsista. Estou inteiramente satisfeito com o progresso alcançado até o momento.