

Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Física Gleb Wataghin

Laboratório Nacional de Luz Síncrotron

**Caracterização da Aceitação do Anel de Armazenamento de
Elétrons UVX do LCLS em 500MeV**

Relatório Parcial de Atividades FAPESP

Aluno : Túlio Costa Rizuti da Rocha – RA 992532

Orientador : José Antônio Brum

Co-Orientadora : Liu Lin

Julho de 2002

ÍNDICE

1 – Introdução	3
2 - Teoria	4
2.1- Sistema de Coordenadas	4
2.2 – Equações do movimento	4
2.3 – Soluções pseudo-harmônicas	6
2.4 – Matriz de transferência	7
2.5 – Elipse de fase	8
2.6 - Aceitância	8
3 - Simulações	11
3.1 Parâmetros da rede magnética	11
3.2 – Trajetória radial	12
3.3 – Matrizes de transferência	12
3.3 – Elipses de fase	13
3.4 - Determinação do melhor ponto para medida	14
3.5 – Configuração final	16
4 – Método Experimental	17
4.1 – Descrição do método	17
4.2 – Experimento	18
5 – Análise dos Dados	20
5.1 – Valores experimentais	20
5.2 – Ajuste das curvas	20
5.3 – Calibração da injeção	23
5.4 – Elipse de fase	24
5.5 – Ajuste da elipse	25
6 – Discussão dos Resultados e Análise de Erros	26
7 – Conclusão e Perspectivas	29
Apêndices	30
I – Convolução	30
II – Cálculo dos pontos da elipse de fase	31
III – Regressão não-linear da elipse	33

1 – Introdução

Neste trabalho apresentamos um método pelo qual foi medida a aceitância do anel de armazenamento de elétrons UVX do LCLS. A aceitância é um parâmetro diretamente ligado à injeção do feixe de elétrons no anel, sendo que valores pequenos destes parâmetros podem inviabilizar o funcionamento da máquina, além disso, a aceitância também se relaciona ao tempo de vida do feixe armazenado. O trabalho inicia com um estudo da teoria relacionada à um anel de armazenamento de elétrons, começando por uma descrição do sistema de referência utilizado para descrever o movimento de um elétron armazenado no anel. As equações do movimento transversal para um elétron com uma energia nominal definida são derivadas e as soluções destas equações são obtidas. O conceito de aceitância é então introduzido a partir do estudo das soluções das equações do movimento transversal no espaço de fase. Algumas simulações da ótica de um elétron no anel são realizadas e simulações para determinação das melhores configurações para as medidas. Em seguida o método experimental para a medida da aceitância é detalhado e são apresentados os dados experimentais obtidos nas medições realizadas. Desenvolve-se um modelo baseado em princípios físicos do experimento para ajuste dos dados obtidos e constrói-se dois programas que são utilizados no tratamento e a análise destes dados. Segue uma apresentação dos resultados, com a determinação de um valor para a aceitância do anel e, finalmente, uma discussão dos limites de validade dos resultados obtidos e possíveis fontes de erros.

2 - Teoria

2.1- Sistema de Coordenadas

Os elétrons em um anel de armazenamento são mantidos em órbitas estáveis por campos magnéticos gerados por eletroímãs dispostos ao longo anel. Para determinado conjunto de valores dos campos da rede magnética, um elétron com energia nominal E_0 irá se mover em uma órbita ideal plana e fechada e todos os outros elétrons, com energias diferentes, estarão restritos a moverem em trajetórias quase periódicas em torno desta órbita ideal.

A descrição do movimento do elétron é feita em termos de coordenadas em relação à órbita ideal. A posição instantânea será identificada pelo conjunto de coordenadas (s, x, z) , sendo s a distância ao longo da órbita (azimutal) a partir de algum ponto de referência, x a distância horizontal (radial) e z a distância vertical.



Fig. 1 : Sistema de referência utilizado para descrever o movimento de um elétron com relação à órbita ideal

2.2 – Equações do movimento

No tratamento matemático do movimento do elétron, utiliza-se uma aproximação linear na qual as coordenadas x e z são consideradas muito menores que o raio de curvatura local, de modo que apenas termos lineares são considerados. O movimento é determinado pelo campo guia, como a órbita é plana e horizontal, assumindo que o campo seja perpendicular e simétrico em relação à órbita, o movimento pode ser completamente caracterizado conhecendo-se a magnitude do campo $B_0(s)$ e o gradiente horizontal $\frac{\partial B}{\partial x}(s)$ calculado sobre a órbita. Utilizando os

equações de Maxwell, a expansão do campo em torno da órbita, mantendo apenas termos lineares, leva à:

$$\begin{aligned} B_x(s, x, z) &\approx B_0(s) + \frac{\partial B}{\partial x} x \\ B_z(s, x, z) &\approx \frac{\partial B}{\partial z} z \end{aligned} \quad (1)$$

É interessante fazer uma descrição independente da energia de operação do anel, normalizando as propriedades do campo.

$$G(s) = \frac{ecB_0(s)}{E} \quad (2)$$

$$K(s) = \frac{ec}{B_0} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (3)$$

As funções $G(s)$ e $K(s)$ são interpretadas fisicamente como o inverso raio de curvatura e a força de focalização em um determinado ponto da órbita, respectivamente. Estas funções devem ser periódicas devido ao caráter cíclico da coordenada azimutal s .

As equações do movimento podem ser determinadas utilizando a força de Lorentz, com as condições de que a velocidade radial é muito menor que a velocidade tangencial, de modo que $v_r \ll v$ e que a coordenada radial x é muito menor que o raio de curvatura ρ no ponto, isto é, $x \ll \rho$. Seguindo a aproximação linear, as equações do movimento vertical e radial são obtidas:

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s)x + G(s)\frac{E}{E_0} = 0 \quad \text{e} \quad K_x(s) = -G^2(s) + K(s) \quad (4)$$

$$\frac{d^2z}{ds^2} + K_z(s)z = 0 \quad \text{e} \quad K_z(s) = K(s) \quad (5)$$

A solução da equação radial pode ser separada em duas partes, uma que descreve uma órbita de equilíbrio dada pela solução particular de (4) e outra que descreve oscilações em torno desta órbita, chamadas oscilações betatron, dada pela solução da parte homogênea da equação (4). Como não está sendo considerada a dependência em energia, apenas elétrons com energia E_0 são tratados, o termo dependente de E/E_0 na equação (4) vai a zero e

as equações podem ser rescritas em uma forma mais geral:

$$y'' + K(s)y = 0 \quad \begin{matrix} K(s) = K_x(s) & \text{para } y = x \\ K(s) = K_z(s) & \text{para } y = z \end{matrix} \quad (6)$$

sendo a derivação em relação a coordenada s .

2.3 – Soluções pseudo-harmônicas

A equação (6) tem a mesma forma da equação de um oscilador harmônico simples com uma força dependente do tempo. Portanto admite soluções oscilatórias, no entanto, com amplitude e fase dependentes da coordenada s , determinadas pelas características do campo guia K_x e K_z . Estas soluções são chamadas pseudo-harmônicas e são escritas de uma forma geral

$$y(s) = a\sqrt{\mu(s)}\cos(\phi(s) + \phi_0) \quad (7)$$

sendo ϕ_0 uma constante de fase que depende das condições iniciais.

A função betatron $\mu(s)$ e o avanço de fase $\phi(s)$ dependentes das propriedades focalizadoras do campo guia satisfazendo

$$\mu'' + \mu \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = 0 \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} \mu'' - \frac{1}{4} \mu \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 + K(s)\mu = 0 \quad (9)$$

A equação (9) determina de modo único a função betatron que descreve completamente as características da rede magnética. Além disso, por definição, $\mu(s)$ é uma função positiva definida e periódica

$$\mu(s+L) = \mu(s) \quad (10)$$

sendo L o comprimento da circunferência do anel.

Como a equação (6) é linear em y , qualquer solução pode ser escrita como uma combinação linear de duas soluções particulares linearmente independentes, desta forma

$$y(s) = C(s)y_0 + S(s)y_0^f \quad (11)$$

sendo y_0 e y_0^f os valores iniciais de $y(s)$ e $y^f(s)$ para $s = s_0$ e $C(s)$ e $S(s)$ satisfazendo:

$$C'' + K(s)C = 0 \quad \text{com} \quad C(s_0) = 1, C'(s_0) = 0 \quad (12)$$

$$S'' + K(s)S = 0 \quad \text{com} \quad S(s_0) = 0, S'(s_0) = 1 \quad (13)$$

As funções C e S são denominadas soluções tipo seno e tipo co-seno, devido às condições iniciais que satisfazem.

2.4 – Matriz de transferência

É conveniente calcular não só a posição em função de s, mas também a inclinação, isto é, a derivada de y(s) com respeito à s. Estas duas equações podem ser escritas utilizando notação matricial.

$$\begin{pmatrix} y(s) \\ y'(s) \end{pmatrix} = \mathbf{M}(s, s_0) \begin{pmatrix} y(s_0) \\ y'(s_0) \end{pmatrix} \quad (14)$$

em que $\mathbf{M}(s, s_0)$, matriz de transferência de s para s_0 , depende apenas das propriedades do campo guia entre os dois azimutes. Os elementos de $\mathbf{M}(s, s_0)$ podem ser escritos em termos das funções tipo seno e tipo co-seno

$$\mathbf{M}(s, s_0) = \begin{pmatrix} C(s, s_0) & S(s, s_0) \\ C'(s, s_0) & S'(s, s_0) \end{pmatrix} \quad (15)$$

Segue de (14) que para qualquer s_1 entre s e s_0 teremos a propriedade

$$\mathbf{M}(s, s_0) = \mathbf{M}(s, s_1) \mathbf{M}(s_1, s_0) \quad (16)$$

A matriz de transferência pode ser reescrita em termos da função betatron e do avanço de fase entre os pontos s e s_0 utilizando as equações (7) e (11), suas respectivas derivadas em relação à variável s e as condições (12) e (13).

$$\mathbf{M}(s, s_0) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{\beta_0}} \cos(\psi - \psi_0) \sin(\psi - \psi_0) & \sqrt{\beta_0} \sin(\psi - \psi_0) \\ \frac{1}{\sqrt{\beta_0}} (\psi - \psi_0) \cos(\psi - \psi_0) + (1 - \cos(\psi - \psi_0)) \sin(\psi - \psi_0) & \sqrt{\frac{\beta_0}{2}} \cos(\psi - \psi_0) \sin(\psi - \psi_0) \end{pmatrix} \quad (17)$$

sendo $\psi = \int_{s_0}^s \frac{1}{\beta(s)} ds$ e $\psi_0, \beta_0, \beta'_0$ os valores destas funções para $s = s_0$.

