

**UNICAMP**

Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Física Gleb Wataghin

Projeto: Queda de Porcas e Plano Inclinado e suas associações ao  
experimentos de Queda Livre sem Atrito e Rampa para  
Rolamento de F 129 no LEB



Aluno: Carlos Donizete Pereira, RA: 150582  
e-mail: [srcarlos.physics\(arroba\)gmail.com](mailto:srcarlos.physics(arroba)gmail.com)



Orientador do projeto: Prof. Dr. José Joaquín Lunazzi  
e-mail: [lunazzi\(arroba\)ifi.unicamp.br](mailto:lunazzi(arroba)ifi.unicamp.br)

Coordenador da Disciplina: Prof. Dr. José Joaquim Lunazzi  
e-mail: [lunazzi\(arroba\)ifi.unicamp.br](mailto:lunazzi(arroba)ifi.unicamp.br)  
Sítio: <https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/>

## Resumo

A queda de corpos sempre fascinou a humanidade, pois dependendo da altura da queda e se for um ser vivo poderá ser fatal. Devemos no entanto nos despirmos do sentido da visão e apreciarmos melhor este experimento, com uma melhor análise, utilizando do sentido da audição e notando simplesmente os objetos que caem.

Galileu fez muitas experiências com quedas livres, mas precisou usar um plano inclinado para reduzir a velocidade e assim obter melhores dados sobre o movimento. Quando os corpos estão em uma distância constante entre si a queda gera um som acelerado, sons irregulares, e quando seguem a distância referentes à números primos os sons são regulares. Galileu analisou o movimento de esferas no plano inclinado, mas não o fez utilizando o conceito de rotação, no entanto isso não reduz o mérito de seu excelente trabalho.

## Introdução

O experimento é composto de duas partes:

1. O sistema com as porcas está instalado no LF11 e pronta para ser utilizada de acordo com um roteiro linkado pelo QR, um aluno poderá executar, mas deve garantir que os colegas não olhem para o sistema, deverão fazer uma análise auditiva do experimento;
2. Plano inclinado flexível: o plano contém medidas para as observações feitas por Galileu e medidas mais precisas levando-se a rotação da esfera, que no caso são bolinhas de mouse, ideais pois o coeficiente de restituição é muito pequeno. As medidas foram configuradas para terem o mesmo efeito do sistema de porcas com distâncias em números primos.

## Metodologia

### Objetivos

- Instalação do sistema de porcas no LF11;
- Montagem do Plano Inclinado a partir de materiais de fácil acesso;
- Execução do experimento para o público geral.

Materiais para o plano inclinado conforme a figura 2:

- Calha pequena de alumínio de 1 m;
- Barra roscada de 1 m e  $\frac{1}{8}$  polegadas;

- paquímetro pequeno de plástico para fixação da calha;
- pedaço de divisória de mais de 90 cm de comprimento, 10 cm de largura e 05 cm de altura para a base;
- gaveteiro para fixação do paquímetro;
- tampa de refrigerante para ajuste do paquímetro;
- dobradiça pequena para a flexibilidade da calha;
- cunha de madeira para o encaixe da dobradiça;
- parafusos diversos;
- cantoneira e lacres para fixação da barra roscada;
- latinha de balas para sinalizar a chegada das esferas;
- 4 esferas de mouse;
- sistema de resgate das eferas: garrafa pet, sacola, fita crepe, madeira e parafuso.

Materiais para o sistema de porcas, instalando conforme figura 1:

- 8 porcas sextavadas Inox 304;
- 4 metros de corda de varal;
- 2 tubos de PVC com 2 cotovelos;
- 4 fixadores de PVC para o teto;
- 4 parafusos s6 ou s8 com cabeça panela 5 mm;
- 2 buchas;
- Atarraxantes de 4,8 mm ou 5,6 por 32 mm;

Fotos dos sistema de porcas pronto para ser usado e do plano inclinado. O sistema de porcas para ser acionado basta um monitor e do plano inclinado de pelo menos 2 voluntários para soltar as esferas.



Fig.1 - Local da instalação do sistema de porcas no IF11.



Fig. 2 - Plano Inclinado montado.

## Desenvolvimento

No sistema de porcas o monitor deverá soltar o sistema em que as porcas estão bem espaçadas (10-20-20-20) e solicitar para que os(as) alunos(as) não olhem e que prestem bastante atenção nos ruídos produzidos por cada batida das porcas.

No sistema de porcas espaçadas em números múltiplos (10x) de primos (10-30-50-70) pede-se o mesmo procedimento.

