

## **Relatório Final - F609**

**Orientador: Prof. Mauro Monteiro Garcia de Carvalho**

*Lucas David Feitosa Campos RA:073367*

### **“Colisões com pêndulos de grande tamanho e estudo por quadros fotográficos”**

#### **Descrição do Projeto**

O projeto consiste em desenvolver uma estrutura simples envolvendo pêndulos para o estudo de colisões entre esferas de mesmo diâmetro. Inicialmente a ideia é fixar, no teto do laboratório, uma das extremidades de dois fios finos em pontos que distam entre si um diâmetro das esferas. Supõe-se que o teto do laboratório é alto o suficiente para que a experiência seja feita com fios longos – fios de três metros, por exemplo. A partir disso, na outra extremidade dos fios são fixadas esferas de mesmo raio e massas diferentes. O motivo de usarmos fios longos aqui jaz no fato de querermos tornar o movimento de tais esferas aproximadamente horizontal, ou seja, os deslocamentos e acelerações verticais são desprezíveis para a amplitude dos movimentos utilizados.

Sob as esferas colocaremos uma chapa de vidro horizontal quadrada com seu centro sob o ponto de colisão das esferas. O quadrado de vidro terá que ser dividido de forma a dar origem a um sistema de referência cartesiano. Podemos, por exemplo, dividir o quadrado em espaços de 1 centímetro. O valor real de cada divisão será estudado durante os testes da experiência, de forma que seja achada uma proporção conveniente. Por baixo de tal quadrado de vidro, o qual estará apoiado por um suporte, colocaremos uma câmera que filme a trajetória das esferas.

Preparado o experimento, devemos elevar uma ou as duas esferas a uma mesma altura e soltá-las. A partir do momento em que cada esfera é solta devemos ligar a câmera – ou, da mesma forma, podemos ligar a câmera um pouco antes da soltura das esferas. Observaremos o movimento das mesmas até alguns instantes depois da colisão. Depois disso, desligamos a câmera e repetimos a experiência usando as diferentes combinações possíveis entre as diferentes massas duas a duas.

Terminada a parte de recolhimento de dados, levamos o que foi filmado para o computador e usamos um programa que divide filmes em instantâneos fotográficos. Tendo as informações relativas ao nosso sistema de referência, bem como a quantidade de quadros que a câmera consegue registrar numa dada unidade de tempo, podemos obter as informações relativas ao vetor velocidade antes e depois da colisão, bem como ao momento linear das esferas.

## **Importância didática**

Apesar de o tema “colisões” já ser estudado de algumas formas, tal experimento parece apresentar caminhos interessantes, principalmente no que diz respeito à manipulação do vídeo junto ao sistema de referência. Tal abordagem, ou seja, dividir um filme em instantâneos fotográficos já é amplamente utilizada em física, porém desconheço a utilização de tal ferramenta em experimentos básicos como o descrito.

Observando os relatórios já apresentados para esta disciplina, achei dois projetos que, em especial, se parecem, de alguma forma, com aquele aqui apresentado. O primeiro deles foi feito para a disciplina F809 (instrumentação para o ensino de física) pela aluna Carla Ferrari Orsi, sob orientação do professor David Mendes Soares. A semelhança com o projeto descrito aqui se dá, por motivo óbvio, pelo fato de o tema tratado ser o mesmo – colisões. No experimento de Carla, a mesma valeu-se de um dispositivo bem usual – o pêndulo de Newton – para estudar a colisão entre as esferas. No presente experimento também é usado um dispositivo um tanto quanto comum – pêndulos. Parâmetros que foram estudados no experimento de Carla, como o coeficiente de restituição, entre outros, também poderão ser estudados aqui.

