

Colisões Frontais e Cinemática do Lançamento Horizontal



Aluno: Ivan Luís Degasperi RA:016335 (ivan.ensina @ gmail.com)

Orientador: Prof. Dr. Francisco das Chagas Marques (marques @ ifi.unicamp.br)

Coordenador: Prof. Dr. Joaquim J. Lunazzi (lunazzi @ ifi.unicamp.br)

Colisões Frontais e Cinemática do Lançamento Horizontal

Resumo

O projeto consiste na construção de um aparato experimental que irá permitir a análise prática e teórica das leis de conservação da energia e do momento linear. Trata-se de um sistema formado por duas esferas, uma das quais suspensa por um fio (formando um pêndulo) e a outra estará apoiada numa plataforma. A esfera suspensa poderá ser deslocada de um certo ângulo (a ser medido através de um transferidor) e será abandonada de modo a colidir frontalmente com a outra. A colisão permitirá o lançamento horizontal da esfera livre. Dispostos no aparato experimental de um dispositivo coletor (uma cestinha colocada num trilho regulável e graduado) que permitirá a medição do alcance obtido no lançamento horizontal e, conseqüentemente, a análise das leis de conservação envolvidas.

Este trabalho foi desenvolvido anteriormente e publicado na Revista Física na Escola (ver referência), sendo também divulgado em vídeo no youtube (link abaixo).

Na sua versão original, o trabalho dá ênfase na parte prática e visual dos fenômenos envolvidos. A proposta agora é mostrar o modelo teórico e suas previsões, bem como a metodologia experimental e tratamento de dados. Deste modo, nossa construção permitirá também uma introdução à análise de erros, não raro, assunto ausente nas aulas excessivamente teóricas e abstratas no cotidiano escolar. Queremos discutir o fato de que o sistema em questão apenas pode ser aproximado para o caso conservativo dentro dos limites de precisão das medidas efetuadas e, ainda, procuraremos despertar o interesse do público pelo método experimental.

Resultados atingidos

Para a realização da experiência a principal etapa é a construção do aparato, uma vez que, terminada a construção, com os ajustes necessários, a realização do procedimento será trivial.

Deste modo, até aqui, focamos nossos esforços na construção do aparelho e elaboração dos cálculos necessários para seu sucesso.

Terminamos a construção do aparato experimental, e testamos seu funcionamento prático.

Fotos do experimento no estágio em que se encontra



Figura 1 – transferidor (para medir o ângulo do pêndulo)