Segue imagem dos dois sistemas.

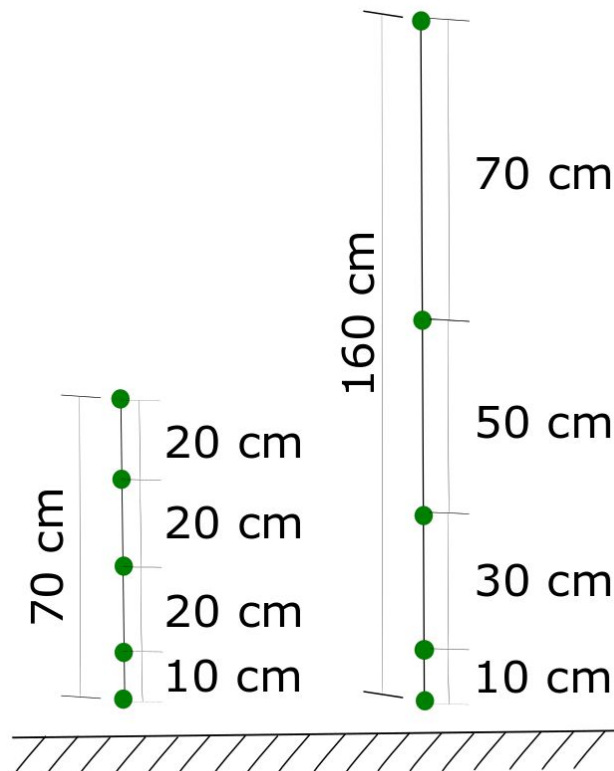


Figura 3: Queda de dois sistemas de porcas interligadas.

Para o sistema 1 onde as porcas estão associadas pelas distâncias em centímetros: 10, 20, 20 e 20.

Vamos calcular o intervalo entre as batidas de cada porca usando a equação de Galileu:

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

Isolando o  $t$  e considerando  $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$  :  $t = \sqrt{\frac{2S}{9,8}}$

Temos as incertezas para a gravidade e o tempo:  $\sigma_g = 0,2 \text{ m/s}^2$  e  $\sigma_S = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$

A incerteza do tempo será:  $\sigma_t = t \sqrt{\left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2}$

Tabela 1: Cálculo das batidas do sistema 1

Espaço (m)	intervalo (s)	intervalos entre as batidas (s)
0,10	$0,143 \pm 0,008$	$(0,143-0,000) = 0,143$
0,30 (0,10+0,20)	$0,247 \pm 0,007$	$(0,247-0,143) = 0,104$
0,50 (0,30+0,20)	$0,319 \pm 0,007$	$(0,319-0,247) = 0,072$
0,70 (0,50+0,20)	$0,378 \pm 0,008$	$(0,378-0,319) = 0,059$

Pela tabela 1 pode-se averiguar que o intervalo entre as batidas são irregulares.

Para o sistema 2 onde as porcas estão associadas pelas distâncias em centímetros: 10, 30, 50 e 70, vamos calcular o intervalo entre as batidas de cada porca usando a equação de Galileu:  $S = S_0 + V_0 t + \frac{a}{2}t^2$

Isolando o  $t$  e considerando  $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$  :  $t = \sqrt{\frac{2S}{g}}$

Temos as incertezas para a gravidade e o tempo:  $\sigma_g = 0,2 \text{ m/s}^2$  e  $\sigma_S = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$

A incerteza do tempo será:  $\sigma_t = t \sqrt{\left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2}$

Tabela 2: Cálculo das batidas do sistema 2

Espaço (m)	intervalo (s)	intervalos entre as batidas (s)
0,10	$0,143 \pm 0,008$	$(0,143-0) = 0,143$
0,40 (0,10+0,30)	$0,286 \pm 0,007$	$(0,286-0,143) = 0,143$
0,90 (0,40+0,50)	$0,429 \pm 0,009$	$(0,429-0,286) = 0,143$
1,60 (0,90+0,70)	$0,571 \pm 0,012$	$(0,571-0,429) = 0,142$

Pela tabela 2 pode-se verificar que o intervalo entre as batidas é constante.

## Plano Inclinado ajustável

O Plano Inclinado foi ajustado para que obtivesse o mesmo efeito do sistema de lançamento de porca, preferencialmente o sistema 2, mas considerando as experiências de Galileu.