No experimento de outra aluna, Natália de Nadai, a qual fez o projeto para a disciplina de F609, sob a orientação do professor Marcus Aloizio Martinez de Aguiar, foi tratado o mesmo tema. O título do trabalho é “Transferência de Energia e Momento em Processos de Colisão”. Ora, será exatamente o que será estudado aqui, ou seja, a interação, como é possível ver mediante leitura das partes precedentes desta descrição, entre as esferas que estarão nas extremidades dos pêndulos. A diferença reside, ao meu ver, em dois aspectos principais. O primeiro dele é em relação à montagem experimental. Enquanto vou utilizar pêndulos de grande comprimento, Natália usou espécies de hastes. O segundo ponto onde reside uma diferença marcante é na forma como no presente experimento os dados serão medidos, ou seja, fazendo o uso de uma câmera que registre filme. Esse método parece ser bastante interessante pelo fato de estarmos, também, mexendo com um computador – no caso, através de um programa que decompõe um vídeo em instantâneos fotográficos. Porém, veremos a eficácia do método apenas a partir do momento em que começarmos a fazer os testes para o experimento.

## **Introdução**

Neste relatório final apresentaremos os resultados obtidos no decorrer do estudo, bem como as dificuldades encontradas, sempre fazendo menção às mudanças ocorridas em relação ao relatório parcial.

## **Descrição dos Materiais e Montagem**

Usaremos esferas como a seguinte:



**Figura 1**

Tal esfera é constituída externamente por isopor e possui raio de aproximadamente 5 cm. Na esfera são feitos dois furos passando, aproximadamente, pelos seus polos de modo a ser possível pendurá-la na montagem do pêndulo. Na figura é visto, também, um pedaço de palito, o qual tem por função servir de apoio para a linha que suspende a esfera. Nas imagens a seguir temos uma visão lateral da bola, sublinhando-se, em cada uma delas, um polo diferente.



**Figura 2**



**Figura 3**

Vemos que na **Figura 2**, ao contrário da **Figura 1**, um pedaço do palito ocupa uma posição diferente, já que a corda pode ser deslocada. Quando a esfera está suspensa, o pedaço de madeira faz com que a esfera fique aproximadamente fixa em relação à corda. A **Figura 3** mostra a parte superior da esfera e a parte da corda que sai por ela.

Talvez a parte que requer maior atenção na montagem deste projeto seja a que diz respeito ao fato de precisarmos de esferas de dimensões iguais, mas com massas diferentes. Para fabricarmos cada esfera usamos dois hemisférios conforme mostra a figura abaixo. Vistos por dentro os hemisférios são assim:



**Figura 4**

Procuramos preencher, do modo mais uniforme possível, cada hemisfério com igual quantidade de durepox. A partir disso, podemos construir esferas de mesmo raio, mas com massas diferentes. Neste caso, optamos por fazer 3 pares de esferas, cada par contendo uma massa diferente.

Para a confecção dos pêndulos, na parte final do trabalho, fizemos uma mudança bem marcante em relação ao arranjo que tínhamos no relatório parcial. Através dos testes de calibração, chegou-se à conclusão de que seria difícil manter as duas esferas na mesma linha, uma vez que afastássemos uma delas. Por isso, decidimos fazer espécies de pêndulos duplos, de modo que fosse mais fácil manter as duas esferas na mesma linha – evitando, assim, colisões bidimensionais. A foto a seguir mostrar como as esferas foram penduradas. A distância entre os parafusos onde foram fixados os fios no suporte é de 10 cm, o que faz com que as duas esferas fiquem em suas respectivas posições de equilíbrio praticamente coladas.

**Figura 5**



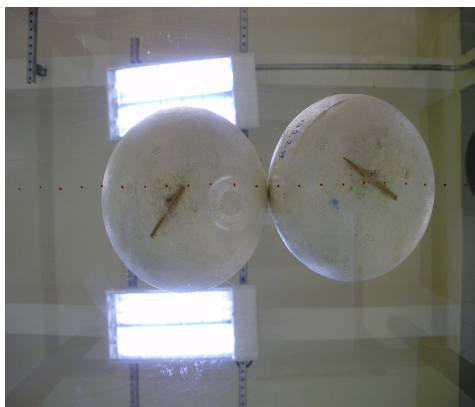
Imediatamente abaixo das esferas colocamos um vidro, o qual foi devidamente fixado em um suporte de madeira. Como inicialmente pretendemos estudar apenas colisões unidimensionais, fez-se um sistema de referência baseado numa reta no vidro. Tal sistema foi marcado com caneta vermelha de tal forma que a distância entre os pontos é de, aproximadamente, 1 cm.

