

Conservação da energia mecânica e do momento linear em colisões no Pêndulo de Newton

Fabricio Marques do Carmo*

Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas

(Data: 20 de maio de 2019)

Este trabalho pretende ser uma adaptação de uma solução do problema 15 - *Newton's Cradle* do 32º IYPT, que propõe estudar como a taxa de decaimento da amplitude das oscilações de tal aparato depende de prâmetros relevantes como número, material e alinhamento das esferas. Tal solução foi originalmente concebida pela equipe *Não Sabemos Ainda* do Colégio Etapa/SP para a fase nacional do torneio e encontra-se atualmente em processo de reprodução e aprofundamento pela equipe brasileira a fim de ser apresentada em Julho de 2019 em Varsóvia, na Polônia, por ocasião do torneio internacional. Na análise são utilizadas as principais abordagens teóricas, como a aproximação à colisão de corpos rígidos e também a teoria da elasticidade proposta por Hertz, para descrever os fenômenos físicos que ocorrem no Pêndulo, a fim de possibilitar escolher uma modelagem mais condizente com o observado de acordo com cada situação analisada. Para gerar diferentes situações, foram executados diversos experimentos variando diferentes parâmetros conforme proposta do enunciado original do problema. No interesse específico da disciplina F 609 - Tópicos de Ensino de Física I, oferecida pelo IFGW, é conveniente notar, ainda, que diferentes configurações do mesmo aparato podem ser utilizadas também para demonstrações didáticas de considerável apelo visual da manifestação de fenômenos físicos comumente estudados no âmbito do Ensino Médio, como a conservação da energia mecânica e do momento linear, bem como as limitações práticas de sua observação, visto que nenhuma colisão é de fato perfeitamente elástica e que, além disso, efeitos dissipativos podem e vão contribuir para o comportamento físico observável do sistema.

*E-mail: f230414@dac.unicamp.br

I. INTRODUÇÃO

O Pêndulo de Newton, do inglês “*Newton’s Cradle*”, tem sido recorrente no estudo da Física há alguns séculos. Desde sua primeira menção registrada, referido em um artigo apresentado por John Wallis, Christopher Wren e Christiaan Huygens à *Royal Society*, em 1662 [1], tem sido utilizado para o estudo de conceitos e para demonstração de teorias, perdurando no viés de pesquisas acadêmicas até hoje [1–7]. Recebeu seu primeiro nome de Marius J. Morin, entretanto o consagrado nome “*Newton’s Cradle*” só o foi dado em 1967, pelo ator Simon Prebble, ao passo que este começou a comercializar uma versão de madeira do mesmo. A versão com esferas de metal que hoje se vê como a mais difundida apareceu no mercado algum tempo depois, com um *design* de Richard Loncraine.

Atualmente, o Pêndulo de Newton é encontrado não somente como um *executive toy* muito comum, como também constitui um interessante instrumento para uso de professores de ciências em salas de aula como meio de ilustração de conceitos como conservação de momento e de energia. Além disso, quando analisado mais profundamente, pode proporcionar, e de fato proporciona, muitos desafios àqueles que o estudam. O fato de haverem muitas esferas em cadeia, por exemplo, constitui uma dificuldade tremenda ao desenvolvimento de um modelo teórico que retrate de maneira fidedigna os fenômenos observados, visto que os impactos sequenciais ocasionam o fenômeno que a literatura convencionou denominar de “impacto múltiplo” [2, 7].

Sendo o Pêndulo de Newton constituído basicamente de uma linha de esferas que se tangenciam e que ficam suspensas por um par de cordas, tratadas em geral como inelásticas, o “impacto múltiplo” referido acima é definido, de modo simples, como a ocorrência simultânea de diversas colisões em diferentes pontos do sistema [7]. Quando se suspende um número de esferas a uma determinada altura, e deixa-se que caiam, cria-se uma colisão das mesmas com as subsequentes, e, desta maneira, por estarem todas se tangenciando, ocorrem colisões por todo o conjunto, ao mesmo tempo.