Galileu pode observar que as esferas que eram lançadas no plano inclinado entre intervalos de tempos iguais, sinos marcavam esses intervalos, percorriam distâncias equivalentes aos números primos.



Figura 4 - Plano inclinado de Galileu. Fonte: Museu Galileu ( <https://www.museogalileo.it> )

Vamos desenvolver o experimento de Galileu, mas considerando mais esferas.

### O Corpo escorrega sem rola.

Temos a aceleração para o plano inclinado:  $a = g \cdot \text{sen}\theta$

Vamos configurá-lo para  $45^\circ$ , poderia ser outro ângulo entre  $0^\circ$  à  $90^\circ$ , mas  $0^\circ$  estaria em repouso, pois  $a=0$  e a  $90^\circ$  a aceleração estaria como:  $a = g$ , ou seja, em queda livre.

Vamos calcular a distância para cada intervalo começando com o intervalo de 0,143 s.

$$S = (a/2) \cdot t^2$$

$$S = (g \cdot \text{sen}\theta/2) \cdot t^2$$

$$S = (3,46) \cdot t^2$$

A incerte da aceleração da gravidade, do tempo e do grau é:  $\sigma_g = 0,2 \frac{m}{s^2}$ ,  $\sigma_t = 0,01 s$  e  $\sigma_\theta = 0,5^\circ$

$$\sigma_s = S \sqrt{\left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{sen}\theta}}{\text{sen}\theta}\right)^2}$$

Tabela 3: Cálculo do espaço do plano inclinado para as batidas

Intervalo de tempo (s)	Espaço entre as esferas (cm)
0,143	07 ± 0,60
0,286	28 ± 4,00
0,429	64 ± 9,20
0,571	113 ± 16,3

Desenho do plano inclinado com intervalos entre as batidas similar ao sistema 2.