Desta forma, conhecendo-se os valores da posição e inclinação $(y(s_0), y'(s_0))$ para um determinado ponto s_0 do anel, é possível obter $(y(s), y'(s))$ para qualquer s por uma multiplicação de matrizes

2.5 – Elipse de fase

Para um valor fixo do azimute s o vetor $(y(s), y'(s))$ é uma função do ângulo de fase θ , definindo uma família de trajetórias com a mesma amplitude mas com fases diferentes. As equações

$$\begin{aligned} y(s) &= a \sqrt{r(s)} \cos(\theta(s) + \delta) \\ y'(s) &= \frac{a}{\sqrt{r(s)}} \sin(\theta(s) + \delta) + r(s) \cos(\theta(s) + \delta) \end{aligned} \quad (18)$$

são uma representação paramétrica de uma elipse no espaço de fase (y, y') , para θ variando entre 0 e 2π .

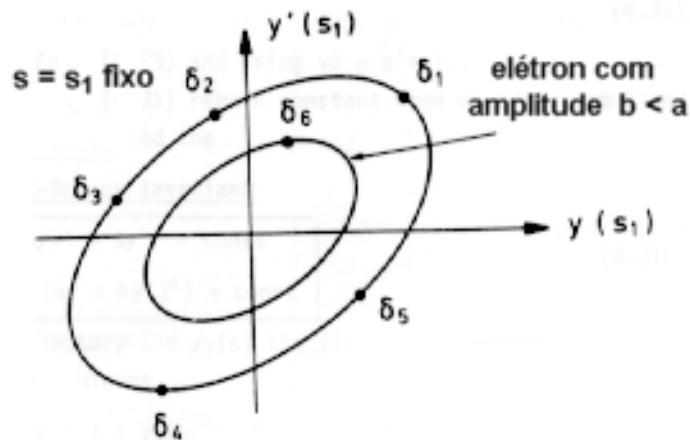


Fig. 2 : Elipse de fase para uma família de partículas com a mesma amplitude mas diferentes ângulos de fase. Trajetórias com uma amplitude b menor correspondem a elipses menores

2.6 - Aceitância

De forma análoga ao oscilador harmônico simples no qual a amplitude é um invariante do movimento e pode ser expresso em termos da posição e velocidade instantânea, a quantidade a^2 , relacionada à área da elipse, é o correspondente invariante para oscilações pseudo-harmônicas dadas por (18).

Define-se então a emitância do feixe por

$$\text{área} = \int \dots \dots \dots (19)$$

sendo que esta grandeza define a área da elipse no espaço de fase descrita por (18).

A equação da elipse pode ser escrita na representação de coordenadas como

$$\begin{aligned} & \dots y^2 \dots \dots \dots \\ \text{sendo } & \dots \frac{1 \dots^2}{\dots} \end{aligned} \quad (21)$$

A elipse de fase em um azimuth s_1 é completamente determinada pelos parâmetros $\dots(s_1)$, $\dots(s_1)$, $\dots(s_1)$ e pelo valor da emitância \dots

Uma importante característica das oscilações pseudo-harmônicas é o fato de tanto o deslocamento na direção y quanto inclinação y' sempre possuírem valores limites máximos, denominados respectivamente, envelope $E(s)$ e divergência $A(s)$ do feixe.

$$E(s) = y_{\max}(s) = \sqrt{\dots \dots(s)} \quad (22)$$

$$A(s) = y'_{\max}(s) = \sqrt{\dots \dots(s)} \quad (23)$$

Isto significa que a trajetória de um elétron está sempre dentro de uma região definida por $E(s)$. Para um dado s_1 fixo, as possíveis posições e inclinações de um elétron neste ponto, definidas por sua trajetória após várias revoluções, também estarão limitadas a uma certa região do espaço de fase, que é dada pela elipse de fase. Estas situações estão representadas nas figuras a seguir

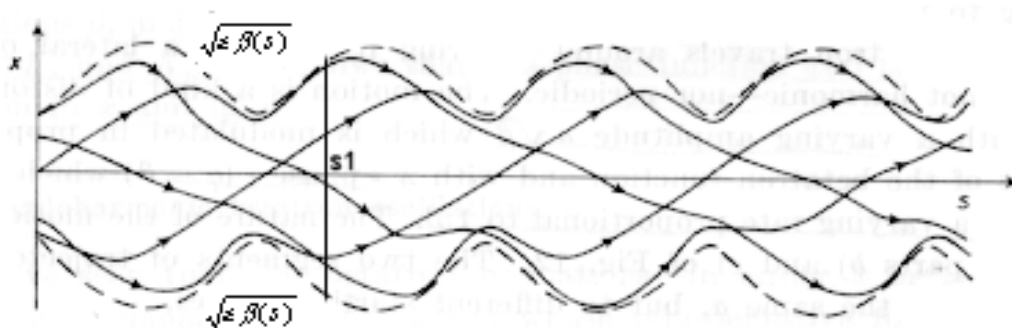


Fig. 3 : Trajetória de um elétron após várias revoluções

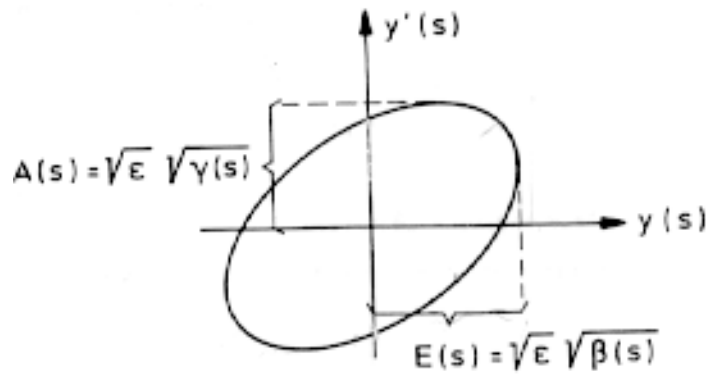


Fig. 4 : Elipse de fase para um s_1 fixo mostrando o envelope e a divergência

A aceitância pode ser então definida como a máxima emitância que um elétron pode ter, mantendo condição de estabilidade dinâmica do movimento.

3 - Simulações

Antes de realizar as medidas no anel UVX, foram realizadas simulações utilizando o software *Mathematica* para obter algumas previsões dos resultados, determinar o melhor ponto para o mapeamento da elipse de fase e determinar as ordens de grandezas e intervalos de variação dos parâmetros que devem ser ajustados para fazer a medição, tais como os valores das deflexões nos *kickers* e dos parâmetros de injeção.

3.1 Parâmetros da rede magnética

Primeiramente, os parâmetros $\beta(s)$ e o avanço de fase $\psi(s)$ que caracterizam a rede magnética do anel foram obtidos utilizando o programa MAD (*Methodical Accelerator Design*) que calcula estes parâmetros a partir dos valores dos campos de todos os elementos magnéticos considerados, no caso apenas dipolos quadrupolos e trechos sem campos (*drifts*). A figura abaixo mostra o gráfico dos valores da função β calculados pelo programa em função da coordenada s , na qual vemos o caráter periódico desta função

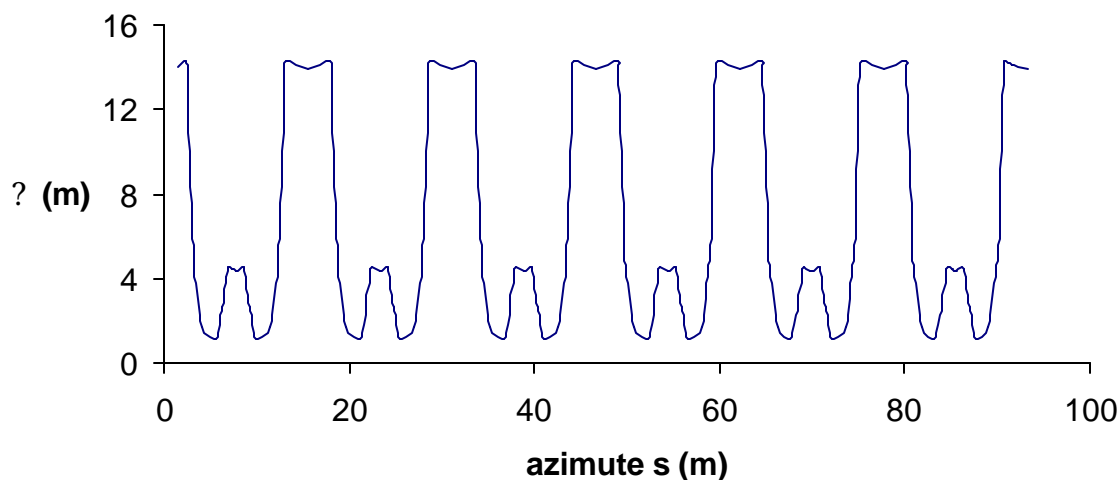


Fig. 5 : Gráfico da função β calculada pelo programa MAD

3.2 – Trajetória radial

Foi traçado um gráfico da trajetória radial de um elétron, isto é, posição x em função de s para a rede magnética calculada. O ponto inicial, $x = -37\text{mm}$ e $x' = -4\text{ mrad}$ foi utilizado como referência, e as matrizes de transferência foram utilizadas para calcular os pontos do gráfico.