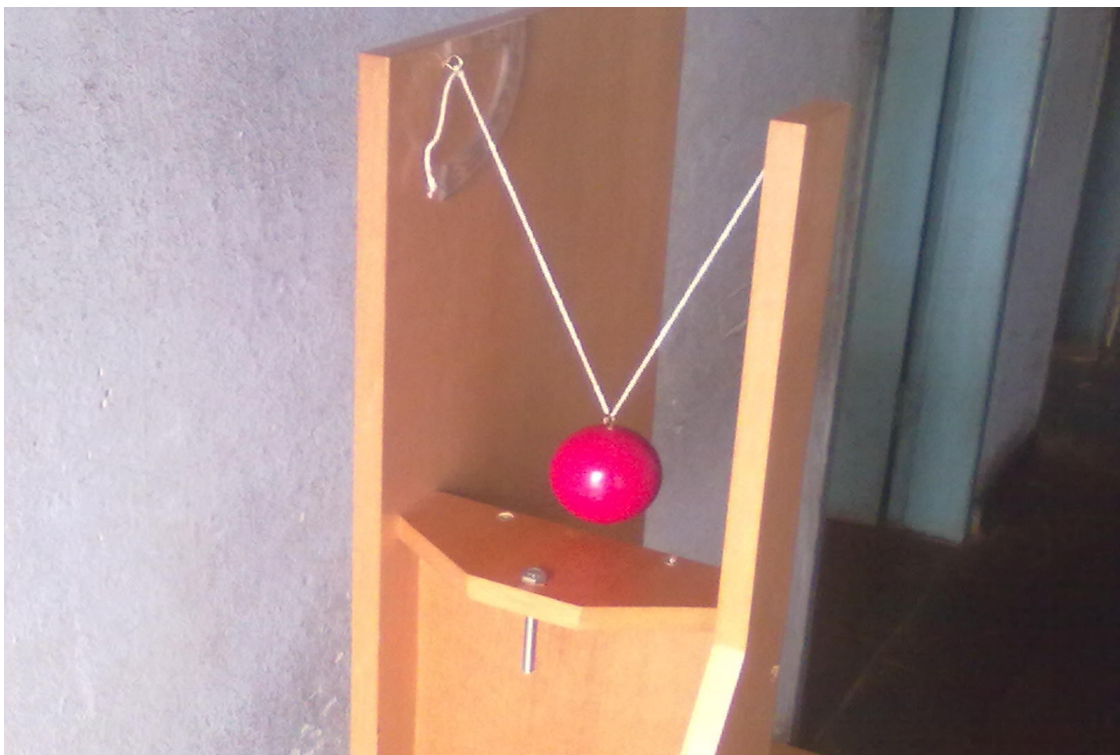


Figura 2 – esfera afixada no pêndulo e parafuso regulador de nível



Figura 3 – trilhos, régua graduada (medidora do alcance) e coletores com dois diâmetros diferentes

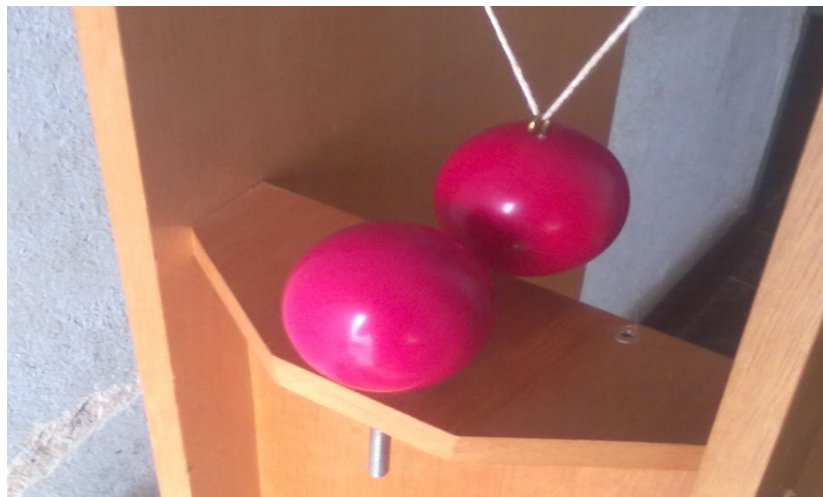


Figura 4 – esfera dois posicionada sobre o parafuso regulador



Figura 5 – visão lateral do aparato

4) Dificuldades encontradas

A principal dificuldade encontrada até aqui foi na escolha dos materiais a serem utilizados e do tipo das esferas. Isto porque a conciliação das atividades acadêmicas com o trabalho profissional tem sido bastante difícil. No entanto, temos o projeto praticamente concluído e o tempo restante até a apresentação será apenas para testes e ajuste fino do aparato.

Escolhemos madeira compensada para o corpo do projeto e compramos um jogo de bolas de bilhar que recebemos na data de 15/05/2012. Com o aparato concluído, partimos para os testes práticos. Aqui, nosso principal problema encontrado foi o alinhamento das esferas, uma vez que pequenas variações no posicionamento implicavam em colisões não frontais de modo a impedir que a esfera lançada caísse no trilho.

O parafuso regulador de nível ajudou em parte no alinhamento vertical, porém, encontramos problemas no alinhamento horizontal devido à esfera do pêndulo ter ficado sujeita à pequenos deslocamentos laterais.

De modo geral, o alcance horizontal foi obtido com sucesso apenas para ângulos pequenos, para os quais, mesmo com o diâmetro do coletor reduzido, conseguimos verificar na prática as previsões teóricas.