É intuitivo esperar que ao se levantar um determinado número de esferas e soltá-las gerando uma colisão, seja ejetada uma quantidade de massa igual à massa total que estava levantada, só que do lado oposto da cadeia. Havendo igualdade entre todas as massas, o número de esferas ejetadas do outro lado deverá ser igual ao número de esferas incidente. Entretanto, por mais próximo que este modelo seja da realidade, é ainda muito idealizado:

empiricamente nota-se que não somente as esferas da extremidade oposta irão se movimentar, mas, de fato, todas as esferas, já que logo na primeira colisão há uma quebra na cadeia de esferas [4], o que gera, tanto por parte das esferas centrais como pelas das extremidades, movimentos não previstos por uma modelagem teórica mais simplista. Assim, a explicação desses movimentos podem render uma análise muito mais rica e interessante do que se poderia supor de imediato.

Ao longo deste trabalho pretende-se levantar hipóteses acerca das teorias que regem o conjunto de fenômenos supracitado. Junto a isso, pretende-se apresentar um procedimento para a análise do decaimento nas amplitudes de oscilação das esferas, até a oscilação em fase do conjunto que se segue. Serão ainda apresentadas e discutidas algumas abordagens teóricas para que, posteriormente, possa-se fazer uma comparação entre elas. Pretende-se ainda descrever e ilustrar os meios de obtenção de dados e o arranjo experimental e, por fim, discutir propostas de uso do equipamento para demonstrações em sala de aula, tanto com esferas idênticas, como com esferas diferentes em uma série de possíveis configurações. Conceitos comumente apresentados no Ensino Médio, como conservação da energia mecânica e do momento linear, além de intrinsecamente abstratos, podem ser difíceis de visualizar em situações cotidianas e, nesse sentido o uso do Pêndulo de Newton pode constituir uma ferramenta interessante tanto para observar de maneira aproximada tais fenômenos, como para sistematizar o estudo de efeitos dissipativos e também para permitir a discussão das limitações de modelos idealizados.

II. EQUIPAMENTO E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para a execução do experimento do Pêndulo de Newton (tanto o de colisões para obtenção de dados relacionados ao decaimento de amplitude quanto os direcionados ao cálculo dos coeficientes de arrasto e de restituição), foram utilizados os seguintes equipamentos: (i) Câmera de celular presa a um tripé, de máxima taxa captura de 240 fps , com uma qualidade de vídeo de $720p$; (ii) Pêndulo de Newton construído no Laboratório de Inovações Tecnológicas do Colégio Etapa/SP, com possibilidade de ajuste de tamanho dos fios, bem como alinhamento, troca e variação de número de esferas (Fig 1(c)), juntamente a um modelo comercial encontrado em uma loja de departamento como *executive toy* (Fig 1(a)); (iii) *Tracker*, um *software* de análise de vídeos voltado ao ensino de Física, cujo código é aberto, e possui

ferramentas de acompanhamento de trajetórias de objetos demarcados tal como medição de velocidades lineares e angulares, e angulações referentes a um plano definido; (iv) Réguas e trenas milimetradas (com incerteza de $0,5 \times 10^{-3}\text{m}$) presas a suportes universais e/ou à estrutura do suporte do Pêndulo para calibração do *Tracker*, possibilitando a conversão da escala de pixels para metros; (v) Paquímetro para medição dos diâmetros das esferas utilizadas; (vi) Balança digital para medição das massas das esferas (com incerteza de 10^{-6}kg); (vii) Mecanismo liberador preso a suportes universais para uniformizar a maneira como as esferas são soltas para colidir.