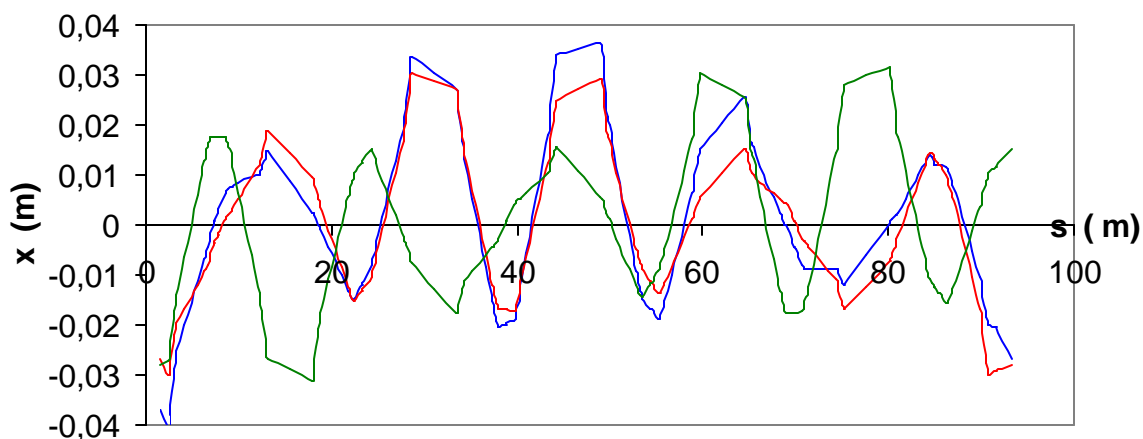


Fig. 6 : Gráfico da trajetória radial de um elétron armazenado no anel para três voltas. A curva em azul refere-se a primeira volta, a curva em vermelha à segunda e a curva em verde à terceira volta.

No gráfico da figura anterior nota-se que a trajetória do elétron assume valores maiores que o tamanho da câmara de vácuo (60 mm de diâmetro), isto ocorre devido ao fato da rede magnética utilizada não considerar elementos como sextupolos e corretoras de órbita verticais e horizontais.

3.3 – Matrizes de transferência

A tabela a seguir mostra os valores dos parâmetros calculados apenas para os azimutes dos *kickers* e para o ponto de injeção.

	s (m)	x (m)	x'	x''
INJ	1.558	14.056	-0.112	0.018
AKC04	7.327	4.423	0.101	0.423
AKC02	85.003	4.423	0.101	4.815
AKC03	91.573	14.075	0.118	5.251

Tabela 1: valores dos parâmetros da rede magnética na posição do kicker e do ponto de injeção

Com estes valores foram calculadas as matrizes de transferência utilizando a equação (17) para os trechos:

Ponto de injeção até *kicker* AKC04

$$M1 = \begin{pmatrix} 0.499 & 4.432 \\ 0.048 & 1.576 \end{pmatrix}$$

Kicker AKC04 até o *kicker* AKC02

$$M2 = \begin{pmatrix} 0.715 & 2.776 \\ 0.143 & 0.842 \end{pmatrix}$$

AKC02 até o *kicker* AKC03

$$M3 = \begin{pmatrix} 1.571 & 3.088 \\ 0.048 & 0.542 \end{pmatrix}$$

3.3 – Elipses de fase

Para traçar as elipses de fase nas posições dos *kickers*, foi determinada a máxima emitância possível para a rede magnética utilizada, fazendo o deslocamento máximo, equação (22), igual ao raio da câmara de vácuo (30 mm) para o ponto onde β assume o maior valor (14.296 m)

$$\beta = 6.29 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Este é um limite máximo para aceitância do anel, espera-se que o valor medido seja menor que este.

A partir da equação (21), com os valores de β e β_s foram traçadas as elipses de fase no azimute dos *kickers*, mostradas na figura a seguir:

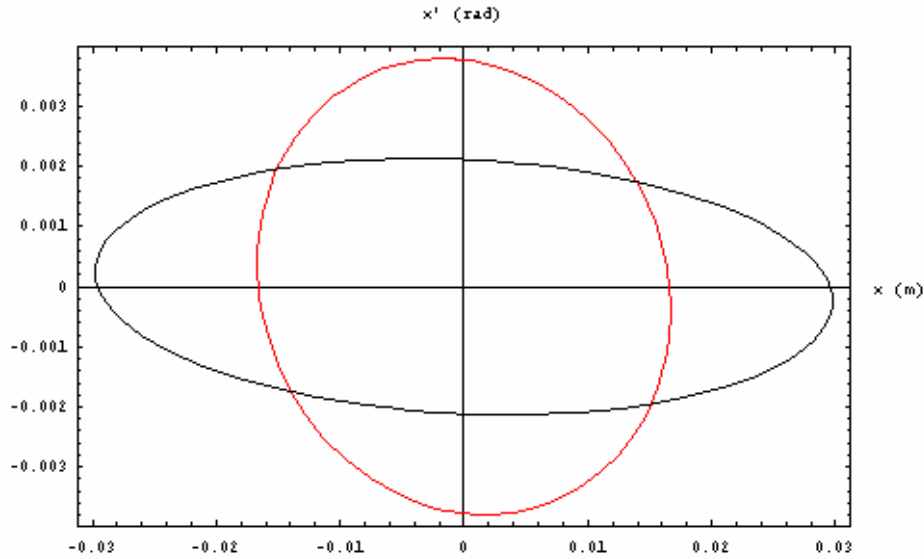


Fig. 7 : Elipses de fase para os kickers

As elipses dos *kickers* AKC04 e AKC02 estão sobrepostas, mostradas na figura com a cor vermelha, pois estes pontos apresentam os mesmos valores dos parâmetros da rede magnética. A elipse em preto refere-se ao *kicker* AKC03.

3.4 - Determinação do melhor ponto para medida

O método para medida da aceitância consiste em defletir o feixe de elétrons na primeira volta em um dos *kickers*, para a varredura horizontal, é necessário variar a posição do feixe no azimute do *kicker*. Isto pode ser feito variando-se a inclinação e posição de injeção do feixe no anel ou até utilizando um segundo *kicker*. Portanto é preciso determinar em qual dos *kickers* será feita a medida e o valor da deflexão neste *kicker* necessário para o mapeamento vertical.

Para esta simulação, utilizamos o ponto de injeção $x = -37$ mm e $x' = -4$ mrad como referência e fizemos variações em torno destes valores (0 à 7 mrad e 31 à 43 mm). Os pontos correspondentes na posição dos *kickers* foram obtidos utilizando as matrizes de transferência calculadas anteriormente e o resultado foi um conjunto de retas paralelas. Os pontos foram defletidos nos *kickers*, utilizando a força máxima de cada um deles, resultando em um outro conjunto de retas.

As retas e as elipses de fase em cada um dos *kickers* são mostradas nas figuras a seguir, sendo que sobre cada reta varia-se em uma unidade a inclinação e de uma reta para outra temos

a variação de uma unidade da posição, o ponto em vermelho é a referência. Os gráficos não estão na mesma escala.

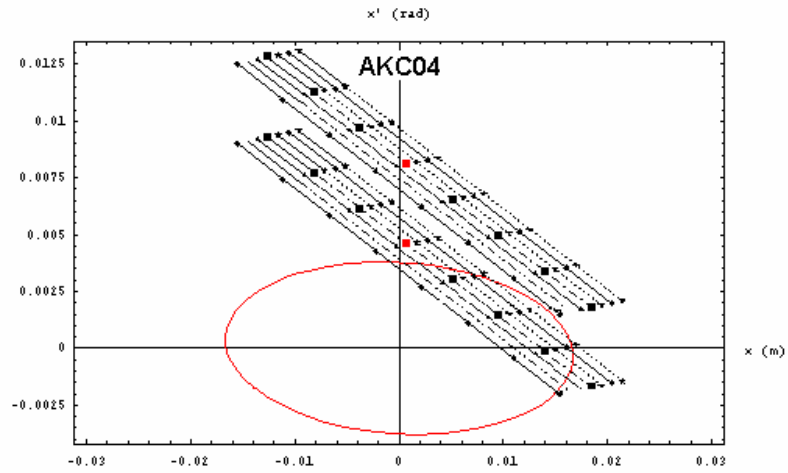


Fig. 8 : Elipse de fase e retas de injeção para o *kicker* AKC04

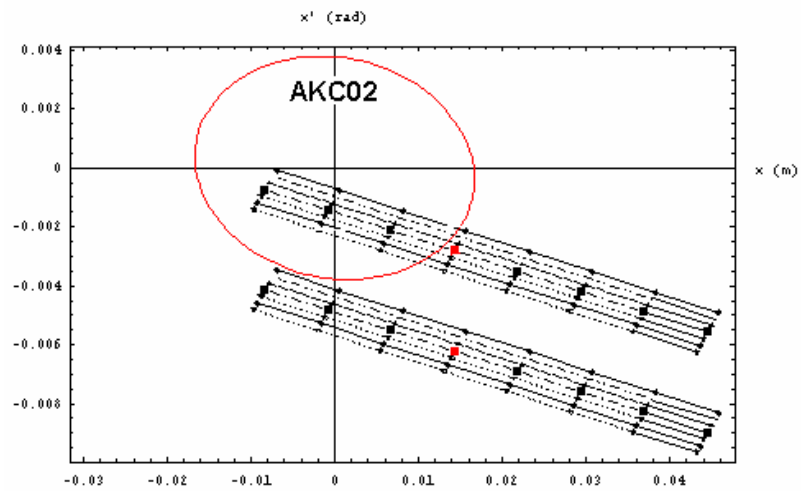


Fig. 9 : Elipse de fase e retas de injeção para o *kicker* AKC04

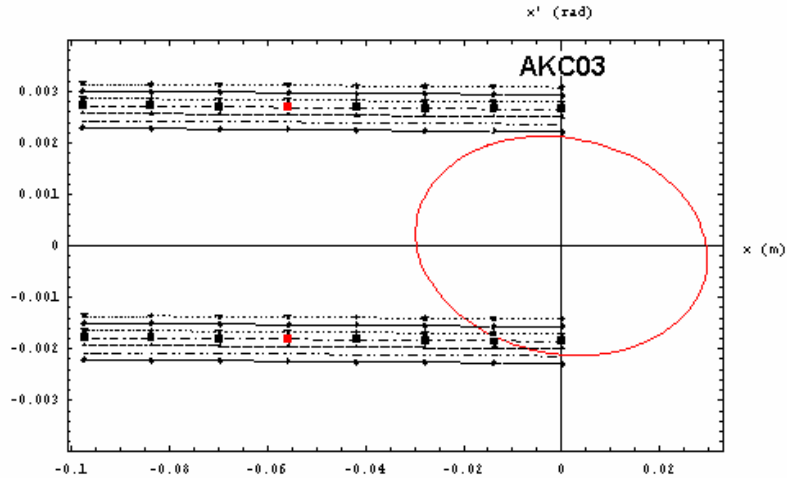


Fig. 10 : Elipse de fase e retas de injeção para o *kicker* AKC04

Conclui-se que o melhor ponto para a medida seria no azimute do kicker AKC03 pois neste ponto a elipse é mais alongada horizontalmente e a posição das retas de injeção possibilitam o melhor mapeamento da elipse.