A partir disso, para fazermos as medições precisamos deixar tal reta referência aproximadamente paralela com a reta que une os centros das esferas. Devemos, além disso, fazer

com que as esferas tenham o mínimo de movimento possível<sup>1</sup> e, também, posicionar a câmera que registrará todo movimento abaixo do arranjo. As fotos a seguir mostram o arranjo e uma vista por baixo do sistema de referência.



**Figura 6**



**Figura 7**

## Teoria

A parte teórica em torno deste experimento é bem simples. O assunto em questão será a conservação do momento linear, também conhecido como “conservação da quantidade de

---

<sup>1</sup> O ideal seria, obviamente, que as esferas ficassem totalmente paradas. No entanto, isso não foi verificado. Esta limitação do problema pode, talvez, num futuro ser melhorada, porém acreditamos que o efeito desta limitação não seja tão pronunciado.

movimento”. Devido à simplicidade da questão e do experimento, é possível que o mesmo seja fortemente adequado para o ensino dessa parte da física do ensino médio.

Estamos estudando, antes de tudo, uma colisão. No nosso estudo assumiremos, inicialmente, a condição mais próxima possível da idealidade. Tal suposição diz respeito ao fato de a colisão ser elástica, ou seja, não há perda de energia. Colisões aproximadamente elásticas são colisões onde a energia cinética é quase totalmente conservada. Porém, existe uma grandeza que é sempre conservada. A grandeza em questão é a quantidade de movimento, que é definida da seguinte forma:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \quad \text{(I)}$$

Onde “m” é a massa de um corpo e “v” a velocidade com a qual ele se movimenta. A letra “p” representa a quantidade de movimento. Optou-se por escrever “p” e “v” em negrito para sublinhar que ambas são grandezas vetoriais. Assim, cada uma das esferas em nossa questão terá uma quantidade de movimento diretamente associada à sua velocidade.

Em nosso problema deveremos tratar as duas esferas como um sistema só, de modo que, caso seja necessário saber a quantidade de movimento do sistema como um todo **antes** ou **depois**, deveremos somar **vetorialmente** ambas as quantidades. Claro, em nosso experimento, pelo fato de tudo ocorrer apenas sobre uma linha, os cálculos se tornam bem mais simples. Sendo assim, se as duas esferas se acham em repouso no início da experiência, implica dizer que a quantidade de movimento do sistema, naquele momento, é nula.

Porém, as esferas não permanecerão paradas durante toda a experiência. A ideia é que desloquemos uma delas de uma certa distância<sup>2</sup> da outra e, então, a soltemos, observando o que acontecerá imediatamente antes e depois da colisão. A lei da conservação da quantidade de movimento linear aplicada ao estudo das colisões nos diz que, na ausência de forças internas, a quantidade de movimento imediatamente antes do choque é igual à quantidade de movimento imediatamente depois do choque. Em linguagem vetorial temos o seguinte:

$$\mathbf{p}_{\text{antes}} = \mathbf{p}_{\text{depois}} \quad \text{(II)}$$

Assim, devemos somar as quantidades de movimento das duas esferas antes – imediatamente antes – da colisão e igualar este resultado à quantidade de movimento do sistema como um todo imediatamente depois da colisão. De (I) e (II) temos:

$$m_{\text{esfera 1}}\mathbf{v}_{\text{inicial, esfera 1}} + m_{\text{esfera 2}}\mathbf{v}_{\text{inicial, esfera 2}} = m_{\text{esfera 1}}\mathbf{v}_{\text{final, esfera 1}} + m_{\text{esfera 2}}\mathbf{v}_{\text{final, esfera 2}} \quad \text{(III)}$$

Onde inicial e final representa, respectivamente, mediante antes da colisão, imediatamente

---

<sup>2</sup> Tal distância não pode ser muito grande, do contrário a velocidade das esferas será muito grande e os instantâneos tirados do filme não ficarão nítidos.

depois da colisão. Em nosso caso inicial, as esferas terão a mesma massa, de tal forma que  $m_{\text{esfera 1}} = m_{\text{esfera 2}}$ . Além disso, considerando que movimentamos sempre a esfera 1, ficando, inicialmente, parada a esfera 2, temos  $v_{\text{inicial, esfera 2}} = 0$ .

