

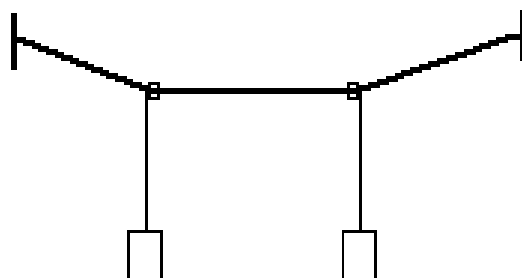
Relatório Tópicos do Ensino de Física (F 609)

2º Semestre 2018

Professor Joaquim Lunazzi

Aluno Gustavo Moreto

Experimento “Pêndulos Acoplados”



Sumário

- 1 – Objetivo e Introdução
- 2 – Análise e Resultados
- 3 – Conclusão
- 4 - Anexo



1 – Objetivo e Introdução

O objetivo deste relatório é explicar o experimento dos pêndulos compostos, tanto do ponto de vista conceitual quanto matemático, servindo de material de divulgação para futuras exposições.

O experimento de pêndulos acoplados é um experimento que além de envolver os conceitos evidentes em pêndulos, como frequência de ressonância, período de oscilação, conservação de energia inclui também o fenômeno de transmissão de energia.

O experimento consiste em quantos pêndulos forem desejados presos em um mesmo vínculo. Quando um dos pêndulos é posto em oscilação, ele transmite sua energia ao vínculo em que está preso, e este por sua vez aos outros pêndulos.

Como está descrito a frente, essa transmissão de energia depende de características específicas de cada pêndulo, como período de oscilação que por sua vez depende do comprimento do pêndulo, ou da energia total do pêndulo, que por sua vez depende da massa e da angulação máxima do pêndulo.





Figura 1 – Experimento de pêndulos Acoplados instalado no ponto de ônibus da Unicamp

Na figura 1, cada pêndulo é composto pela garrafa cheia de água presa a uma corda, que dá o comprimento do pêndulo, e que está presa a uma barra onde os outros pêndulos também estão presos. Como pode-se notar, um dos pêndulos é composto por duas garrafas, dando o dobro de massa para o pêndulo.

Perguntas para se fazer ao se deparar com um experimento deste tipo:

- O período de oscilação de cada pêndulo depende do que?
- Um pêndulo uma vez colocado em oscilação consegue transmitir sua energia a qualquer outro pêndulo?
- Qual a diferença do pêndulo que tem duas garrafas, ou seja, maior massa?

2 – Análise e Resultados

Primeiro analisemos um pêndulo simples:



Figura 2 – Pêndulo simples

Utilizando a física Newtoniana para entender o sistema, fazemos primeiro uma análise de forças:

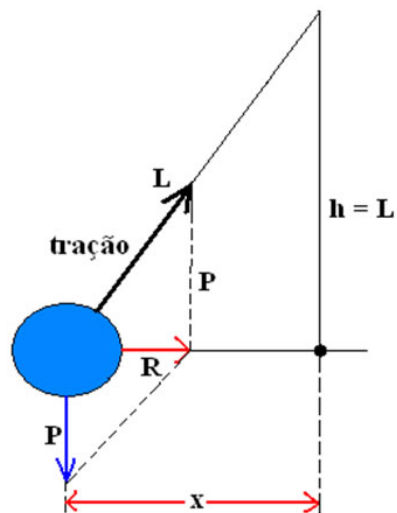


Figura 3 – Análise de forças de um pêndulo

Daqui podemos seguir diferentes caminhos de análise:

Primeiro

Caso consideremos os valores de θ pequenos, podemos considerar que o movimento desse corpo é retilíneo e a altura h é praticamente igual ao comprimento L .