3.5 – Configuração final

Realizamos mais uma simulação para determinar a forma da varredura horizontal da elipse estudando o comportamento das retas de injeção no *kicker* AKC03 variando o valor das deflexões dos *kickers* e os parâmetros de injeção.

Primeiramente variamos apenas AKC04 e em seguida variamos AKC04 e AKC02 simultaneamente. Conclui-se que o mapeamento horizontal da elipse deve ser feito variando a posição e inclinação de injeção e a melhor configuração para medição seria manter AKC04 com um deflexão fixa de 3,5 mrad e AKC02 desligado.

A situação descrita é mostrada na próxima figura.

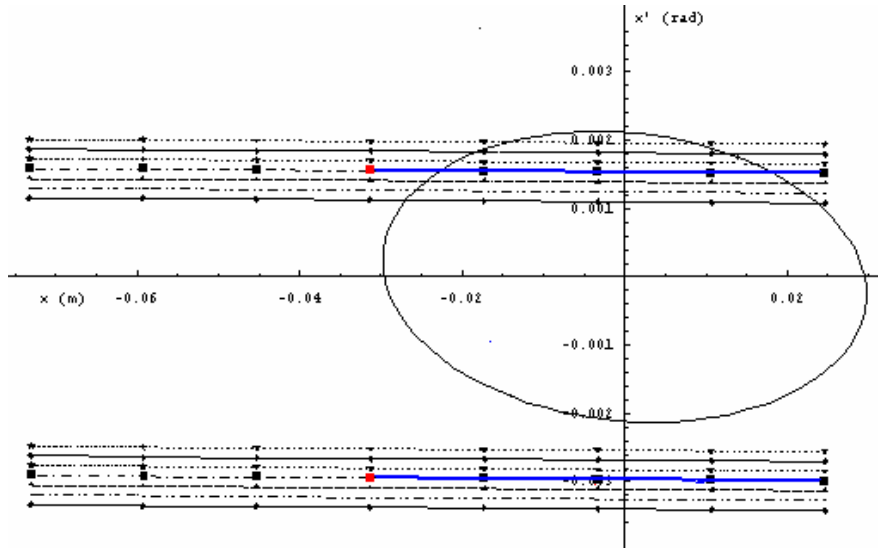


Fig. 11 : Gráfico da elipse de fase no *kicker* AKC03 e retas de injeção com AKC04 fixo em 3,5 mrad e AKC02 desligado. O ponto em vermelho representa a referência de injeção e as retas em azul representam o intervalo de valores da inclinação inicial para o mapeamento horizontal

Com esta configuração de *kickers* podemos varrer praticamente toda a elipse horizontalmente variando apenas a inclinação na injeção.

4 – Método Experimental

4.1 – Descrição do método

A medida da aceitância do anel UVX foi realizada a partir do mapeamento da elipse de fase utilizando os *kickers* e medidas da eficiência de injeção. Os *Kickers* são eletroímãs pulsados, com pulsos curtíssimos da ordem de alguns nanossegundos de largura, que têm a função de causar deflexões no feixe de elétrons. Existem três destes defletores distribuídos pelo anel que são normalmente utilizados apenas durante o processo de injeção do feixe de elétrons no anel. A eficiência de injeção é a relação entre a carga do feixe injetado no anel e a carga do feixe armazenado, este valor é obtido experimentalmente com um software que mede a corrente no booster e a corrente média no anel após várias voltas.

O método utilizado para mapear a elipse de fase consistiu em injetar um feixe de elétrons no anel armazenador com energia de 500 MeV a partir do Booster. Este feixe de elétrons sofre uma deflexão de 3,52 mrad no *kicker* AKC04, para correção de trajetória, e uma outra deflexão

no *kicker* AKC03. Esta última provoca uma translação vertical do feixe no espaço de fase que pode fazê-lo entrar ou sair da região de aceitação. Uma medida da eficiência de injeção é então realizada, este valor reflete a posição do feixe injetado em relação à aceitação, já que quando o feixe encontra-se fora da aceitação temos eficiência nula e a medida que o feixe penetra na região de aceitação temos valores crescentes da eficiência até atingir seu valor máximo. Desta forma, a partir da medida da eficiência de injeção em função da deflexão no *kicker* AKC03, determina-se a largura angular da elipse de fase para uma determinada posição. Para mapear toda a elipse é preciso realizar translações horizontais no espaço de fase e para cada nova posição um outro mapeamento vertical, as variações da posição do feixe foram obtidas variando-se as condições de inclinação de injeção, isto é, o ângulo que o feixe é injetado.

4.2 – Experimento

A deflexão máxima produzida pelo *kicker* é limitada pela tensão máxima do pulso que é aproximadamente 24 KV. Portanto para obter maiores deflexões angulares, a máquina foi operada em uma energia de injeção de 500 MeV

Para que o sincronismo entre os *kickers* ficasse de acordo com os objetivos do experimento, para que eles pulsassem na seqüência correta, foi necessário atrasar os *kickers* AKC03 e AKC02 de 311 ns em relação ao *kicker* AKC04. A figura 12 mostra uma imagem de um osciloscópio no qual vemos as curvas de tensão em função do tempo que representam os pulsos dos *kickers*.

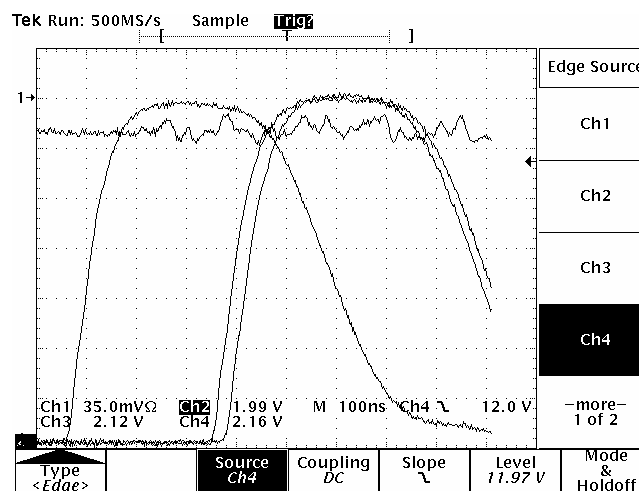


Fig. 12: Curvas de tensão dos pulsos dos *kickers* com mudança no sincronismo

Para minimizar o efeito da deflexão do *kicker* na segunda volta, o feixe de elétrons foi ajustado temporalmente para que ficasse no início da curva de descida do pulso do *kicker*, como mostrado na figura a seguir. Desta forma, a deflexão no feixe na segunda volta era cerca de 10% da deflexão na primeira volta, podendo ser desprezada.

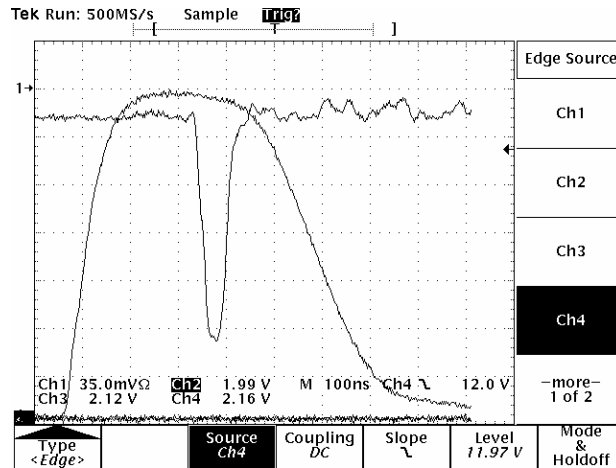


Fig. 13: Ajuste temporal do feixe em relação à curva de tensão do AKC04

Após estes ajustes, foram feitas as medidas da eficiência de injeção em função da deflexão angular no AKC03. Para cada valor da deflexão foram realizadas três medidas da eficiência, para verificar a repetição das medidas e diminuir o efeito de flutuações. Estes valores da deflexão foram variados de 0 até aproximadamente 2 mrad, quando os valores obtidos da eficiência eram nulos ou dentro da flutuação (aproximadamente 3%). Para variar a posição no espaço de fase e varrer outros trechos da elipse, foi utilizada a variação do ângulo de injeção, no entanto, no software de controle da injeção não é possível precisar os valores absolutos dos parâmetros de injeção, controla-se apenas variações destes valores. Por isso, para cada variação do ângulo de injeção θ_x no intervalo -0,8 à 1,8 mrad foi realizado um mapeamento vertical, totalizando 12 mapeamentos, que varreram toda a elipse de fase.

5 – Análise dos Dados

5.1 – Valores experimentais

Com os valores medidos foram traçados gráficos da eficiência máxima obtida para cada deflexão em função da deflexão, para cada variação do ângulo de injeção.

