F609 – Tópicos de Ensino de Física I

Relatório Final:

Rotações num plano inclinado

Murilo Guimarães Borges
murilogborges@gmail.com

Maurício Kleinke

08 de julho de 2016

Universidade Estadual de Campinas

Murilo Guimarães Borges
murilogborges@gmail.com

Relatório final

Introdução

Neste projeto, experimentamos com rotações em um plano inclinado. A ideia é demonstrar que a aceleração de rotação está diretamente ligada ao momento de inércia de um objeto. Para isso, utilizaremos um experimento já montado no laboratório, que é constituído por dois cilindros de mesma massa, porém com momentos de inércia diferentes devido a diferenças na distribuição de suas massas. Ao abandonar ambos os cilindros em um plano inclinado, será possível notar que ambos irão desenvolver velocidades distintas, atingindo o limite do plano inclinado em intervalos de tempo distintos.

Como resultado final do projeto, compusemos um vídeo a respeito do experimento e um material teórico que servirá de apoio: com o vídeo, tentaremos demonstrar o experimento, transportando o expectador para o ambiente onde ocorre a experimentação; já o material teórico, com explicações referentes ao experimento realizado anteriormente.

Descrição *(para fins didáticos no ensino médio)*

Este experimento visa trabalhar com rotações em um plano inclinado. A ideia é mostrar que a aceleração de rotação está diretamente ligada ao momento de inércia de um objeto. Para isso, utilizaremos um experimento já montado no laboratório, que é constituído por dois cilindros de mesma massa, porém com momentos de inércia diferentes. Um dos cilindros possui uma distribuição de massas mais central e outro mais radial. Ao deixarmos que se desloquem livremente num plano inclinado, será possível notar que eles chegarão ao fim em tempos diferentes, evidenciando a sua diferença de velocidade e, assim, de aceleração por conta de seus diferentes momentos de inércia.

Importância Didática

A relevância didática do experimento está em trazer mais próximos dos estudantes conceitos de mecânica como cálculo do centro de massa, momento de inércia e torque, conteúdos raramente discutidos no Ensino Médio e que são de importância cotidiana.

Originalidade

A originalidade deste trabalho está em compor um vídeo demonstrativo e um material explicativo do experimento e na aplicação real do experimento, onde os alunos poderão ter a possibilidade de formular hipóteses e observar os efeitos decorrentes do movimento destes cilindros. Além disso, em uma busca rápida no YouTube, não se encontram facilmente vídeos experimentais sobre rotação em plano inclinado com diferentes momentos de inércia.

Lista de Materiais

- Dois cilindros de mesma massa e diferentes momentos de inércia;
- Duas rampas inclinadas de igual comprimento;
- Material para filmagem: Câmera Nokia Lumia 720, 6,7 megapixels (Vídeo 1280×720 pixels) ;
- Computador para edição dos vídeos (utilizando programas livres, como KDEnlive e LibreOffice);

Roteiro de filmagem

Primeiramente é apresentado o título do experimento: "Rotações em um plano inclinado".

O expectador observa os dois cilindros serem abandonados ao mesmo tempo e é feita a seguinte pergunta: "Como podem os dois cilindros chegarem em tempos diferentes?". Aqui a taxa de execução do filme é de 0,5×.

Daqui em diante, tentaremos conduzir o expectador a considerar algumas suposições para explicar o fenômeno:

1. As rampas têm o mesmo comprimento;
2. Os cilindros têm o mesmo peso;
3. Os cilindros possuem diferentes distribuições de massa;

Mediante a esta diferença na distribuição de massa, apontada de forma esquemática, é feita a seguinte pergunta: "Qual deles você acha que chegará primeiro?".

Feita a pergunta, o expectador terá algum tempo para formular uma hipótese e baseado nesta hipótese formulada, escolher um dos cilindros como àquele que chegará primeiro ao final da rampa.

Feita a escolha, é demonstrado de vários ângulos diferentes, e trocando as rampas, de que o cilindro a chegar primeiro é o que tem a distribuição de massa mais próximo do centro de rotação.

Vídeo

O vídeo está disponível para download em https://goo.gl/PbQ44x ou pode ser escaneado no QRcode da Figura 1.

O vídeo tem 1920×1080, com taxa de dados de 13150kbps, 29 quadros por segundo e áudio com taxa de bits de 196kbps.

Figure 1: QRcode que dá acesso ao link do vídeo em https://goo.gl/PbQ44x

Anuência do Orientador

Meu orientador, o Prof. Maurício Kleinke concorda com os termos aqui estabelecidos para o projeto e declara que poderá dispor de todos os elementos necessários a menos de excepções indicadas embaixo.

Excepções:
NÃO HÁ

Sigilo:
NÃO SOLICITA

Declaração do Orientador

O vídeo apresenta de forma clara a proposta física associada ao efeito da distribuição da massa no cilindro, ou seja, na discussão sobre o momento de inércia do cilindro, e como ele influi na velocidade de cada um dos cilindros.