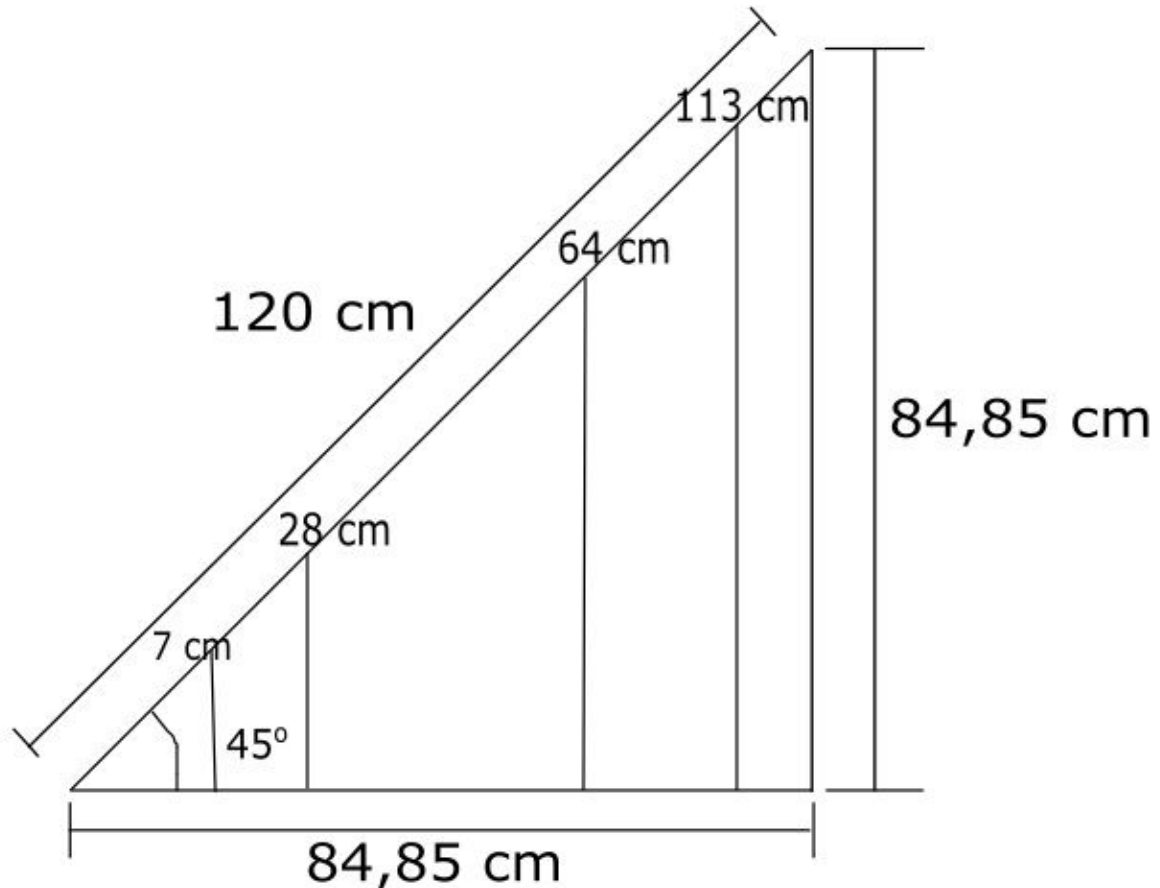


Figura 5. Plano inclinado configurado conforme estudos de Galileu e intervalo associados ao sistema de porcas com intervalos de distância em primos.

Agora vamos construir o plano inclinado considerando o rolamento da esfera.

### O Corpo rola e não escorrega

Vamos considerar a esfera rolando no plano inclinado e encontrar um resultado mais preciso, para isso vamos calcular o momento de inércia de uma esfera sólida.

No LF11 temos 5 modelos de esferas de acordo com a tabela:

O momento de inércia de uma esfera maciça é dado por:  $I = \frac{2M}{5}R^2$

As incertezas nas medidas da massa e raio são respectivamente:

$$\sigma_m = 1 \times 10^{-4} \text{ kg e } \sigma_R = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

A incerteza do momento de inércia é calculada da seguinte forma:

$$\sigma_I^2 = \left(\frac{\partial I}{\partial m}\right)^2 \sigma_m^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial R}\right)^2 \sigma_R^2$$

$$\text{Desenvolvendo a expressão acima teremos: } \sigma_I = I \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2}$$

Tabela 4: Momento de Inércia das esferas metálica

Nº	Raio (m)	Massa (Kg)	Momento de Inércia (I) (Kg m <sup>2</sup> )
1	$0,55 \times 10^{-2}$	$08,30 \times 10^{-3}$	$(1,004 \pm 0,021) \times 10^{-7}$
2	$0,56 \times 10^{-2}$	$11,20 \times 10^{-3}$	$(1,405 \pm 0,028) \times 10^{-7}$
3	$0,85 \times 10^{-2}$	$28,00 \times 10^{-3}$	$(8,092 \pm 0,099) \times 10^{-7}$
4	$1,00 \times 10^{-2}$	$43,70 \times 10^{-3}$	$(17,48 \pm 0,18) \times 10^{-7}$
5	$1,10 \times 10^{-2}$	$31,48 \times 10^{-3}$	$(15,23 \pm 1,39) \times 10^{-7}$

Vamos utiliza o número 5 (esfera do mouse), mas poderíamos utilizar outras esferas também.

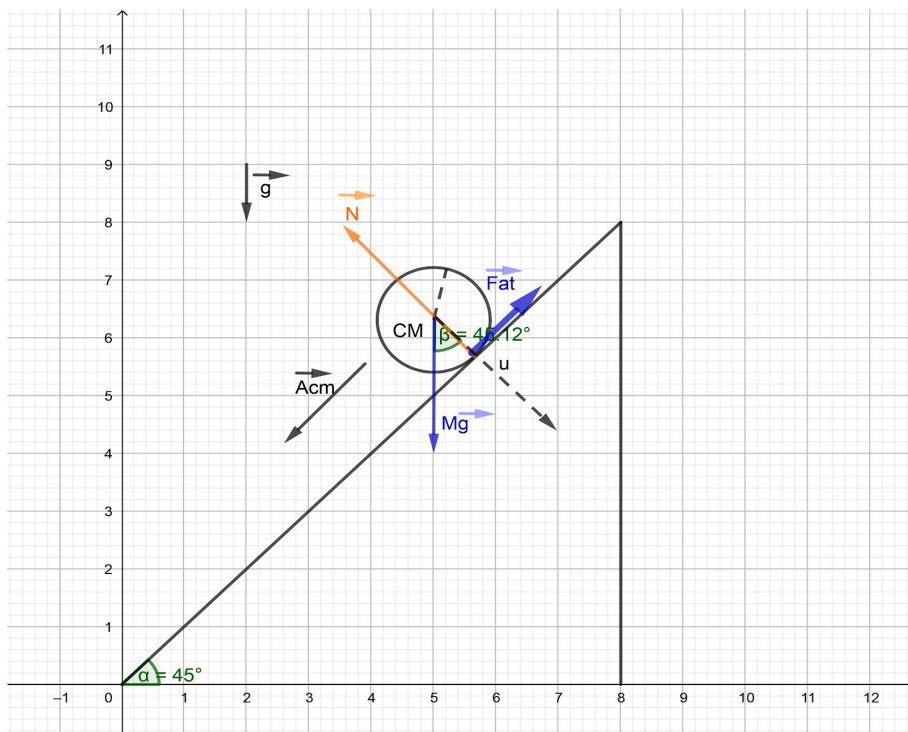


Figura 6 - Plano inclinado, esfera rolando - Fonte : Geogebra (<https://www.geogebra.org/classic>)