O conjunto de dados está representado no gráfico da figura a seguir

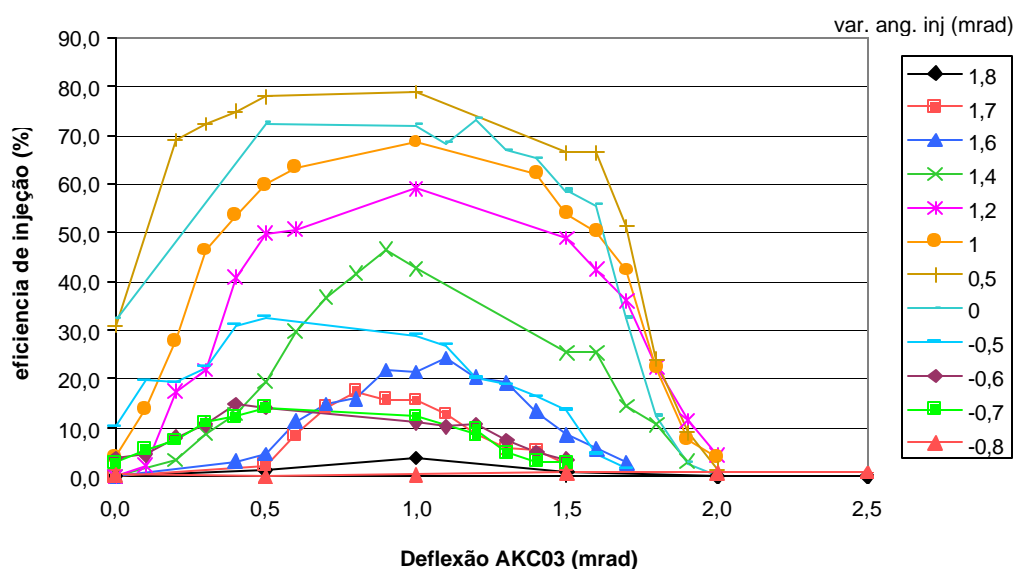


Fig. 14: Gráfico da eficiência máxima pela deflexão do kicker AKC03

5.2 – Ajuste das curvas

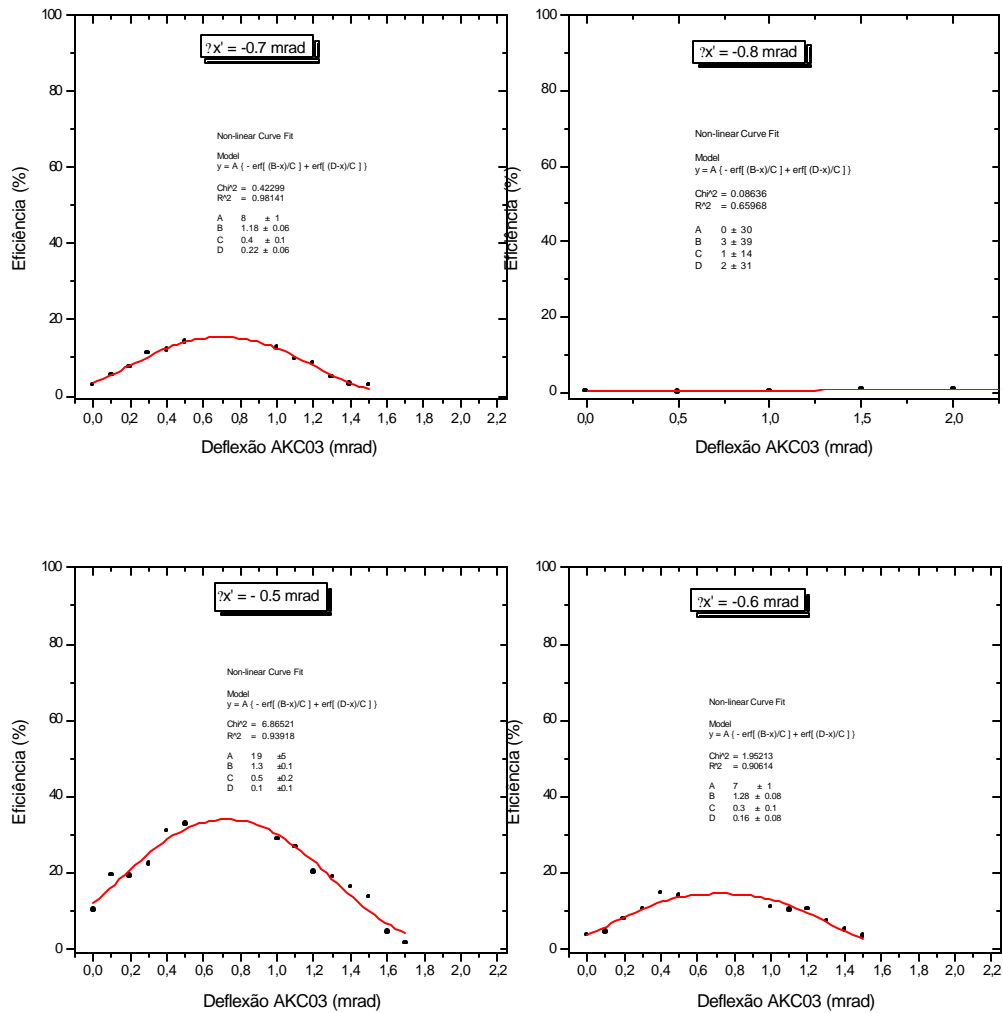
Para ajustar os pontos da figura anterior, foi determinado um modelo matemático que descreve o comportamento das curvas baseado em fenômenos físicos que ocorrem no experimento. Consideramos o feixe de elétrons não como pontual, mas com uma dispersão angular, que segue uma distribuição gaussiana. Na situação experimental temos este feixe com uma dispersão angular gaussiana passando pela região de aceitação, que pode ser descrita como uma função constante dentro de um intervalo fixo. Portanto a função matemática que descreve o comportamento das curvas obtidas no experimento deve ser a convolução de uma função constante em um intervalo fixo e uma gaussiana de altura e largura fixas, mas com centro variável

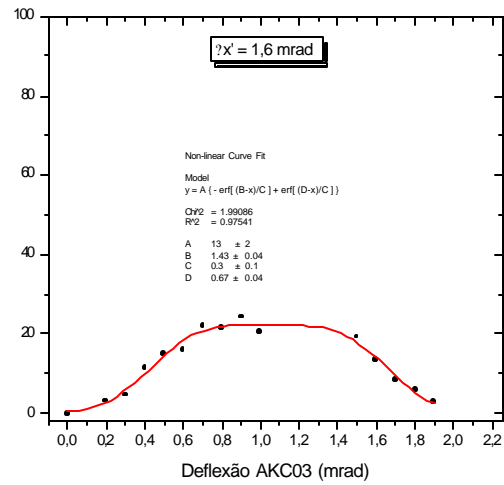
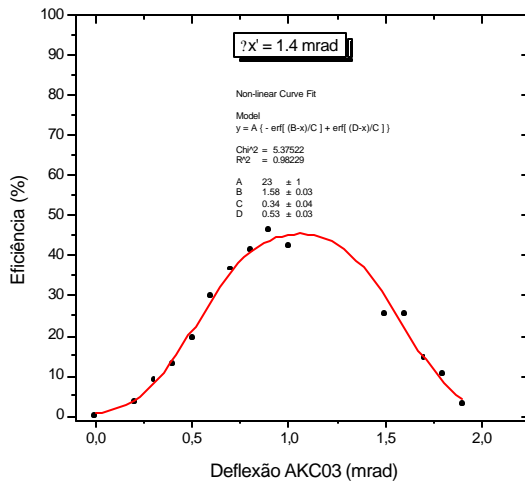
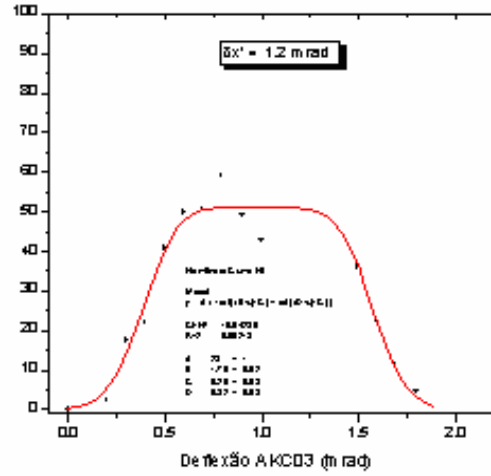
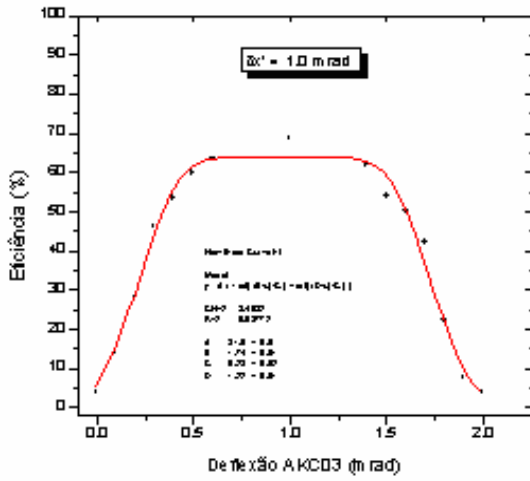
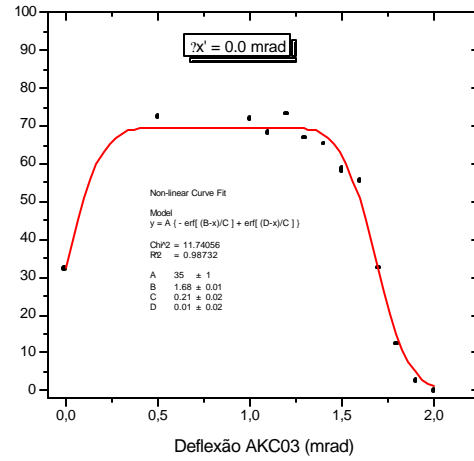
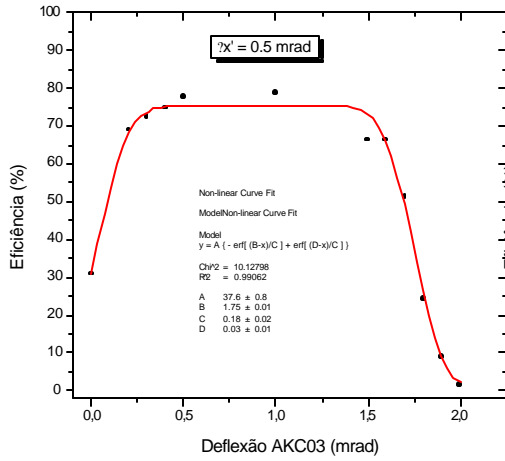
assumindo valores dentro do intervalo . Os cálculos e as mudanças de variáveis estão apresentados no apêndice I e a função determinada para o ajuste das pontos é dada por:

$$y = A \left[\operatorname{Erf} \left(\frac{B-x}{C} \right) + \operatorname{Erf} \left(\frac{D-x}{C} \right) \right] \quad (24)$$

sendo A, B, C e D parâmetros determinados pela regressão não-linear de cada um dos conjuntos de pontos da figura 15.

Os gráficos com as curvas para cada variação do ângulo de injeção e suas respectivas regressões foram feitos com o software *Microcal Origin* e estão mostrados nas figuras que seguem.