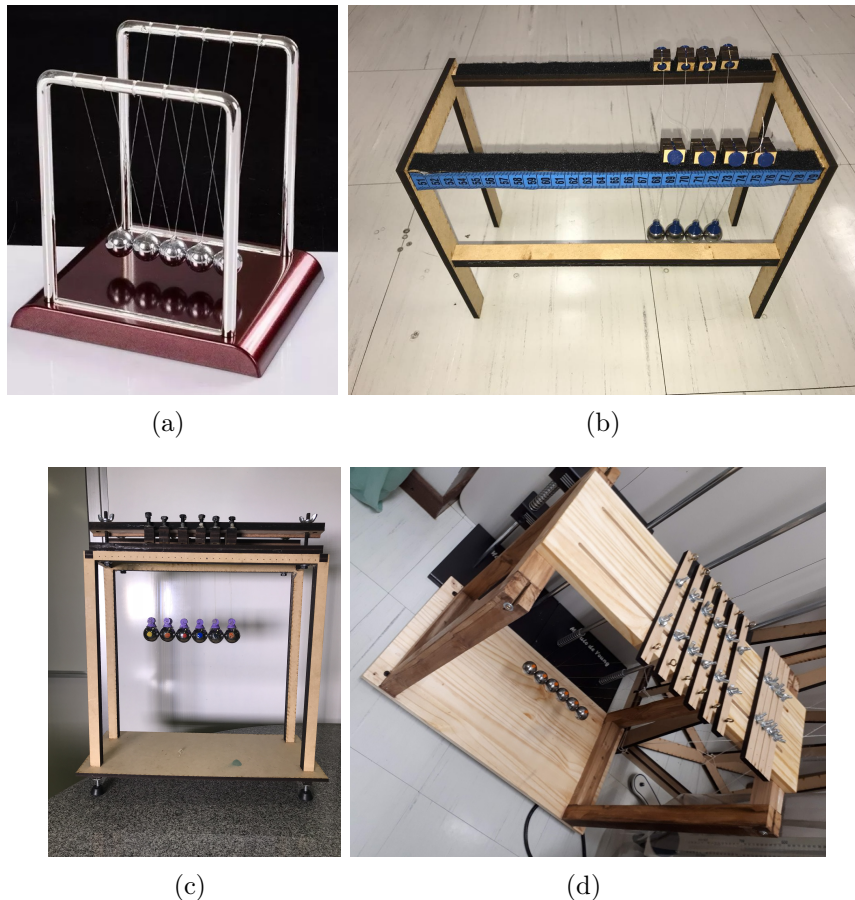


Figura 1: (a) Modelo comercial usado como *executive toy*, (b) Primeiro Pêndulo de Newton construído pela equipe *Não Sabemos Ainda* do Colégio Etapa/SP, (c) Pêndulo utilizado pela mesma equipe para os experimentos apresentados no IYPT-Brasil, (d) Pêndulo reconstruído para reprodução dos experimentos pela equipe brasileira na fase internacional do IYPT e posterior apresentação como projeto da disciplina F609-Tópicos de Ensino de Física I no IFGW

Foi utilizado o *software Fusion360* para a criação do projeto 3D da estrutura do Pêndulo. Algumas versões preliminares da estrutura foram criadas. Uma primeira versão, que pode ser

vista na Figura 1(b), era muito leve e deslizava sobre a mesa ou quase tombava quando esferas mais pesadas eram colocadas para colidir. Além disso, ela não permitia fixar com precisão a posição das esferas e o comprimento dos fios. A segunda versão, que foi utilizada para os experimentos do IYPT-Brasil, foi desenvolvida tentando eliminar esses problemas tanto com o uso de uma estrutura mais robusta como com a instalação de apoios que permitiam nivelar a estrutura como um todo e também de presilhas com parafusos que possibilitavam um ajuste fino do comprimento dos fios e da posição das esferas ao longo da cadeia. Esse é o modelo visto na Fig 1(c). Entretanto, o reposicionamento de esferas na segunda versão ainda era muito lento e o processo de reposicionar uma esfera frequentemente tirava outras do lugar. Além disso, os parafusos que visavam possibilitar o ajuste fino do comprimento dos fios, enrolando certa porção de fio em torno de si quando girados frequentemente giravam sendo puxados pelos próprios fios quando esferas mais pesadas eram colocadas. Outra ponto a ser melhorado nesse modelo vinha do fato de que diferentes partes da estrutura haviam sido fixadas com cola e deformações de diferentes partes começaram a fazer a estrutura trincar em alguns pontos ou soltar partes coladas. Assim, a fim de sanar essas dificuldades, voltar a coletar dados e reproduzir o experimento para a fase internacional do torneio, além de permitir um transporte mais seguro e uma troca de esferas mais ágil para posterior apresentação como projeto final da disciplina F609, foi concebido um terceiro modelo de estrutura. Esse modelo, que pode ser visto na Figura 1(d), além de utilizar pedaços de madeira maciça e parafusos para fixar diferentes partes, o que o torna mais robusto, utiliza um novo esquema para pendurar as esferas que se baseou em um modelo anteriormente usado para demonstrações na disciplina F609 e que foi apresentado pelo Prof. José Joaquim Lunazzi. Nesse esquema as esferas são presas a hastes transversais que, por sua vez, ficam presas ao topo da estrutura. Parafusos de madeira com cabeça de argola foram utilizados para possibilitar o ajuste fino, o que evita que as esferas se desalinhem uma vez que esse tipo de parafuso fica mais firme na madeira e não gira quando uma certa tração é aplicada aos fios.