Assim, (III) fica da seguinte forma, em função de uma massa  $m_{\text{esfera}} = m_{\text{esfera 1}} = m_{\text{esfera 2}}$ :

$$m_{\text{esfera}} v_{\text{inicial, esfera 1}} = m_{\text{esfera}} (v_{\text{final, esfera 1}} + v_{\text{final, esfera 2}}) \quad (\text{IV})$$

Como a colisão é assumida como praticamente elástica, temos que  $v_{\text{inicial, esfera 1}} = v_{\text{final, esfera 2}}$ .

Como será visto a seguir, nem todas as colisões se deram entre esferas de mesma massa. Em tais casos, portanto, não teremos a igualdade entre  $m_{\text{esfera 1}}$  e  $m_{\text{esfera 2}}$ .

Assim, o objetivo de nossa montagem será verificar se isso de fato acontece.

### Obtenção e tratamento de dados

Deslocamos uma das esferas e a soltamos, tendo registrado, por meio de vídeo, desde o início do processo até algum momento depois da colisão. Sabemos, utilizando um programa de computador, que a câmera por nós usada é capaz de filmar 15 quadros por segundo. Assim, se tivermos todos os quadros do filme, podemos estimar o tempo que a esfera levou para andar uma unidade de referência em nosso sistema – no caso, 1 cm. Para desmembrarmos o vídeo em quadros instantâneos, usamos o programa “Virtualdub”.

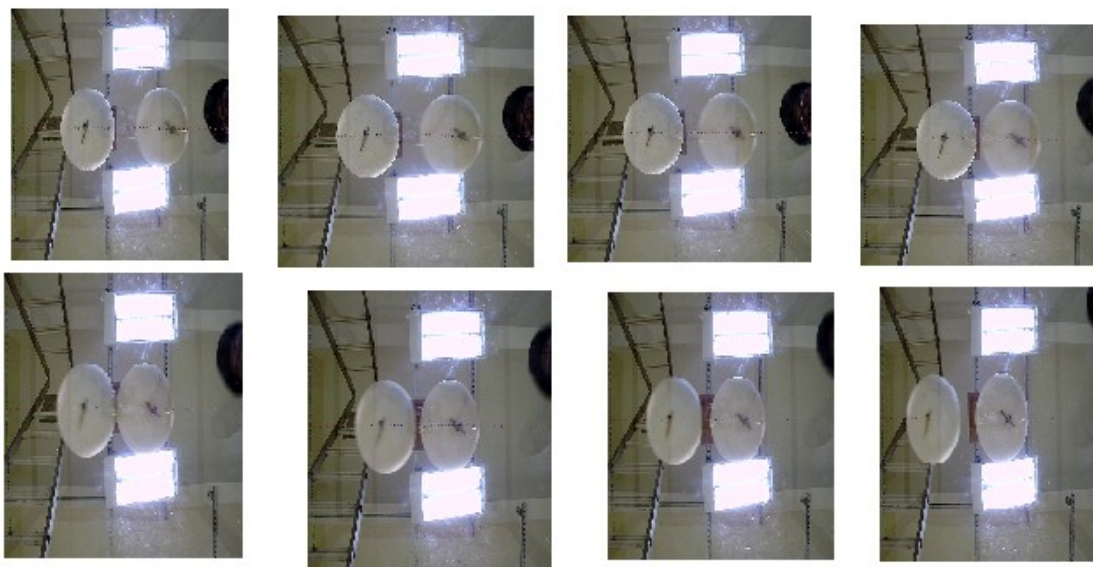
Utilizamos, ao todo, três arranjos e, para cada arranjo, fizemos algumas medidas – vídeos. Em todos os arranjos utilizamos uma esfera que pesava aproximadamente 174,0 g, a qual chamaremos *esfera de prova*. No primeiro arranjo colidimos nossa esfera de prova com outra esfera de massa aproximadamente igual a 97,0g. No segundo arranjo a esfera que interagiu com a esfera de prova tinha aproximadamente 136,0g. No terceiro e último caso utilizamos uma esfera de massa aproximadamente igual à da esfera de prova – 173,2g.