Considero que o vídeo ficou com uma boa apresentação e boa produção, faltando, quem sabe um pouco mais de intervalo de tempo sem mostrar a respostas, para deixar os alunos pensarem. No caso da balança, não está necessariamente claro que as massas são iguais, pode parecer um truque, eu acredito que uma balança digital teria um efeito mais forte sobre os observadores.

Mas é um ótimo trabalho.

Considerações finais

A realização do experimento e sua filmagem foi muito proveitosa, visto que pude aplicar alguns dos conceitos relacionados a transposição didática do conceito de momento.

Aqui também cabe ressaltar que este trabalho teve idealização do professor José Joaquín Lunazzi, orientação do professor Maurício Kleinke e desenvolvimento feitos pela aluna Gabriela Fasolo Pivaro e seu orientador, Francisco Amancio Cardoso Mendes.

Quanto a utilização do experimento, ele é relativamente leve e portátil, facilmente aplicável em uma sala de aula. Contudo, em detrimento de sua portabilidade, uma crítica é que a rampa é demasiado curta. No vídeo, pude utilizar o recurso de desaceleração para evidenciar de forma mais clara estas diferenças de velocidade.

Ao concluir a edição do vídeo, pude notar que os expectadores realmente ficam imersos dentro do experimento, e que o processo de mostrar passo a passo informações a respeito do experimento fazem com que o expectador crie uma teoria e possa assim escolher qual cilindro chegaria mais rápido.

Uma outra possibilidade seria de fazer o contrário: mostrar os cilindros e descrever o experimento e perguntar se alguma coisa diferente aconteceria no final. Mas creio que essa abordagem é menos desafiadora para o expectador, que desde a primeira cena já sabe que as velocidades são diferentes, e que de fato precisa encontrar uma explicação para o fenômeno observado.

Referências

1. DE PINHO ALVES FILHO, José. Regras da transposição didática aplicadas ao laboratório didático. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 17, n. 2, p. 174-188, 2000.

   Este artigo constata como o autor acredita que a partir do processo de transposição didática o "método experimental" se transformou em objeto do "saber a ensinar", introduzido através do laboratório didático, sem função precisa no processo de ensino-aprendizagem, fazendo um aparato pelas experiências com experimentos demonstrativos, o laboratório tradicional, o laboratório divergente, o laboratório de projetos e por fim o laboratório biblioteca. Neste trabalho, usamos fortemente as regras de transposição da seção 2.3.

2. Experimento: *Rotações num plano inclinado*; Gabriela Fasolo Pivaro, Francisco Amancio Cardoso Mendes; http://goo.gl/nJ2rZx

   Neste relatório, é detalhado como foi a montagem do experimento, bem como um detalhamento teórico interessante a respeito da rotação dos cilindros.

3. Site do Editor de Vídeos Livre KDEnlive: https://kdenlive.org/.

   Site do programa utilizado para edição do vídeo, resultado da experimentação.

4. PEREIRA DA SILVA, Wilton. Esfera em Plano Inclinado: conservação da Energia Mecânica e Força de Atrito. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 25, n. 4, 2003.

   Texto muito interessante sobre como se comporta uma esfera no plano inclinado, mas que possui conceitos facilmente transpostos para a rotação com os cilindros.

Anexos

Material de Apoio

Fundamentação teórica para o nível superior

Primeiramente, conceitualizamos centro de massa:

"O centro de massa de um sistema de partículas é o ponto que se move como se toda a massa do sistema estivesse concentrada nesse ponto e todas as forças externas estivessem aplicadas nesse ponto."

Ou de forma matemática, temos que a posição espacial do centro de massas, r_{cm} pode ser calculada levando-se em consideração a massa total do sistema M e a massa m e posição r de cada uma das partículas i que compõe o sistema:

$$r_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i r_i \tag{1}$$

Suponhamos, agora, um corpo em rotação. Num determinado intervalo de tempo Δt, esse corpo em rotação tem uma variação angular $\Delta\theta$, e terá uma velocidade angular ω igual a

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{2}$$

A velocidade linear V e a angular de um corpo se relacionam da seguinte forma:

$$V = \omega R \tag{3}$$

onde R é o raio do objeto em rotação.

A variação da velocidade angular $\Delta\omega$ em relação ao tempo Δt é chamada de aceleração angular α:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{4}$$

A aceleração angular α está relacionada a uma grandeza chamada momento de inércia I. Para explicá-la partiremos do conceito de energia cinética K, que é a energia associada a um objeto em movimento. Ela relaciona a massa m desse objeto com sua velocidade v, através da fórmula

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \tag{5}$$

Consideremos, agora, um disco em rotação. Esse disco é um conjunto de partículas com diferentes velocidades, uma vez que a velocidade v está diretamente ligada à distância que o ponto está do centro. Segundo essa lógica, podemos dizer que a energia cinética K será a soma de todas as energias de cada partícula n. Isso nos dá:

$$K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + ... + \frac{1}{2}m_nv_n^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_iv_i^2 \tag{6}$$

Contudo, v_i vai variar para cada uma das partículas. Partindo da relação da equação (3), temos que a equação (6) pode ser reescrita como:

$$K = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_iv_i^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i(\omega r_i)^2 = \frac{1}{2}\Big(\sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2\Big)\omega^2 \tag{7}$$

A esse valor nos parênteses damos o nome de Momento de inércia I. Podemos perceber que essa quantidade depende da forma como a massa do corpo está distribuída em torno do seu eixo de rotação. Assim:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2 \tag{8}$$

Outro conceito importante a se ter noção, é o chamado Torque τ. Para ajudar a entender o que é, usaremos um exemplo de fácil visualização.