Pesquisa realizada e palavras-chave

Palavras-chave: colisões elásticas e inelásticas; conservação da energia; lançamento horizontal; tratamento de dados; teoria dos erros.

Referências:

1-Haliday, David; Resnick, Robert e Walker, Jearl. 2002. LTC – Livros Técnicos e Científicos. Fundamentos de Física Vol.1 6ª edição.

– Teoria de nível acadêmico básico relacionada aos fenômenos a serem observados

2- Apostila sobre a teoria de erros elaborada pelo Professor Lunazzi. Disponível em: <

http://www.geocities.ws/prof_lunazzi/f329/erros00.html Acessado em 20 de maio de 2012

3- Bucussi, Alessandro A. Introdução ao conceito de energia / Alessandro A. Bucussi. – Porto Alegre : UFRGS, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2007.

Disponível em:< http://www.if.ufrgs.br/tapf/v17n3_Bucussi.pdf > - Artigo muito interessante sobre a origem dos conceitos de energia e momento linear. Acessado em 11 de maio de 2012

Descrição do Trabalho

Nosso projeto foi inspirado por um vídeo didático (cujo link para o youtube se encontra nas referências) e também por questionamentos dos próprios alunos na ocasião de exibição do vídeo em sala. Nele, o aparato é apresentado, o tratamento matemático é feito, porém, o tempo todo, o experimento é tratado de maneira que se entenda que o sistema é conservativo e que a colisão é perfeitamente elástica. Certa vez um aluno nos perguntou como poderia ser verdade e como poderia funcionar o experimento sendo que, de fato, o sistema está sujeito às condições reais e, portanto, não é conservativo. Para responder a essa pergunta e introduzir aos alunos à metodologia experimental, reproduziremos o aparato experimental e tentaremos mostrar que, sob condições reais, podemos aproximar o tratamento do sistema como sendo conservativo e as colisões como sendo elásticas, porém, procuraremos explicitar quais os limites da aproximação propriamente dita. Portanto, em primeiro momento, desenvolveremos a teoria matematicamente e, em seguida, realizaremos a análise das incertezas envolvidas e investigaremos os limites de validade das considerações feitas na parte teórica.

Primeira parte – Introdução Histórica

O conceito de energia e momento linear

O termo energia, cujo significado tem origem no grego “ενεργεια” ou no latim “energia” (ambos significando trabalho), foi inicialmente utilizado para fazer referência a fenômenos explicados através do termo “*vis viva*” (“força viva”) ou “calórico”. De acordo com Wilson (1968) citado por Bucussi (2007), Thomas Young, médico e físico inglês foi quem sugeriu pela primeira vez o uso do termo em 1807. Reproduzimos o contexto histórico no trecho abaixo:

Galileu Galilei (1564-1642) em seu livro “Duas Novas Ciências” já descrevia experiências em que entendia se conservaria o que ele chamava de *ímpeto*. Christian Huygens (1629-1695) ao estudar a colisão dos corpos identificava algum significado especial na multiplicação da massa pela velocidade ao quadrado dos corpos. Mas foi só em 1683, na sua obra “Discurso de Metafísica”, que o matemático, filósofo, político e historiador alemão Gottfried Leibniz (1646-1716) introduziu o termo latino “*vis viva*”, que significa “força viva” de forma a dar maior sentido a esta relação. Ele confrontava seu conceito com o de “quantidade de movimento” defendido anos antes por René Descartes (1596-1650), de forma que *vis viva* (matematicamente representada pela relação $m.v^2$) e quantidade de movimento (representada por $m.v$) passaram a disputar a “verdadeira medida do movimento e da força de um corpo” (Rocha, 2002 e Ponzec, 2000). **(BUCUSSI, 2007, p.07).**

Ao longo da história, as ideias de força viva e quantidade de movimento acabaram evoluindo para nossas atuais concepções de energia cinética e momento linear, respectivamente. Em 1669, Christian Huygens, estudando colisões perfeitamente elásticas, elaborou o princípio da “Conservação do Momento Linear”. Mais tarde, por volta de 1803, “L. N. M. Carnot, pai de Sadi Carnot, elaborou o que seria o precursor do conceito de energia potencial: a *vis viva* “latente”. Carnot argumentava que todo corpo a uma certa altura do chão possuía *vis viva*, pois poderia cair e entrar em movimento”. **(BUCUSSI, 2007)**

Por fim, o princípio da conservação da energia mecânica foi elaborado por La Grange em 1788.