Para tornar nosso trabalho mais fácil, vamos fazer algumas mudanças nas unidades. Como no primeiro caso as massas das esferas são praticamente as mesmas – a diferença é de cerca de 0,8g, deveremos observar atentamente a velocidade de cada uma das esferas. Sabemos que, para cada segundo, há 15 quadros. Assim, podemos usar o quadro como unidade de tempo. Dessa forma, se a esfera se desloca, de um quadro para outro, 1cm, sabemos que sua velocidade é 1cm/quadro. Repare que assim, definimos o quadro como uma unidade tempo igual à décima quinta parte do segundo. Podemos criar uma espécie de padrão e observar o que acontece nos três quadros antes da colisão e nos três quadros depois da colisão. Eventualmente, podemos mudar o número de quadros observados, visando evitar medições mais duvidosas.



Iniciemos nossa análise para o caso da colisão entre a esfera de prova e a mais leve das esferas – a de massa igual a 97 gramas. Nos quadros a seguir, de cima para baixo e da esquerda para a direita, temos a aproximação, o choque e a separação entre as esferas. Ampliando a figura é possível concluir que:

- 1) Antes da colisão, entre o primeiro e o quarto quadros, ou seja, em três quadros, a esfera de prova percorre pouco mais que 3cm e um pouco menos que 3,5 cm. Usaremos a média desses valores e diremos que a esfera percorreu 3,25 cm.
- 2) Depois da colisão, entre o quinto e oitavo quadros, a esfera de prova percorre cerca de 1 cm.
- 3) Depois da colisão, entre o quinto e oitavo quadros, a esfera menor percorre cerca de 4 cm.



**Figura 8**

Calculemos agora a quantidade de movimento inicial em unidades alternativas.

$$p_{\text{inicial, caso 1}} = 174,0\text{g} \times (3,25\text{cm}/3 \text{ quadros}) = 188,5 \text{ g.cm/quadros.}$$

Tal valor representa o momento associado apenas à esfera de prova, já que é considerado que a esfera menor estava totalmente em repouso.

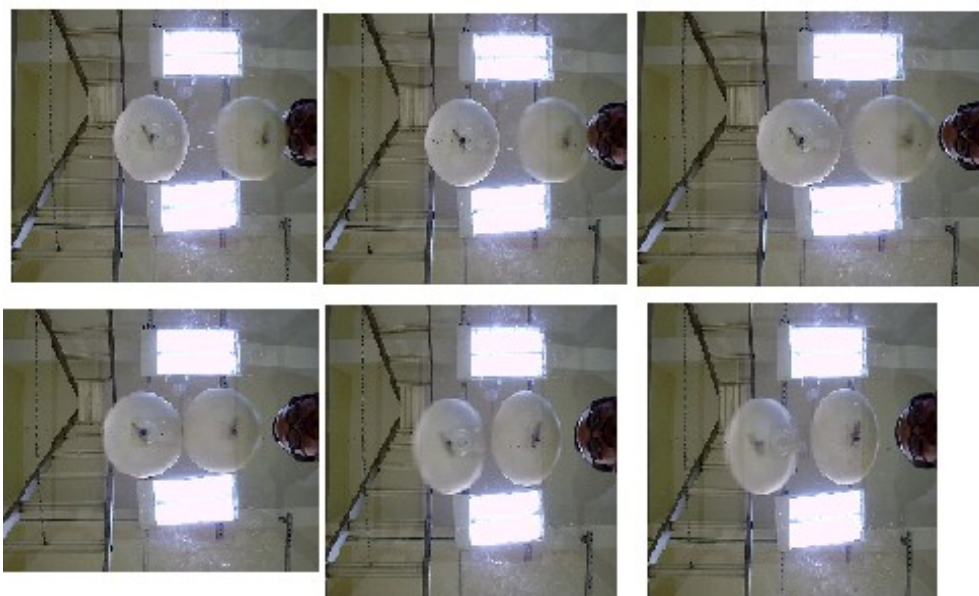
Para calcularmos a quantidade de movimento final, devemos somar vetorialmente a quantidade de movimento da esfera menor com a quantidade de movimento da esfera de prova. Assumiremos que o nosso movimento é unidimensional, como já foi dito, de modo que a soma vetorial fica simples. Após a colisão, ambos os vetores velocidade têm a mesma direção e sentido. Assim, teremos:

$p_{\text{final, caso 1}} = p_{\text{final, esfera menor}} + p_{\text{final, esfera de prova}} = 97,0 \text{ g} \times (4\text{cm}/3 \text{ quadros}) + 174,0\text{g} \times (1\text{cm}/3\text{quadros})$  O que nos leva a:

$$p_{\text{final, caso 1}} = 187,34 \text{ g.cm/quadros}$$

Comparando os valores antes e depois da colisão temos um pequeno erro (o qual pode ser associado às medidas imprecisas), o qual revela uma boa concordância entre a teoria e o que foi observado no experimento

Vamos ao caso da colisão entre a esfera de prova e a esfera de massa mediana – 136g. Os quadros são mostrados a seguir:



**Figura 9**

Pela análise dos quadros ampliados, podemos chegar a três conclusões:

- 1) A esfera de prova, entre o primeiro e terceiro quadros, ou seja, em dois quadros, percorre cerca de 2,5 cm.
- 2) A esfera que inicialmente estava parada percorre, entre o quarto e sexto quadros, cerca de 2,5 cm – também, assim, 2,5cm em dois quadros.
- 3) A esfera de prova, entre o quarto e sexto quadros, percorre cerca de 0,5cm.

Com essas informações, usando a mesma linha de raciocínio do caso anterior, chegamos ao seguinte:

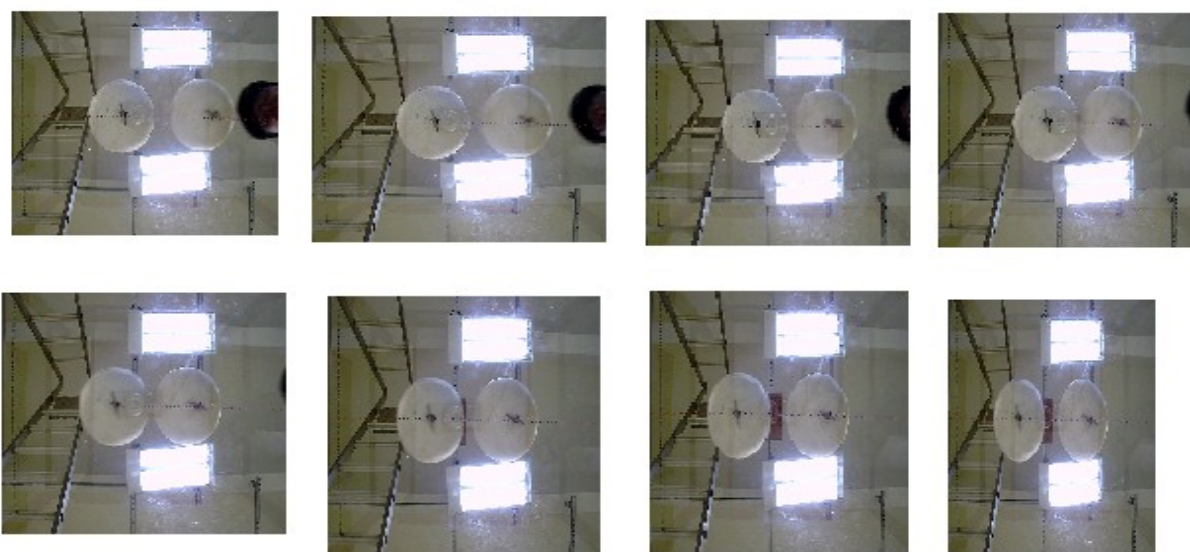
$$p_{\text{inicial, caso 2}} = 174,0\text{g} \times (2,5\text{cm}/2\text{quadros}) = 217,5\text{g.cm/quadro}$$

Da mesma forma, temos o momento total do sistema no final:

$$p_{\text{final, caso 2}} = 174,0\text{g} \times (0,5\text{cm}/2 \text{ quadros}) + 136,0\text{g} \times (2,5\text{cm}/2 \text{ quadros}) = 213,5\text{g}\cdot\text{cm}/\text{quadro}$$

Vemos que obtemos uma diferença muito pequena entre o valor inicial do momento e o valor final.