O fio utilizado foi uma linha de pesca de 0,25mm de diâmetro com grande constante de elasticidade, tornando a distensão desta mínima e possibilitando assim a hipótese de fio ideal. Em todas as versões construídas pelas equipes, as esferas foram presas aos fios de sustentação por meio de suportes impressos em plástico com uma impressora 3D.

Para realização dos experimentos, a câmera utilizada foi posicionada diante da estrutura

de maneira que ficasse em um plano paralelo ao do Pêndulo, enquadrando-o da melhor maneira possível, visando a obtenção de dados por meio do *Tracker*, Fig 2.

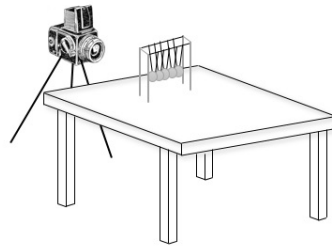


Figura 2: Arranjo experimental esquematizado

Feito isso, após o disparo da filmagem, uma esfera previamente levantada era solta, mantendo o fio que a prende esticado em seu tamanho natural, a fim de evitar pequenas oscilações antes do choque com a esfera adjacente. É importante destacar que a liberação das esferas era realizada de modo a poder considerar sua velocidade de saída praticamente nula. Entretanto, na realização do experimento original, não era possível padronizar o ângulo de soltura e esse procedimento ficava sempre sujeito a eventuais movimentos involuntários da mão. Para contornar isso, foi desenvolvido para a versão mais recente do aparato um mecanismo de liberação que fica preso a suportes universais, permitindo seu reposicionamento e a uniformização da maneira como as esferas são soltas para colidir. Esse mecanismo pode ser visto na Figura 3.

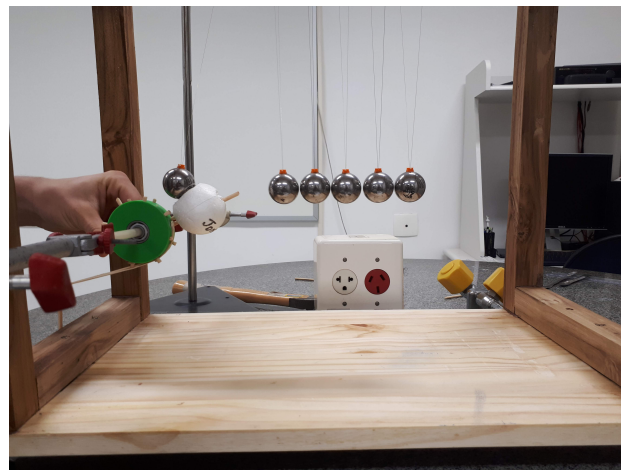


Figura 3: Mecanismo liberador de esferas.

Para obtenção dos coeficientes de arrasto de todas as esferas utilizadas, soltou-se apenas uma esfera sem que houvesse qualquer outra com a qual ela pudesse colidir, e o decaimento

da amplitude das oscilações foi analisado no *Tracker*. Entretanto, é possível perceber que a perda de energia para o arrasto é mínima se comparada à perdas de energia nas colisões. De fato, além da perda que seria observada por colisões que não são perfeitamente elásticas, o alinhamento das esferas parece desempenhar um papel crucial na evolução do movimento.

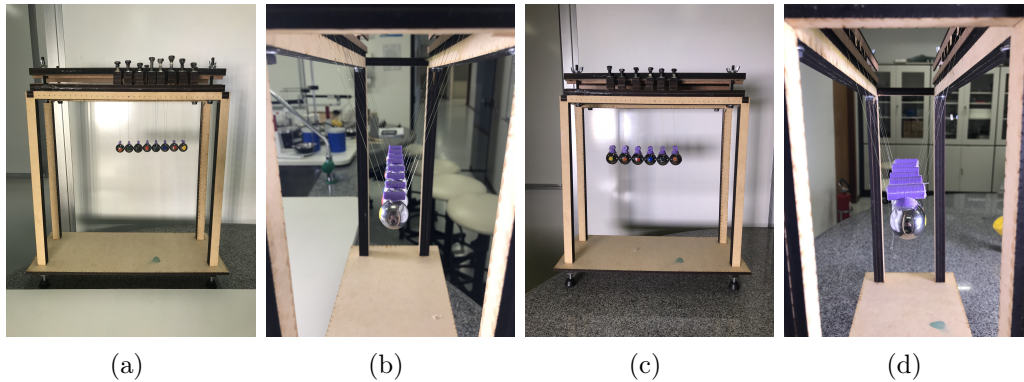


Figura 4: Disposição das esferas de 2 e 3 cm de diâmetro, e seus respectivos alinhamentos no experimento levado ao IYPT-Brasil

Para obtenção dos coeficientes de restituição, solta-se uma esfera que colide com apenas uma outra. Novamente, por meio de uma análise de dados realizada no *Tracker* coleta-se as velocidades de saída das esferas pós-colisão, e por meio de uma manipulação algébrica simples obtém-se o coeficiente de restituição para diferentes tipos de esfera.