Segunda parte – Abordagem matemática

Podemos representar o sistema estudado pelo esquema abaixo na figura 6:

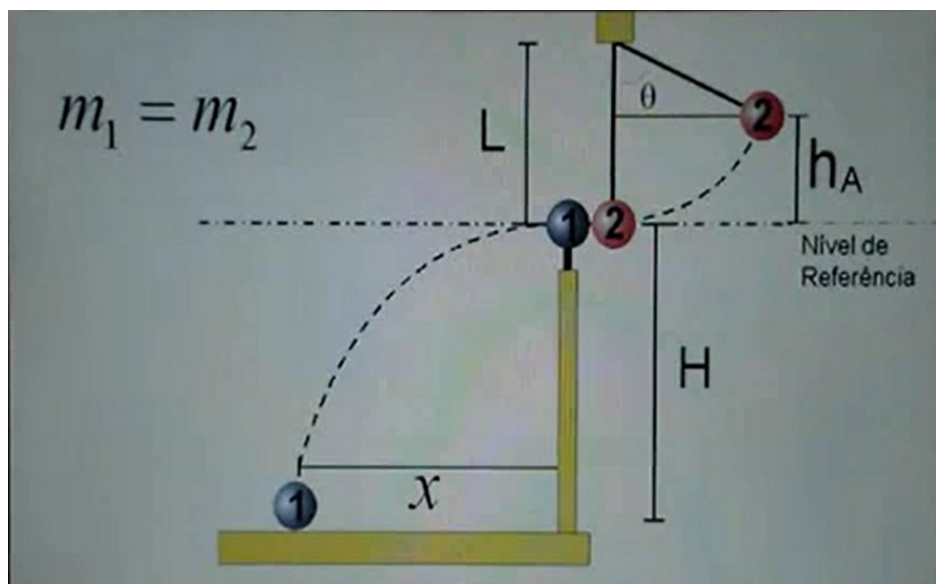


Figura 6 – Visão esquemática do aparato experimental

Fonte: < <http://www.youtube.com/watch?v=mrtMQ4MaLDQ&list=UUtw3XwOO8t76Ns0M5kJJ09g&index=40&feature=plcp> >

>

Acessado em 11 de maio de 2012

Aqui consideramos que as esferas 1 e 2 possuem a mesma massa (m_1 e m_2) e as grandezas envolvidas são:

L – comprimento do fio que prende a esfera 2

Θ – ângulo de inclinação medido com o transferidor

h_A – altura da esfera 2 em relação ao nível de referência

H – altura da esfera 1 em relação ao nível do dispositivo coletor

x – alcance horizontal (onde posicionaremos o coletor)

Considerando o sistema conservativo, podemos determinar a velocidade da esfera 2 imediatamente antes da colisão com a esfera 1 através do princípio da conservação da energia mecânica:

$$E_{Mi} = E_{Mf} \Rightarrow m_2 g h_A + \frac{m_2 v_i^2}{2} = m_2 g h_f + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

onde $E_p = mgh$ – Energia potencial gravitacional e $E_C = mv^2/2$ – energia cinética

g – aceleração local da gravidade

como $v_i = 0$; $h_f = 0$; teremos:

$$v_2 = \sqrt{2gh_A}$$

Para calcularmos as velocidades das esferas após as colisões aplicaremos o princípio da conservação da quantidade de movimento (momento linear):