O terceiro e último caso está representado pelo esquema a seguir (**Figura 10**). Nele usamos esferas de massas aproximadamente iguais: nossa esfera de prova e outra esfera pesando 173,2g.



**Figura 10**

Ampliando os quadros é possível ver que entre o primeiro e quarto quadros (sempre contando da esquerda para a direita e de cima para baixo) a esfera de prova andou aproximadamente 2,5cm. Assim, temos 2,5cm percorridos num tempo de três quadros. É possível ver que a esfera inicialmente em repouso, entre o quarto e sétimo quadros, percorre um pouco mais que de 2,5cm. A esfera de prova, por sua vez, após a colisão, percorre um pouco menos que 0,5, entre os quadros de número quatro e sete.

A segunda esfera percorreu uma distância um pouco maior que 2,5cm a esfera de prova antes da colisão, ao passo que a esfera de prova, após a colisão, percorreu um distância muito

pequena, menor que 0,5cm. Parece razoável dizer que a quantidade de movimento total foi aproximadamente conservada, pois teremos:

$$p_{\text{inicial, caso 3}} = 174\text{g} \times (2,5\text{cm}/3\text{quadros}) = 145\text{g.cm/quadros}$$

Depois da colisão:

$$p_{\text{final, caso 3}} = 174\text{g} \times (dx \text{ cm}/3 \text{ quadros}) + 173,2\text{g} \times ((2,5+dx)\text{cm}/3 \text{ quadros}) = 144,33 \text{ g.cm/quadros}$$

Consideramos, portanto, que  $dx$  é realmente muito pequeno a ponto de ser desprezível.

### **Considerações Finais**

O experimento precisa ser aperfeiçoado no que diz respeito alguns de seus aspectos. A calibração dos pêndulos para que todos fiquem à uma mesma altura e contidos em uma mesma linha é algo trabalhoso e que precisa ser cuidadosamente feito antes do estudo da colisão entre os pares de esferas. Além disso, uma escala de medida mais precisa traria resultados melhores. Apesar de todos os limitantes, os resultados foram razoáveis e perfeitamente explicáveis dada a situação em questão. De todo modo, o estudo de experimentos usando instantâneos fotográficos associados a filmes parece ser, além de inovador, interessante. Resta, apenas, achar uma maneira de minimizar problemas de observação relacionados a cada experimento em particular.

### **Parecer do Orientador**

*O trabalho do Lucas David terminou com sucesso apesar das dificuldades experimentais. Ele foi capaz de resolver os problemas tais como o alinhamento das esferas, movimento de rotação, medição das velocidades com precisão (dentro do possível) e verificar a conservação do momento com três pares de massas. Seu trabalho ficará no Lief onde pretendemos aperfeiçoá-lo para torná-lo mais atraente.*

## Referências

[http://www.feiradeciencias.com.br/sala05/05\\_Q4.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala05/05_Q4.asp) Acessado em 07/03/2012 8:43h

<http://www.rc.unesp.br/igce/fisica/ervino/textos/quantidadedemovimento.pdf> Acessado em 07/03/2012 9:07 h

[http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F809/F809\\_sem2\\_2002/962020\\_Carla\\_pendulo\\_newton.pdf](http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem2_2002/962020_Carla_pendulo_newton.pdf) Acessado em 01/04/2012 14:54h

[http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F809/F809\\_sem2\\_2007/Natalia\\_D-Aguiar\\_F609\\_RF2.pdf](http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem2_2007/Natalia_D-Aguiar_F609_RF2.pdf) Acessado em 01/04/2012 14:58h

GRAF: Grupo de Reelaboração do Ensino de Física, “Física 1” (Mecânica), 3ª ed., Editora da Universidade de São Paulo, 1993, pp. 28-37, 48-59, 304-306.