Da semelhança de triângulos temos:

$$\frac{R}{P} = \frac{x}{L} \Rightarrow R = \frac{P \cdot x}{L} \Rightarrow R = \frac{m \cdot g}{L} \cdot x$$

$$\text{Onde: } \frac{m \cdot g}{L} = k \text{ (constante)}$$

$$\text{Como } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ temos que:}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{L}}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Eq.1

Onde:

T é o período de oscilação de um pêndulo

K é a constante de oscilação do Movimento Harmônico Simples

Segundo

Usando a mecânica Lagrangiana podemos fazer a seguinte análise:

$$K(\text{energia cinética}) = \frac{I\omega^2}{2}$$

Onde:

$$I = \text{momento de inércia do Pêndulo} \rightarrow I = ml^2$$

$$\omega = \text{velocidade angular}$$

$$U(\text{energia potencial}) = mgh = mgl \cos(\theta)$$

Como a Lagrangiana é dada por:

$$L = K - U$$

$$L = \frac{I\omega^2}{2} - mgl \cos(\theta)$$

Pela equação de Euler-Lagrange podemos chegar nas equações de movimento:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \omega} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = mgl \sin(\theta)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \omega} = I\dot{\omega} = ml^2 \dot{\omega}$$

Portanto:

$$mgl \sin(\theta) + ml^2 \dot{\omega} = 0$$

e se considerarmos $\sin(\theta) \approx \theta$ para pequenos ângulos:

$$\frac{g}{l}\theta + \ddot{\theta} = 0$$

Ou $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$

onde

$$\omega = \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{Eq.2}$$

Resultados:

Da análise um e dois, vemos que o período de oscilação do pêndulo não depende de sua massa, e somente da aceleração gravitacional e do seu comprimento, e podemos entender então que cada pêndulo tem sua oscilação como uma característica própria que depende de seu comprimento, ou seja, uma oscilação ressonante.

Levando isso para os pêndulos acoplados, um pêndulo que é posto em oscilação transmite sua energia ao seu vínculo, energia essa que é uma força oscilante no tempo, com período igual a de oscilação do Pêndulo posto inicialmente em oscilação.

Por sua vez o vínculo transmite essa energia para os outros pêndulos acoplados a ele, em forma de uma força oscilante no tempo, com período igual ao do pêndulo posto em oscilação inicialmente.

Agora estes outros pêndulos irão converter essa energia em oscilação se a força estiver em fase com a frequência de ressonância deles próprios. Caso contrário eles devolverão essa força ao vínculo.

Agora podemos notar uma diferença entre os pêndulos. A energia contida em cada pêndulo depende da sua angulação máxima, sendo:

$$E = mgl \cos(\theta_{m\acute{a}x}) \quad \text{Eq.3}$$

E portanto se um pêndulo de maior massa é posto em oscilação a partir de um $\theta_{inicial}$, e ao transmitir sua energia a outro pêndulo de mesma frequência de ressonância, o colocará em uma oscilação de angulação máxima maior, caso a massa do outro pêndulo seja menor, por conservação de energia.

3 – Conclusões

Através deste experimento podemos notar e entender melhor os pêndulos simples e os fenômenos quando acoplados à outros pêndulos.

Vimos que a frequência de um pêndulo simples não depende de sua massa e sim do seu comprimento, como mostrado pela equação 1 e 2. Vimos também que a energia total de um pêndulo depende de sua massa e sua angulação máxima, como mostrado pela equação 3. E também vimos que a transmissão de energia de um pêndulo para outro se dá através de vibrações mecânicas, que só se converterão em oscilações harmônicas casos os pêndulos tenham as mesmas frequências de ressonâncias, no caso o mesmo comprimento. E que diferenças de massas entre pêndulos de mesmo comprimento resultam em angulações máximas diferentes, porém com mesmos períodos.

4 – Anexo

A seguir segue um modelo de informativo para acompanhar o experimento instalado em algum local público.

Pêndulos Acoplados

Instruções:

- 1º - Pare todas as garrafas
- 2º - Balance apenas uma das garrafas
- 3º - Espere um minuto e veja o que acontece

Se pergunte:

- O que acontece se balançar primeiro um pêndulo mais comprido?
E se balançar o mais curto? Por que isso acontece?
- Qual a diferença para o pêndulo com duas garrafas?
- O tempo que demora para um pêndulo ir e voltar depende do que?

Mais Informações



Entre na página no face e deixe seu comentário ou pergunta