Realizando experimentos onde são variados os números de esferas é possível observar o comportamento do sistema e suas respostas ao desalinhamento, por exemplo. Para analisar efeitos do desalinhamento, este, embora seja mais fácil de ocorrer quando há muitas esferas, pode também ser induzido propositalmente. Variando o material, o tamanho e a massa das esferas, mantendo o alinhamento (Fig 4), pode-se observar a influência desses outros fatores sobre o comportamento observado.

III. PLANO DE TRABALHO E CRONOGRAMA

Ao longo da semana do dia 19/05/2019, pretende-se concluir as coletas de dados para o experimento a ser apresentado na fase internacional do IYPT. Esses dados deverão ser analisados até o final da semana do dia 26/05/2019. Uma versão simplificada dessa análise será apresentada no relatório final da disciplina F609, uma vez que o foco da mesma é mais direcionado à criação de um experimento didático.

Para a apresentação do experimento no IFGW, no dia 17/06/2019, é possível utilizar diferentes combinações de esferas maiores e menores, bem como diferentes números de esferas. Diferentes combinações de números de esferas colidindo ou não podem ser utilizadas para propósitos diversos. Por exemplo, uma única esfera oscilando pode ser utilizada para obter o valor do campo gravitacional local ou para demonstrar a conservação da energia mecânica. Também é possível utilizar o experimento com uma única esfera para observar os efeitos da resistência do ar. Duas esferas oscilando sem colidir, desde que a estrutura seja posicionada sobre um aparato parcialmente móvel, irão entrar em fase depois de um tempo. Colocando duas esferas de mesma massa ou de massas diferentes para colidir entre si, previsões simples da teoria de colisões utilizando a conservação do momento também podem ser visualizadas na prática. Pode-se inclusive utilizar esferas revestidas de massa de modelar para estudar o caso de colisões perfeitamente elásticas. Para analisar fazer as observações, um celular com câmera pode ser posicionado diante da estrutura e, com o auxílio de réguas para calibrar as medidas apropriadamente, é possível extrair rapidamente dados sobre a posição e a velocidade das esferas.

A oportunidade pode ser utilizada, ainda, para divulgar o torneio IYPT e engajar estudantes e professores, despertando o interesse pelo aprendizado e ensino de Física Experimental.

-
- [1] S. Hutzler, G. Delaney, D. Weaire e F MacLeod, *Rocking Newton's Cradle*, *American Journal of Physics*, Vol. 72, 2004
 - [2] V. Ceanga e Y. Hurmuzlu, *A New Look at an Old Problem: Newton's Cradle*, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 68, 2001.
 - [3] F. Hermann e M. Seitz, *How does the ballchain work?*, *American Journal of Physics*, Vol. 50, 1982.
 - [4] E. J. Hinch e S. Saint-Jean, *The fragmentation of a line of balls by an impact*, *The Royal Society*, 1999.
 - [5] F. Hermann e P Schmazle, *American Journal of Physics*, Vol. 49, 1981.
 - [6] C. M. Donahue, C. M. Hrenya, A. P. Zelinskaya e K. J. Nakagawa, *Newton's cradle undone: Experiments and collision models for the normal collision of three solid spheres*, *Physics of*

- Fluids*, Vol. 20, 2008.
- [7] V. Acary e B. Brogliato, *Concurrent Multiple Impacts Modelling: Case-Study of a 3-Ball Chain*, HAL, 2003.
- [8] B. Brogliato, *Nonsmooth Impact Mechanics: Models, Dynamics and Control*, Springer, Vol. 220, Capítulos 4 e 5 1996.
- [9] G. Kuwabara e K. Kono, *Restitution Coefficient in a Collision between Two Spheres*, *Japanese Journal of Physics*, Vol. 26, 1987.
- [10] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, 1985.