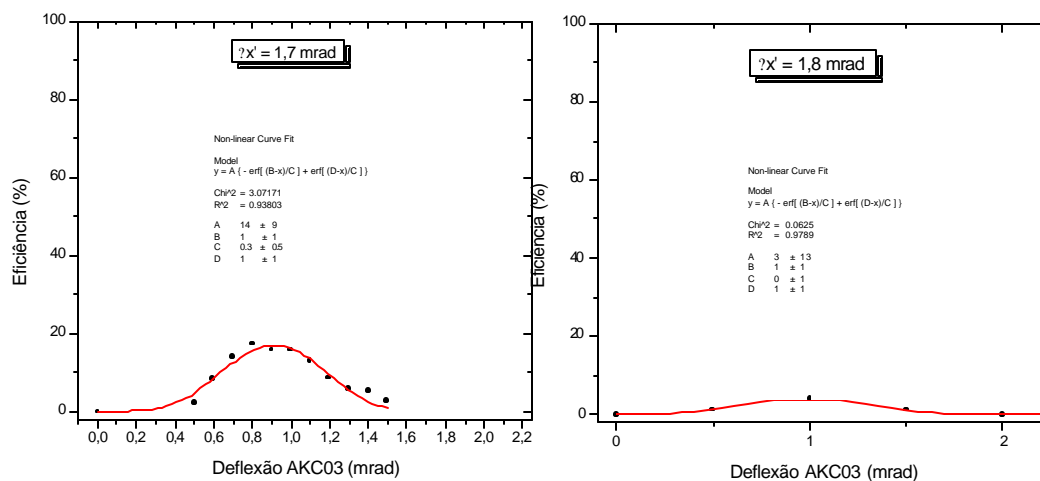


Fig. 15: Gráficos da eficiência máxima pela deflexão com regressão não-linear para cada uma das variações da deflexão do *kicker*

5.3 – Calibração da injeção

Para obter a elipse de fase a partir dos dados obtidos, primeiramente, é necessário determinar um ponto de referência, já que não são conhecidos os valores absolutos dos ângulos de injeção. O centro da elipse foi escolhido como referência, já que ele corresponde experimentalmente ao ponto de maior eficiência de injeção. Com um gráfico da eficiência máxima obtida em cada varredura vertical em função da variação da deflexão na injeção foi determinado o valor da deflexão correspondente ao centro da elipse como o ponto de máximo desta curva.

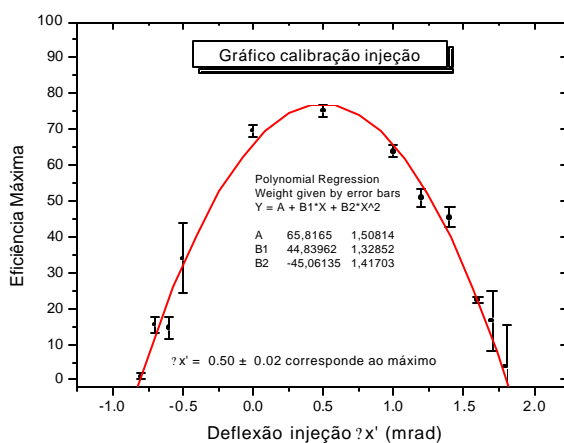


Fig. 16: Gráfico da eficiência máxima pela deflexão na injeção

5.4 – Elipse de fase

O primeiro passo para a construção da elipse de fase foi determinar os pontos de injeção correspondentes a cada variação do ângulo de injeção. Utilizando as matrizes de transferência, os valores dos parâmetros da rede magnética calculados pelo MAD e o valor da deflexão inicial determinado no item anterior, foi calculado o ponto de injeção no espaço de fase correspondente à eficiência máxima. Os demais pontos de injeção foram determinados utilizando o ponto de eficiência máxima como referência e somando as correspondentes variações da deflexão à segunda coordenada.

Para cada varredura vertical, pela regressão não linear (parâmetros C e D, apêndice I), foram determinados os valores das deflexões correspondentes ao início e ao fim da elipse, isto é, a largura angular da aceitância. Com estes valores da deflexão no kicker, as matrizes de transferência foram aplicadas aos pontos de injeção obtendo os pontos no espaço de fase correspondentes as regiões mapeadas da elipse de fase.

Todos os cálculos foram realizados com o software *Mathematica* e o código encontra-se no apêndice II.

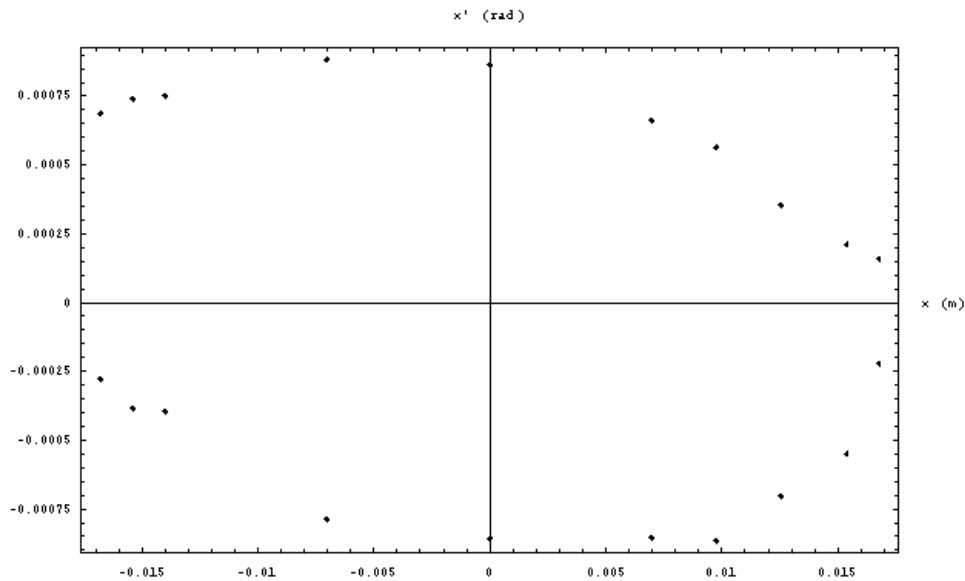


Fig. 17: Gráfico no espaço de fase dos pontos da elipse mapeada experimentalmente

5.5 – Ajuste da elipse

Para ajustar uma elipse aos dados obtidos, foi desenvolvido um programa utilizando o software *Mathematica* que faz uma regressão não-linear, determinando os coeficientes e seus respectivos erros. O código do programa encontra-se no apêndice III. A função utilizada para o ajuste é definida implicitamente por :

$$ax^2 + bxy + cy^2 - 1 = 0$$

O gráfico da elipse ajustada encontra-se na figura a seguir juntamente com uma elipse maior, que representa a maior aceitação teórica possível, considerando os dados da rede magnética calculados pelo MAD.

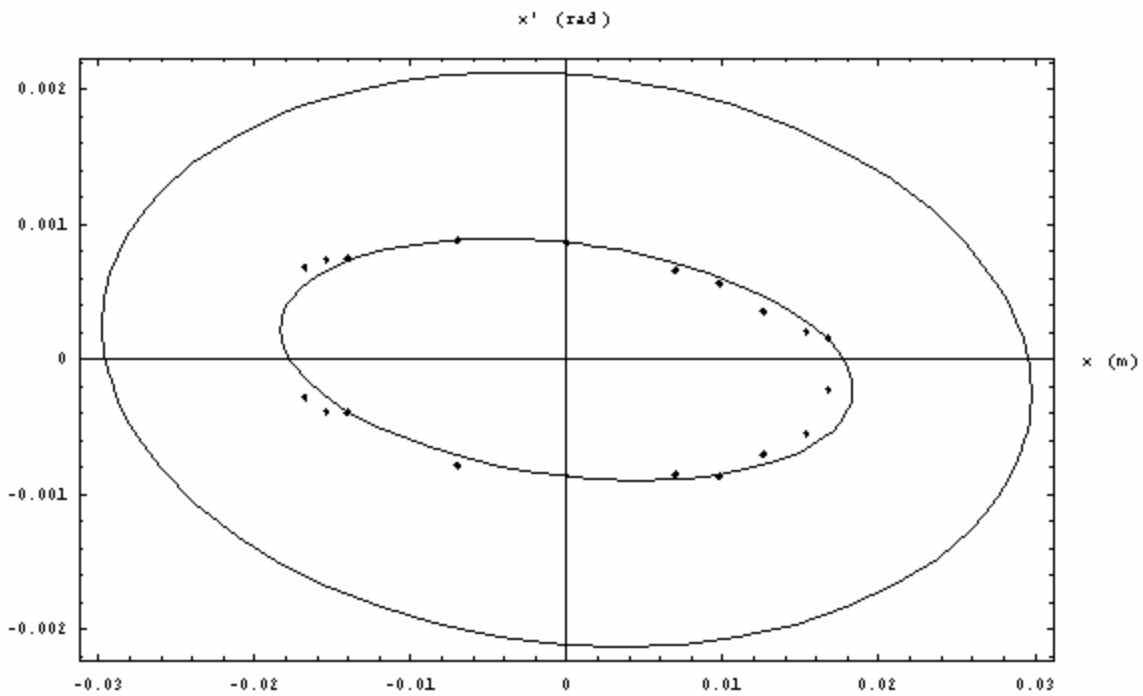


Fig. 18: Gráfico da elipse de fase determinada experimentalmente e elipse teórica

Os valores dos parâmetros determinados pela regressão e seus respectivos erros são:

$$a = (317,2 \pm 0,6) 10^{-5}$$

$$b = 0,032 \pm 0,005$$

$$c = 1.329 \pm 0,008$$

6 – Discussão dos Resultados e Análise de Erros

Com os parâmetros obtidos pela regressão não-linear, comparando as equações (21) e (25), podemos determinar os parâmetros θ e ϕ que definem a elipse de fase.