Imagine você abrindo uma porta. A maçaneta fica a uma distância maior possível do eixo das dobradiças por um motivo. Quando você aplica uma força F para abri-la, pode-se perceber que a faz em um sentido perpendicular ao eixo da porta. Caso o fizesse no eixo paralelo, a porta não abriria. A força que se faz, então, tem duas componentes, onde apenas uma delas contribui para a rotação da porta.

A capacidade de fazer a porta girar depende não somente da direção da força aplicada, como também à distância r em que se aplica. Para levar em conta esses dois fatores, é definida uma grandeza chamada torque, que, em fórmula, se dá por:

$$\tau = rF\sin(\theta) \tag{9}$$

Considerando os conceitos de torque e momento de inércia, podemos escrever a segunda lei de Newton (comumente escrita por $F = ma$) nesses termos. Estamos interessados em relacionar o torque resultando aplicado a um corpo rígido à aceleração angular α produzida pelo torque τ.

Em uma analogia a Segunda Lei de Newton, substituímos F por τ, m por I e a por α:

$$\tau = I\alpha \tag{10}$$

Sabendo esses conceitos chaves para o experimento, podemos prosseguir com o estudo das forças do rolamento, explicitando aqui a ação do rolamento para baixo em uma rampa inclinada. Se uma força age no objeto que está rolando, a fim de aumentar ou diminuir sua velocidade, essa força também produz uma aceleração do centro de massa a_{cm} na direção do movimento. Além, ela faz com que a roda gire mais rápida ou devagar, o que significa que causa uma aceleração angular α. Essa aceleração tende a fazer a roda deslizar no ponto de contato com a superfície, assim, uma força de atrito deve agir sobre a roda nesse ponto para se opor a esse movimento (uma vez que estamos estudando o rolamento sem deslizamento de um objeto). Desta forma, podemos escrever:

$$a_{cm} = \alpha R \tag{11}$$

A Figura 2 mostra um objeto de massa m e raio R rolando em uma rampa inclinada com ângulo θ.

As forças que atuam sobre o cilindro ilustrado na Figura 2 são as seguintes:

1. A força gravitacional F_g que atua no centro de massa, com sentido para baixo. Se considerarmos a direção do deslocamento no plano inclinado, podemos decompor esta força em $F_g\sin(\theta)$, ou ainda, $mg\sin(\theta)$.

2. A força normal N que atua no ponto de contato do objeto com a rampa, na direção perpendicular a rampa.

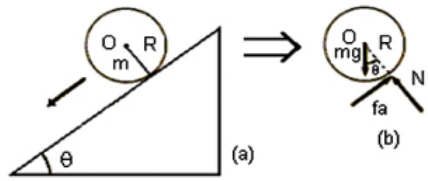

Figure 2: (a) Esfera rolando em um plano inclinado. (b) Diagrama de corpo livre para a esfera: força peso (mg), normal (N) e força de atrito (f_a) [4].

3. A força de atrito f_a que atua no ponto de contato, se opondo ao movimento.

Igualando-se as forças responsáveis pelo movimento ao longo da rampa pelo seu sentido de atuação, temos:

$$Ma_{cm} + Mg\sin(\theta) = f \tag{12}$$

Agora, vamos descrever a rotação do corpo em torno de um eixo horizontal passando pelo centro de massa. A força de atrito provoca um torque no objeto que o faz girar no sentido anti-horário da figura 2, que atua a uma distância R do objeto. Assim, podemos escrever:

$$Rf = I_{cm}\alpha \tag{13}$$

Como o corpo rola sem deslizar, podemos usar a equação 10. O cuidado que precisamos ter aqui é perceber que, nesse caso, a_{cm} é negativa (no sentido negativo do eixo x), enquanto α é positiva (sentido anti-horário). Assim, substituindo $\alpha = \dfrac{-a_{cm}}{R}$ na equação acima, temos:

$$f = \frac{-I_{cm}a_{cm}}{R^2} \tag{14}$$

E substituindo esse valor de na equação 11, obtemos, finalmente, a relação da aceleração do objeto no plano inclinado em função do ângulo, da massa, e especialmente (motivo de estudo desse experimento) do momento angular:

$$a_{cm} = \frac{-g\sin(\theta)}{1 + \dfrac{I_{cm}}{MR^2}} \tag{15}$$