Utilizando o diagrama acima temos:

- raio R;
- massa M;
- aceleração do centro de massa  $a_{cm}$ ;
- momento de inércia  $I_{cm}$  ;
- força de atrito  $F_{at}$ .

Pela Segunda Lei de Newton - Translação

$$Ma_{cm} = Mg \operatorname{sen}\theta - F_{at} \quad (1)$$



$F_{at} = F_e$ , ou seja, como não existe deslizamento a força de atrito é estática.

Pela Segunda Lei de Newton - Rotação

$$\tau_{res} = I_{cm} \alpha \text{ (torque resultante)}$$

$$\tau_{res} = \tau_{mg} + \tau_n + \tau_{F_{at}}, \text{ como: } \tau_{mg} = 0, \tau_n = 0$$

$$\tau_{res} = F_{at}R = I_{cm} \alpha$$

O corpo não desliza :  $\alpha = \frac{a_{cm}}{R}$

$$F_{at}R = I_{cm} \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow F_{at} = \frac{a_{cm} I_{cm}}{R^2} \text{ (2)}$$

Substituindo (2) em (1), teremos:

$$Ma_{cm} = Mg \sin\theta - \frac{a_{cm} I_{cm}}{R^2} \Rightarrow Ma_{cm} \left(1 + \frac{I_{cm}}{R^2}\right) = Mg \sin\theta, \text{ cancelando } M \text{ e isolando } a_{cm}, \text{ obtemos:}$$

$$a_{cm} = \frac{g \sin\theta}{\left(1 + \frac{I_{cm}}{R^2}\right)} \text{ (3)}$$

O momento de inércia de uma esfera maciça é  $I = \frac{2M}{5}R^2$  (4).

Substituindo (4) em (3) temos  $a = \frac{g \cdot \sin\theta}{1 + \frac{2M R^2}{5 M R^2}}$  chegamos à equação  $a = \frac{g \cdot \sin\theta}{(7/5)}$  ou  $a = \frac{g \cdot \sin\theta}{1,4}$ .

Podemos chegar a três conclusões:

1. A aceleração é a mesma para todas as esferas, independe do raio e da massa;
2. Não precisa calcular o momento de inércia para calcular aceleração;
3. Com o rolamento a aceleração diminui.

Temos que  $a = 4,95 \text{ m/s}^2$  e sendo  $S = (a/2) \cdot t^2$  ou também:  $S = \left(\frac{g \cdot \sin\theta}{2,8}\right) \cdot t^2$

A incerteza da aceleração da gravidade, do tempo e do grau é:  $\sigma_g = 0,2 \frac{m}{s^2}$ ,  $\sigma_t = 0,01 \text{ s}$  e  $\sigma_\theta = 0,5^\circ$

Temos para a incerteza do espaço:  $\sigma_s = S \sqrt{\left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\sin\theta}}{\sin\theta}\right)^2}$

Tabela 5: Espaço entre as esferas considerando o rolamento

Intervalo de tempo (s)	Espaço entre as esferas (cm)
0,143	05,0 ± 0,8
0,286	20,0 ± 3,0
0,429	46,0 ± 6,7
0,571	81,0 ± 11,6

Obtemos a configuração para o plano inclinado com as esferas rolando.

Na figura abaixo o local de lançamento das esferas estão posicionados considerando o rolamento das esferas. O espaçamento entre elas diminui devido à redução da aceleração devido ao rolamento da esfera.