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

$$\text{mas, } v_1 = 0$$

e

$$m_1 = m_2$$

logo:

$$v_2 = v'_1 + v'_2 \text{ (I)}$$

Para colisões perfeitamente elásticas, o coeficiente de restituição (e) definido abaixo será igual a unidade:

$$e = \frac{v_{af}}{v_{ap}} = \frac{v'_1 - v'_2}{v_2 - v_1} = 1 \text{ (II)}$$

onde v_{af} é a velocidade relativa de afastamento e v_{ap} é a velocidade relativa de aproximação. Portanto (e) representa um parâmetro comparativo entre as velocidades e , conseqüentemente, entre as energias cinéticas dos corpos antes e após as colisões. Em se tratando de colisão totalmente elástica, (e) encontraremos $v_{af} = v_{ap}$ e, assim, (e) = 1

igualando (I) e (II), teremos:

$$v'_1 - v'_2 = v'_1 + v'_2$$

logo,

$$v'_2 = 0$$

e, de (I), vem:

$$v'_1 = v_2 \text{ (troca de velocidades)}$$

Agora, queremos calcular o alcance x da esfera 1 ao ser lançada horizontalmente, para tanto, separamos o movimento nas direções vertical (y) e horizontal (x) pois ambos são independentes, compartilhando apenas o tempo, como segue:

em (y), movimento uniformemente variado:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a}{2}t^2 \text{ (III)}$$

como $y_0 = 0$; $a = g$ e $y = H$, teremos:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ (IV)}$$

em (x), movimento uniforme:

$$x = x_0 + v_x t \text{ (V)}$$

aqui, $v_x = v'_1 = v_2$ e $x_0 = 0$, ou seja:

$$x = \sqrt{2gh_A} \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow x = 2\sqrt{Hh_A} \text{ (VI)}$$

Finalmente, a figura 6 nos mostra que:

$$h_A = L - L\cos(\theta) = L[1 - \cos(\theta)] \text{ (VII)}$$

o que nos permite escrever, após substituirmos (VII) em (VI):

$$x = 2\sqrt{HL[1 - \cos(\theta)]} \quad \text{(VIII) (alcance)}$$

Para maiores detalhes cf. Halliday (2002)

Terceira Parte – O tratamento dos dados

Com os cálculos prontos, temos agora a previsão teórica que nos permitirá conduzir a observação do experimento, porém, ainda continuamos a tratar o problema através de considerações bastante genéricas e, aparentemente, distantes da realidade. Afinal, estamos lidando com um sistema sujeito às condições reais e, portanto, mais complexas do que a abordagem que demos.

Até que ponto nossas ideias serão válidas? Podemos realmente aproximar o problema real através de considerações idealizadas? É o que procuraremos discutir aqui.

Na observação e estudo de qualquer fenômeno físico, sempre realizaremos medições, as quais servirão para comprovarmos nosso modelo, ou mesmo nos indicarão que ele é inadequado. Por outro lado, tais medições sempre estarão limitadas à precisão dos instrumentos de medida, bem como à (im)perícia de quem for realizá-las. É neste ponto em que o estudo das incertezas e erros nas medições se faz indispensável.

Por exemplo, suponhamos que realizaremos uma medida de comprimento utilizando uma régua graduada em centímetros:

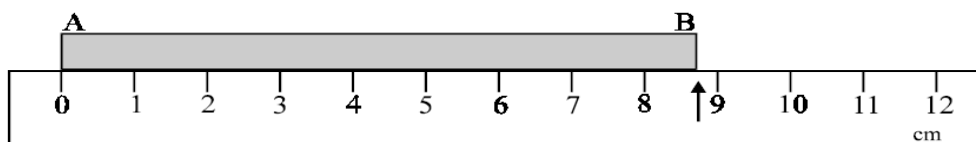


Figura 7 – Medida de comprimento com régua graduada em centímetros

Fonte:

<http://wwwp.fc.unesp.br/~malvezzi/downloads/Ensino/Disciplinas/LabFisI_Eng/ApostilaTeoriaDosErros.pdf> Acesso em 11 de maio de 2012