Os valores obtidos foram :

$$\theta = (1,59 \pm 0,02) 10^{-5} \text{ m.rad}$$

$$\phi = 21,1 \pm 0,5 \text{ m}$$

$$\psi = 0,22 \pm 0,05$$

Estes valores podem ser comparados com os valores calculados pelo software MAD no azimute do *kicker* AKC03.

$$\theta = 6,29 10^{-5} \text{ m.rad}$$

$$\phi = 14,075 \text{ m}$$

$$\psi = 0,118$$

O primeiro resultado a ser analisado é o parâmetro θ . Este parâmetro está relacionado geometricamente à inclinação da elipse de fase, quanto maior seu valor em módulo, maior é a inclinação da elipse. Valores positivos de θ correspondem a elipses formando um ângulo negativo com o eixo x (considerando positivo o sentido anti-horário), enquanto valores negativos correspondem à elipses com ângulo positivo. O valor de θ varia bastante ao longo de toda a rede magnética, os valores calculados teoricamente variam de $-8,541$ à $8,541$.

O valor de θ obtido experimentalmente, em primeira análise, difere bastante do valor calculado com um desvio percentual de 86%. Considerando o intervalo de variação de θ ao longo do anel e o fato das elipses teórica e experimental possuírem inclinações muito próximas, como pode ser visto na figura 18, conclui-se que esta grande diferença percentual está relacionada ao fato do valor medido ser próximo de zero, o que faz com que pequenas diferenças levem a grandes desvios percentuais.

O parâmetro β relaciona-se à forma da elipse, isto é, à relação entre os eixos da elipse, valores grandes de β correspondem à elipses mais alongadas enquanto valores pequenos correspondem a elipses mais arredondadas.

O valor obtido experimentalmente para β é maior que o valor calculado, com um desvio percentual da ordem de 50%, isto pode ser visto na figura 18 pois a elipse experimental é mais achatada que a elipse teórica. Esta diferença pode ser atribuída ao fato da dispersão da posição do feixe não ter sido considerada no modelo para ajuste das curvas de eficiência em função da deflexão do *kicker* AKC03.

A dispersão da posição do feixe influencia a forma da elipse na medida que, para mapeamentos próximos à borda da elipse, a eficiência medida pode ser causada apenas pela cauda da gaussiana, sendo que a maior parte do feixe já estaria fora aceitação. Como o modelo para o ajuste das curvas não considera a dispersão da posição, estes pontos são considerados como pertencentes a elipse causando um alargamento nas bordas. A situação está esquematizada na figura a seguir, onde a elipse em vermelho corresponde a elipse que seria obtida com o modelo sem a dispersão na posição.

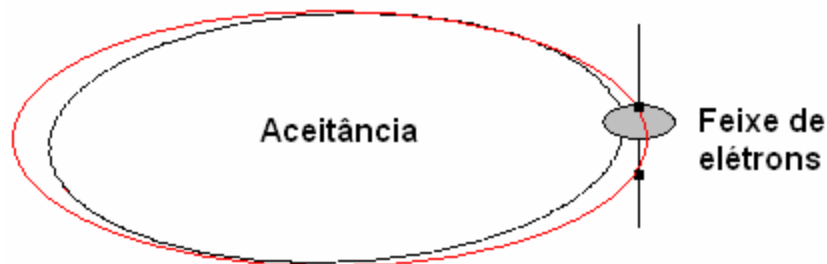


Fig. 19 : gráfico representativo do alargamento das bordas da elipse devido à dispersão do feixe

O valor θ determinado pelos parâmetros da rede magnética calculados pelo software MAD, corresponde a uma aceitância teórica máxima, cujo único fator limitante são as paredes da câmara de vácuo. O valor de θ obtido experimentalmente,

$(1,59 \pm 0,02) \cdot 10^{-5}$ m.rad é cerca de 4 vezes menor que este valor teórico. Este resultado já era esperado, o menor valor da aceitância experimental reflete a influência de efeitos não lineares na aceitância que estão presentes na máquina e não são considerados na teoria.

O desenvolvimento teórico estudado é um tratamento de primeira ordem, utilizando nas aproximações apenas termos lineares, efeitos como interações entre os elétrons, desvios de energia e irregularidades dos campos magnéticos, que levam a não-linearidades não são tratados na teoria.

7 – Conclusão e Perspectivas

O trabalho desenvolvido proporcionou um contato com os conceitos e o formalismo envolvidos na teoria de aceleradores de elétrons, além de um contato direto com o anel de armazenamento de elétrons instalado no LNLS. O método experimental proposto foi capaz de determinar um valor coerente com as expectativas para a aceitância do anel de $(1,59 \pm 0,02) 10^{-5}$ m.rad, além dos valores dos outros parâmetros que definem a elipse de fase. O valor obtido experimentalmente para a aceitância é menor que o valor teórico máximo calculado e reflete a influência dos efeitos não-lineares. Existe uma forte evidência prática deste menor valor da aceitância que é a necessidade da inclusão de um “bump” adicional no processo de injeção do feixe no anel.

Apesar dos resultados obtidos, o método ainda pode ser refinado. Uma das possibilidades para o aperfeiçoamento dos resultados seria realizar um maior número de medidas de eficiência para cada ponto, afim de obter algum resultado estatístico significativo, eliminando a influência das flutuações. Outra seria realizar um maior número de mapeamentos verticais, principalmente nas proximidades das bordas da elipse onde os valores de eficiência são baixos e mais suscetíveis a erros. Um outro refinamento possível seria o desenvolvimento de um modelo mais elaborado para o tratamento dos dados envolvendo a dispersão na posição do feixe de elétrons já que a não inclusão deste efeito levou a um alargamento das bordas elipse que pode refletir em uma alteração no valor da aceitância. Conclui-se, portanto, que o método ainda pode ser aperfeiçoado e a medida obtida para aceitância deve ser considerada uma primeira aproximação.

Apêndices

I – Convolução

A integral de convolução é definida por:

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-t)g(t) dt$$

Para o caso em questão as funções f e g são dadas por:

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \quad e \quad g(x) = \begin{cases} K & x_1 \leq x \leq x_2 \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

Portanto a função de ajuste das curvas será:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-t)g(t) dt = \int_{x_1}^{x_2} K e^{-\frac{(x-t)^2}{2}} dt$$

$$K \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\text{Erf} \left(\frac{x-x_1}{\sqrt{2}} \right) - \text{Erf} \left(\frac{x-x_2}{\sqrt{2}} \right) \right]$$

sendo Erf(x) a função erro.

A forma final da função de ajuste utilizada nas regressões pode ser obtida fazendo a seguinte mudança de variáveis

$$A = K \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad B = x_2 \quad C = \sqrt{2} \quad D = x_1$$

II – Cálculo dos pontos da elipse de fase

Os cálculos foram realizados utilizando o software *Mathematica*. Nos cálculos que seguem foram utilizadas matrizes 3x3 para incluir a deflexão dos *kickers*, os vetores possuem 3 coordenadas sendo a terceira coordenada 1. Como determinado na análise dos dados o centro da elipse foi associada ao ponto de máxima eficiência obtida que corresponde a uma deflexão de 0,5 mrad no *kicker* AKC03. O código do programa encontra-se a seguir.

```
(*Parametros da rede magnetica*)
t:= ReadList["c:\otica.txt", Number, RecordLists -> True];
(*otica.txt eh um arquivo com os parametros da rede magnetica calculados
pelo software MAD que eh associado a matriz t*)
(*TableForm[t,TableHeadings->{{}, {"S", "Beta", "Alfa", "Mi", "Px", "DPx"}}]*)

(*Definacao da matriz de transformacao*)
M[bet_,bet0_,alfa_,alfa0_,mu_,mu0_,delta_]:=
{{Sqrt[bet/bet0]*(Cos[mu-mu0]+alfa0*Sin[mu-mu0]),
Sqrt[bet*bet0]*Sin[mu-mu0],{-1/Sqrt[bet*bet0]*((alfa-alfa0)*Cos[mu-
mu0]+(1+alfa*alfa0)*Sin[mu-mu0]),Sqrt[bet0/bet]*(Cos[mu-mu0]-
alfa*Sin[mu-mu0]),delta},{0,0,1}};

MatrixForm[M[b,b0,a,a0,mi,mi0,d]]
(*Define matriz 3x3 em funcao dos valores de beta alfa e mi nos dois
pontos que determinam o trecho e delta que eh o valor da deflexao do
kicker*)

(*matrizes nos trechos inj-akc04 akc04-akc02 akc02-akc04 em funcao das
deflexoes dos kickers*)
M1[d_]:=M[t[[18,2]],t[[3,2]],t[[18,3]],t[[3,3]],2*Pi*t[[18,4]],
2*Pi*t[[3,4]],d/1000];
MatrixForm[M1[d]];

M2[d_]:=M[t[[170,2]],t[[18,2]],t[[170,3]],t[[18,3]],2*Pi*t[[170,4]],
2*Pi*t[[18,4]],d/1000];
MatrixForm[M2[d]];

M3[d_]:=M[t[[188,2]],t[[170,2]],t[[188,3]],t[[170,3]],2*Pi*t[[188,4]],
2*Pi*t[[170,4]],d/1000];
MatrixForm[M3[d]];

(*Calibração da Injecao*)
p=Inverse[M3[-0.89].M2[0].M1[-3.52]].{0,0,1}
(*Calcula o ponto de injecao correspondente ao ponto de maxima eficiencia
obtido experimentalmente, utilizando inversao de matrizes e acumula no
vetor p*)
{-0.0280472,-0.00176166,1.}

(*Pontos de Injecao*)
P[i_]:={{1,0,0},{0,1,i/1000},{0,0,1}}
(*matriz que incrementa em i a 2 coordenada dos vetores*)
```

(*Calculo de todos os pontos de injecao utilizados no experimento sendo a referencia e acumula os vetores resultantes em cada entrada de p0*)

```
p0[1]=P[1.3].p;  
p0[2]=P[1.2].p;  
p0[3]=P[1.1].p;  
p0[4]=P[0.9].p;  
p0[5]=P[0.7].p;  
p0[6]=P[0.5].p;  
p0[7]=P[0].p;  
p0[8]=P[-0.5].p;  
p0[9]=P[-1.0].p;  
p0[10]=P[-1.1].p;  
p0[11]=P[-1.2].p;  
p0[12]=P[-1.3].p;
```