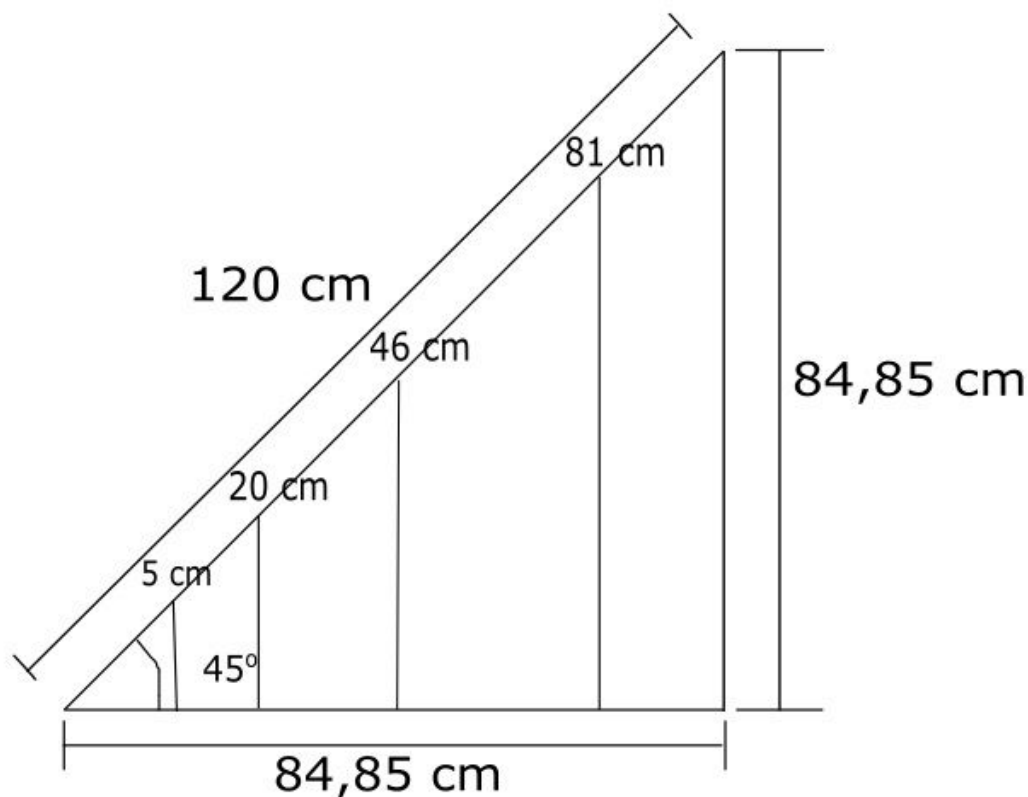


Figura 7 - Plano inclinado considerando esferas rolantes.

## Discussão

Verificamos que nossos sentidos falham ao tentarmos descrever o movimento dos sistemas de porcas encadeadas, interessante é notar que as porcas estando unidas não alteram o movimento pelo motivo de a porca acima desenvolver uma velocidade um pouco maior, mas só conseguimos notar este feito da aceleração da gravidade com o uso das pesquisas de Galileu e com a aplicação das Leis de Newton para a rotação de objetos .

Ouvindo a queda das porcas é um importante exercício para elaborar os modelos matemáticos para o movimento.

## Conclusão

Os experimentos realizados , apesar de simples, contém em seu bojo conceitos importantes a serem desenvolvidos com alunos ingressantes de curso superior e até com alunos do segundo grau.

Verificamos que a matemática é essencial para realizar um modelo mais próximo da realidade, pois ela mantém uma supremacia sobre qualquer sentido dos seres vivos.

## Agradecimentos

A montagem do sistema de porcas contou com o apoio incondicional dos senhores Pedro Raggio e Luiz do Laboratório de Física.

## Referências

DOMINGOS, Antonio. **Como Galileu Inventou um modelo Matemático**. Disponível em <[http://www.apm.pt/files/\\_016\\_147\\_SEC\\_VictorTeodoro\\_5b5af8ee2d22a.pdf](http://www.apm.pt/files/_016_147_SEC_VictorTeodoro_5b5af8ee2d22a.pdf)> Acesso em 20/10/2018.

HALLIDAY, David. **Fundamentos de Física, volume 1: mecânica, 8 ed.** - Rio de Janeiro: LTC, 2008.

MOURÃO, Ronaldo Rogério de Freitas. **Dicionário Enciclopédico de Astronomia e Astronáutica**. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira S.A., 1987.

SANTOS, Cleriston Sudré. **Experiência para o Ensino de Queda Livre**. Disponível em <[https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F809/F809\\_sem1\\_2007/Cleriston\\_Lunazzi\\_\\_2oGrau\\_QuedaLivreRF1.pdf](https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2007/Cleriston_Lunazzi__2oGrau_QuedaLivreRF1.pdf)> Acesso em 20/10/2018.