De acordo com a figura 7, o objeto AB possui um comprimento maior que oito centímetros. Contudo, diferentes pessoas poderiam atribuir valores distintos para a medida completa, de forma que uma poderia avaliar a medida em 8,7 cm, outra em 8,6 cm e assim por diante. Temos aqui um exemplo de como o ato de medir não é tão simples como possa parecer. Além disto, a própria régua

pode implicar no resultado da medida, ou seja, medindo a mesma grandeza com dois instrumentos diferentes entre si (de fabricantes diversos) é possível encontrarmos pequenas variações nas medidas observadas. Logo, qual seria a medida correta? Seriam os 8,6 cm ou os 8,7 cm? Ambos, dentro de um certo limite. Para a nossa régua, graduada em centímetros, somos capazes, por exemplo, de subdividir mentalmente um centímetro em duas frações iguais e, assim, concluirmos que nossa medida é maior do que 8,5 cm. Se repetíssemos o processo, agora subdividindo a fração do centímetro em frações menores, talvez pudéssemos melhorar ainda mais nosso resultado, contudo, isto dependeria muito da nossa acuidade visual e, ainda, da nossa percepção mental. Seriam raros os que conseguiriam continuar o processo de subdivisão mental aqui proposto. Logo, ficaríamos restritos a dizer que a medida é realmente algo em torno de 8,6 cm ou 8,7 cm. Como apresentariamos então nosso resultado? Uma possibilidade é dizermos que a medida é com certeza maior do que 8,5 cm, mas, não sabemos se é 8,6 cm ou 8,7 cm, então, temos uma incerteza da ordem de 0,1 cm, assim, consideraremos que o objeto AB mede algo entre 8,5 cm e 8,7 cm ou, como alguns preferem, a medida é $(8,6 \pm 0,1)$ cm. A incerteza que apresentaremos no resultado da medida depende das condições de precisão do instrumento e também do cuidado de quem a realiza, por exemplo, dadas as condições nas quais realizou-se a medida, um estudante mais cuidadoso poderia escolher para a incerteza na medida aqui exemplificada um valor da ordem de 0,2 cm e, neste caso, diríamos que AB mede entre 8,4 cm e 8,8 cm.

Importante aqui é que entendamos que uma medição sempre estará sujeita à imprecisões ou incertezas e, as vezes, até mesmo sujeita à incoerências, dependendo de quem a realizou e de quais instrumentos foram empregados.

De volta ao nosso projeto, temos a equação (VIII) que irá nos proporcionar o cálculo do alcance horizontal da esfera 1. Nesta equação, deveremos incluir os valores de H, L e Θ que serão medidos na realização do experimento, ou seja, serão realizadas medições e, conseqüentemente, teremos incertezas envolvidas em cada uma delas. Sendo assim, como tais incertezas afetarão o cálculo final do alcance x? A resposta é dada através de um procedimento conhecido como propagação de erros. Por exemplo, seja uma grandeza A, definida pela relação:

$$A = \frac{B \cdot C}{D}$$

Se B, C e D possuírem incertezas respectivamente iguais a ΔB , ΔC e ΔD , então o erro ΔA pode ser obtido se calcularmos o maior valor possível para A e o menor valor possível para A e, deste modo, teremos:

$$A_{\max} = \frac{(B+\Delta B)(C+\Delta C)}{(D-\Delta D)} \quad \text{e} \quad A_{\min} = \frac{(B-\Delta B)(C-\Delta C)}{(D+\Delta D)}$$

Agora, apresentaremos A da seguinte forma:

$$A = \frac{A_{\max} + A_{\min}}{2} \quad \text{e} \quad \Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2}$$

Porém, para casos nos quais a relação que define a grandeza for muito complicada, o procedimento descrito pode ser consideravelmente penoso de se realizar, nos restando então a alternativa de realizarmos as contas através de calculadoras ou computadores. Alternativamente, há aproximações que podem ser feitas para os cálculos ou mesmo equações prontas que encontramos na literatura especializada, como, por exemplo, nos textos que encontramos nas referências citadas aqui, cf.

<http://wwwp.fc.unesp.br/~malvezzi/downloads/Ensino/Disciplinas/LabFisI_Eng/ApostilaTeoriaDosErros.pdf> .