(*Calculo dos pontos da elipse no espaco de fase*)

```
a1 = M3[-1.268].M2[0].M1[-3.52].p0[1]  
a2 = M3[-0.693].M2[0].M1[-3.52].p0[1]  
a3 = M3[-1.1].M2[0].M1[-3.52].p0[2]  
a4 = M3[-0.72].M2[0].M1[-3.52].p0[2]  
a5 = M3[-1.427].M2[0].M1[-3.52].p0[3]  
a6 = M3[-0.668].M2[0].M1[-3.52].p0[3]  
a7 = M3[-1.584].M2[0].M1[-3.52].p0[4]  
a8 = M3[-0.527].M2[0].M1[-3.52].p0[4]  
a9 = M3[-1.749].M2[0].M1[-3.52].p0[5]  
a10 = M3[-0.319].M2[0].M1[-3.52].p0[5]  
a11 = M3[-1.739].M2[0].M1[-3.52].p0[6]  
a12 = M3[-0.222].M2[0].M1[-3.52].p0[6]  
a13 = M3[-1.748].M2[0].M1[-3.52].p0[7]  
a14 = M3[-0.028].M2[0].M1[-3.52].p0[7]  
a15 = M3[-1.682].M2[0].M1[-3.52].p0[8]  
a16 = M3[-0.013].M2[0].M1[-3.52].p0[8]  
a17 = M3[-1.297].M2[0].M1[-3.52].p0[9]  
a18 = M3[-0.149].M2[0].M1[-3.52].p0[9]  
a19 = M3[-1.285].M2[0].M1[-3.52].p0[10]  
a20 = M3[-0.162].M2[0].M1[-3.52].p0[10]  
a21 = M3[-1.182].M2[0].M1[-3.52].p0[11]  
a22 = M3[-0.217].M2[0].M1[-3.52].p0[11]  
a23 = M3[-2.522].M2[0].M1[-3.52].p0[12]  
a24 = M3[-1.834].M2[0].M1[-3.52].p0[12]
```

(*pontos correspondentes a largura angular da elipse de fase no azimute do AKC03, utilizando os valores das deflexoes obtidos pelas regressoes*)

III – Regressão não-linear da elipse

```
(*Parametros da rede magnetica e pontos experimentais*)

t:=ReadList["c:\data.txt", Number, RecordLists -> True];
data:=ReadList["c:\elipse.txt", Number, RecordLists -> True];
(*otica.txt eh um arquivo com os parametros da rede magnetica calculados
pelo software MAD que eh associado a matriz t e elipse.txt eh um arquivo
contendo os pontos da elipse mapeada calculados no outro programa sendo
associado a matriz data*)
TableForm[data,TableHeadings->{{},{ "x", "y" }}]

(*Definicao da funcao de merito quiquadrado que deve ser minimizada*)
f[a_, b_, c_] := Sum[(a*data[[i,1]]^2 + b * data[[i,1]]*data[[i,2]] +
c*data[[i,2]]^2 - 1.0)^2, {i,1,Length[data]}]

(*Minimizacao da funcao quiquadrado em relacao aos parametros a, b e c
que determina os coeficientes da elipse*)
FindMinimum[f[a,b,c], {a,0}, {b,0},{c,1}]
{26657, {a@0.00317268, b@0.0323456, c@1.32877}

(*Calculo das grandezas fisicas que definem a elipse de fase associadas
aos coeficientes da regressao*)
a=0.00317268407901439397`;
b=0.032345591046510238`;
c=1.3287693573641397`;
emit=10^-6 *2/Sqrt[4 a c-b^2]
0.0000159027
alfa=b/Sqrt[4 a c-b^2]
0.257191
beta=2 c/Sqrt[4 a c-b^2]
21.131

(*Graficos*)
(*Elipse ajustada*)
x:=Sqrt[emit*beta]*Cos[delta];
y:=Sqrt[emit/beta]*(Sin[delta]-alfa*Cos[delta]);
g1=ParametricPlot[{x,y},{delta,0,2Pi},AxesLabel->{"x(m)", "x' (rad)"}
,Frame->True];

(*Elipse teorica*)
emit = 6.2954*10^-5;
alfa = 0.118;
beta = 14.075;
g2=ParametricPlot[{x,y},{delta,0,2*Pi},AxesLabel ->{"x (m)", "x'(mrad)"}
,Frame ->True]

(*Pontos experimentais*)
<<Graphics`MultipleListPlot`
g3=MultipleListPlot[Table[k[i]={0.001*data[[i,1]],0.001*data[[i,2]]},
{i,1,Length[data]}] AxesLabel -> {"x (m)", "x'(rad)"}],Frame->True]

(*Todos os gráficos*)
```

```
Show[g1,g2,g3]
```

```
(*Definicao da elipse como duas funcoes, f1 para a parte superior e f2 para a parte inferior*)
```

```
f1[x_]:=(-b x+Sqrt[(b^2-4 a c) x^2+4 c])/(2 c);
```

```
f2[x_]:=(-b x-Sqrt[(b^2-4 a c) x^2+4 c])/(2 c);
```

```
(*Estimativa do erro aleatorio para cada um dos pontos y[i]*)
```

```
sigma =Sqrt[Sum[(data[[2i,2]]-f1[data[[2i,1]]]+data[[2i-1,2]]-
```

```
f2[data[[2i-1,1]]])^2,
```

```
{i,1,Length[data]/2}]]*(1/(Length[data]-3))]
```

```
0.0879528
```

```
(*Resolve o sistema linear resultante das equacoes de minimizacao da função quiquadrado, para determinar os coeficientes a, b e c como funcoes dos pontos x[i], y[i]*)
```

```
Clear[a,b,c]
```

```
Solve[{c (S02)^2 +b S13 + a S22 == S02, c S13 + b S22 +a S31 == S11, c
```

```
S22 + b S31 +
```

```
a(S20)^2==S20},{a,b,c}]
```

$$a \textcircled{R} = \frac{S13^2 S20 - S11 S13 S22 - S02^2 S20 S22 + S02 S22^2 + S02^2 S11 S31 - S02 S13 S31}{-S13^2 S20^2 + S02^2 S20^2 S22 - S22^3 + 2 S13 S22 S31 - S02^2 S31^2}$$

$$b \textcircled{R} = \frac{S02^2 S11 S20^2 - S02 S13 S20^2 + S13 S20 S22 - S11 S22^2 - S02^2 S20 S31 + S02 S22 S31}{S13^2 S20^2 - S02^2 S20^2 S22 + S22^3 - 2 S13 S22 S31 + S02^2 S31^2}$$

$$c \textcircled{R} = \frac{-S11 S13 S20^2 + S02 S20^2 S22 - S20 S22^2 + S13 S20 S31 + S11 S22 S31 - S02 S31^2}{S13^2 S20^2 - S02^2 S20^2 S22 + S22^3 - 2 S13 S22 S31 + S02^2 S31^2}$$

```
c = -(-S11 S13 S20^2 + S02 S20^2 S22 - S20 S22^2 +S13 S20 S31 + S11 S22 S31 - S02 S31^2) / (S13^2 S20^2 - S02^2 S20^2 S22 + S22^3 - 2 S13 S22 S31 + S02^2 S31^2);
```

```
b = -(S02^2 S11 S20^2 - S02 S13 S20^2 + S13 S20 S22 - S11 S22^2 - S02^2 S20 S31 + S02 S22 S31)/(S13^2 S20^2 - S02^2 S20^2 S22 + S22^3 - 2 S13 S22 S31 + S02^2 S31^2);
```

```
a = -(-S13^2 S20 + S11 S13 S22 + S02^2 S20 S22 - S02 S22^2 - S02^2 S11 S31 + S02 S13 S31)/(S13^2 S20^2 - S02^2 S20^2 S22 + S22^3 - 2 S13 S22 S31 + S02^2 S31^2);
```

```
(*definicao das variaveis utilizadas para resolver o sistema linear como somatorias envolvendo os pontos x[i] y[i]*)
```

```
Clear[x,y];
```

```
S02=Sum[y[i]^2,{i,1,20}];
```

```
S13=Sum[x[i]y[i]^3,{i,1,20}];
```

```
S22=Sum[x[i]^2*y[i]^2,{i,1,20}];
```

```
S31=Sum[x[i]^3*y[i],{i,1,20}];
```

```
S11=Sum[x[i]*y[i],{i,1,20}];
```

```
S31=Sum[x[i]^3*y[i],{i,1,20}];
```

```
S20=Sum[x[i]^2,{i,1,20}];
```

```

(*Propagacao do erro sigma, estimado para casa um dos pontos y[i], para
os coeficientes a,b,c*)
erroa=Sqrt[sigma^2*Sum[(D[a,y[i]])^2,{i,1,20}]];
errob=Sqrt[sigma^2*Sum[(D[b,y[i]])^2,{i,1,20}]];
erroc=Sqrt[sigma^2*Sum[(D[c,y[i]])^2,{i,1,20}]];

(*Associa os pontos x[i] e y[i] aos pontos da elipse acumulados na matriz
data*)
Do[y[i]=data[[i,2]],{i,1,20}];
Do[x[i]=data[[i,1]],{i,1,20}];

(*Erro dos coeficientes da regressao linear da elipse*)
erroa
6.30441` 10^-6
errob
0.00492864
erroc
0.00757319

(*Propagacao dos erros dos coeficientes da regressao para os parametros
fisicos que definem a elipse de fase*)
Clear[a,b,c,emit,alfa,beta]
emit=10^-6 *2/Sqrt[4 a c-b^2];
alfa=b/Sqrt[4 a c-b^2];
beta=2 c/Sqrt[4 a c-b^2];

Sigemit=Sqrt[ 5.4736624623553709`*^-
6^2*D[emit,a]^2+0.00498509445102184933`^2*
D[emit,b]^2+0.00767754496385353402`^2*D[emit,c]^2];
Sigalfa=Sqrt[5.4736624623553709`*^-
6^2*D[alfa,a]^2+0.00498509445102184933`^2*
D[alfa,b]^2+0.00767754496385353402`^2*D[alfa,c]^2];
Sigbeta=Sqrt[5.4736624623553709`*^-
6^2*D[beta,a]^2+0.00498509445102184933`^2*
D[beta,b]^2+0.00767754496385353402`^2*D[beta,c]^2];

a = 0.00312626112594363103`;
b = -0.0282757155532572781`;
c = 1.32877;

Sigemit
1.50428` 10^-7
Sigalfa
0.041648
Sigbeta
0.197991

```