Por fim, na realização do nosso experimento, iremos realizar os cálculos das incertezas envolvidas e queremos observar dentro de quais intervalos poderemos considerar válidas as aproximações que aqui fizemos.

Quarta Parte – Resultados

Realizamos as colisões entre as esferas e procuramos observar os alcances horizontais.

A tabela 1 mostra os valores esperados para o alcance de acordo com a equação VIII:

θ_{medido} (graus)	$X_{\text{calculado}}$ (cm)	$\Theta_{\text{máx}}$ (graus)	$\Theta_{\text{máx}}$ (graus)	$X_{\text{máx}}$ (cm)	$X_{\text{mín}}$ (cm)
10	6,16	10,5	9,5	6,49	5,83
15	9,22	15,5	14,5	9,57	8,88
20	12,27	20,5	19,5	12,62	11,92
25	15,29	25,5	24,5	15,66	14,93
30	18,29	30,5	29,5	18,66	17,91
35	21,25	35,5	34,5	21,63	20,87
40	24,17	40,5	39,5	24,56	23,78
45	27,04	45,5	44,5	27,44	26,64
50	29,86	50,5	49,5	30,26	29,46
55	32,62	55,5	54,5	33,03	32,22
60	35,33	60,5	59,5	35,74	34,92
65	37,96	65,5	64,5	38,38	37,55
70	40,53	70,5	69,5	40,95	40,11
75	43,01	75,5	74,5	43,43	42,59
80	45,42	80,5	79,5	45,84	44,99

**Tabela 1 –
Alcance horizontal da esfera lançada
para H = 32cm e L = 19,5 cm**

Para medirmos L e H , utilizamos uma régua graduada em milímetros e, portanto, consideramos uma incerteza na medida da ordem de $0,1$ cm. Na medição do ângulo Θ , fizemos uso de um transferidor de plástico com divisões de $0,5^\circ$ e, assim, adotamos uma incerteza de $0,5^\circ$. De acordo com a tabela 1, os valores do alcance são apresentados em seus máximos e mínimos em relação às incertezas adotadas. Vemos também as variações entre os máximos e mínimos que é da ordem de milímetros. Os gabaritos do coletor que escolhemos são alguns centímetros maiores que o diâmetro da esfera e, portanto, deveríamos esperar que as pequenas variações estivessem mascaradas por tal diferença. Ao procedermos com as colisões verificamos que as maiores discrepâncias são realmente mais significativas na questão do alinhamento vertical e horizontal do que em relação ao alcance. Finalmente, acreditamos também que as perdas energéticas são razoavelmente passíveis de estarem mascaradas na incerteza do alcance.

Conclusão

Tínhamos por objetivo reproduzir uma experiência didática acrescentando os limites da observação experimental. Focamos nossa atenção no fato de que, a priori, a observação visual pode indicar que a situação problemas é tal qual apresentada nos livros didáticos, ou seja, totalmente tratada como um sistema físico ideal. Nossa observações, no entanto, puderam revelar que as limitações impostas pela construção experimental são capazes de tornar latente os efeitos de dissipação de energia e também das imprecisões nas medidas envolvidas. Concluimos então que o projeto se fez de grande utilidade na aprendizagem do processo experimental e, ainda, pode ser aplicado para revelar que generalizações didáticas devem ser acompanhadas de cautela e discussões que despertem o interesse pela parte prática, uma vez que esta é a base de toda a ciência.

Declaração do Orientador

Meu orientador concorda com o expressado neste relatório e deu a seguinte opinião:

"O aluno elaborou o procedimento de construção de um equipamento para a verificação dos efeitos de uma colisão frontal procurando despertar o interesse em salas de aula do ponto de vista do fenômeno de colisão elástica e as implicações do erro nestas medidas. Descreveu a teoria relativa ao fenômeno envolvido e também o conceito de erro nas medidas. O relatório está didático e bem apresentado. Considero que o objetivo inicial foi alcançado e que o equipamento construído é de bom nível e adequado para a demonstração do efeito abordado."