

# Experimento do Pêndulo de Torção Gravitacional (Balança de Cavendish)

Relatório Pré-final  
F609 – Tópicos de Ensino de Física I  
Professor: José Joaquín Lunazzi

Aluno: Marcelo Hideki Watanabe (RA: 156530)  
Orientador: Prof. Dr. Richard Landers

Unicamp  
03/05/2019

## Resumo

O experimento tem como principal objetivo a verificação da ação da força gravitacional, como proposta por Newton, entre massas de chumbo usando uma montagem da balança de Cavendish. A pequena quantidade de referências ligadas aos detalhes da montagem do experimento em si tornam importante também a descrição dos acertos e erros nas diferentes montagens feitas durante o trabalho.

## Discussão Histórica

O pêndulo de torção foi originalmente inventado por John Michell em 1795 com o propósito de estimar a densidade da Terra, e foi modificado por Henry Cavendish em 1798 (ref. [7]). Tal montagem também permitiu que Coulomb verificasse as forças de atração e repulsão elétricas e magnéticas.

O resultado obtido por Cavendish completa a fórmula da gravitação universal proposta por Isaac Newton mais de um século atrás,

$$F = G \frac{mM}{d^2}$$

onde  $m$  e  $M$  são os valores das massas de dois corpos,  $d$  a distância entre eles,  $G$  a constante gravitacional, e  $F$  a força de atração entre os corpos gerada pela gravidade, conseguindo uma estimativa para a constante com valor dentro de uma margem de erro de 1% do valor conhecido hoje.

O papel publicado sobre o experimento reflete o interesse no potencial de precisão do método utilizado e na consideração de erros, e é um indicador da crescente “ciência das medidas precisas”, que ganhou mais força no século seguinte.

Assim, o experimento marca um ponto importante na história da ciência e apresenta uma alternativa interessante no campo do ensino, uma vez que a gravitação muitas vezes é ensinada com foco exclusivo nas questões astronômicas ou locais da superfície terrestre, onde as interações gravitacionais entre objetos da escala cotidiana são negligenciadas ou esquecidas (ver ref. [5]).

## Discussão Teórica

A balança feita por Cavendish (ver figura 1) consiste basicamente numa haste fina com duas

esferas de chumbo, uma em cada extremidade, suspensa horizontalmente por um fio. A haste tem liberdade de rotacionar em torno do eixo do fio, ficando sujeita ao torque gerado pelo cisalhamento do fio, dependendo da rotação. Além disso, outras duas esferas maiores de chumbo são colocadas ao lado das esferas menores, para gerar nessas uma força gravitacional, que move a haste de forma a aproximar as esferas de tamanhos diferentes. No fio, logo acima da haste, é posicionado um pequeno espelho que indica, com o uso de um laser, a rotação gerada no sistema pelas forças mencionadas. Tudo isso é feito dentro de uma câmara que isola o mecanismo, para que esse não seja afetado efeitos externos, como correntes de ar ou efeitos térmicos.

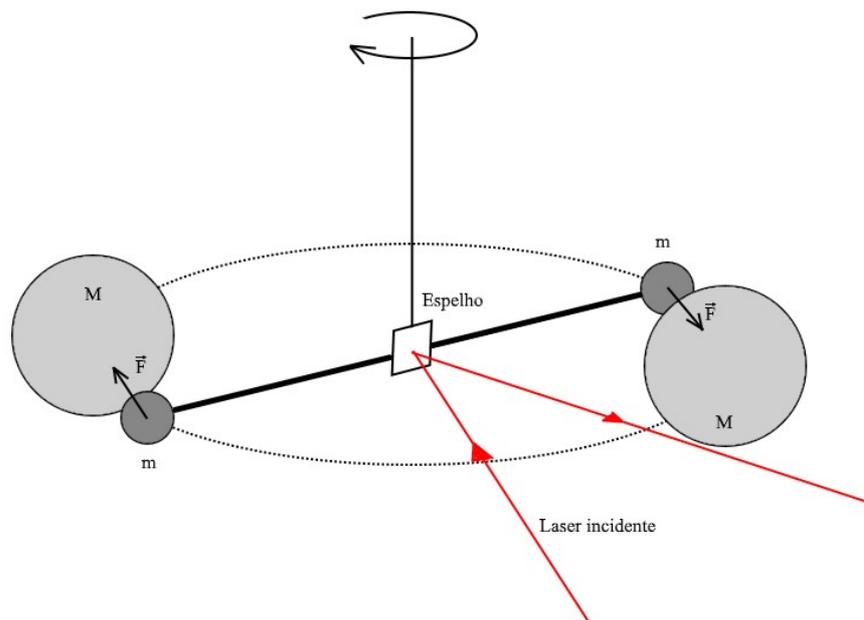


Figura 1: Desenho esquemático da balança

Com os dados específicos dos materiais usados e com o movimento da haste, mensurado a partir do deslocamento do laser, sabendo da relação linear entre a variação de ângulo e o torque de restauração do cisalhamento, podemos verificar a posição de equilíbrio entre o torque gerado pela força gravitacional e aquele dado pela torção do fio.

A forma com que um fio pode reagir ao movimento da haste depende da constante de torção  $k$ , que pode ser calculada, por exemplo, através da medida do período de oscilação do pêndulo pela equação

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} ,$$

onde  $T$  é o período,  $I$  é o momento de inércia e  $k$  é a constante de torção. O torque aplicado a haste pelo fio é  $\tau = k\theta$  onde  $\theta$  é o ângulo de variação da haste com relação a posição de equilíbrio, medido pela deflexão do laser. Nesta posição, a força entre a esfera maior e a esfera menor é dada

por

$$F = G \frac{mM}{r^2} ,$$

onde  $M$  e  $m$  são as massas das esferas,  $r$  a distância entre seus centros de massa e  $G$  a constante gravitacional. Essa força é relacionada ao torque pela relação  $\tau = F(L/2)$ , onde  $L$  é o comprimento da haste. Rearranjando os termos, obtemos

$$G = \frac{k\theta r^2}{MmL} ,$$

que pode ser utilizada na condição de equilíbrio do sistema com as massas grandes próximas do pêndulo para calcular a constante. Com o valor da constante podemos, por exemplo, considerando conhecidos o raio da Terra  $r_T$  e a aceleração da gravidade em sua superfície  $a_g$ , calcular a massa  $M_T$  e densidade  $\rho_T$  do planeta pelas equações

$$M_T = \frac{a_g r_T^2}{G} \quad \text{e} \quad \rho_T = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi r_T^3} = \frac{3a_g}{4\pi r_T G} .$$

## Montagens Experimentais

Foram feitas quatro montagens do pêndulo. Cada uma delas feita com base nos acertos e erros observados nas anteriores, testando novas ideias para melhorar os resultados obtidos.

### 1ª Montagem

Inicialmente foram usados materiais mais simples e de fácil acesso, para testar a ideia inicial da montagem que pretendíamos usar. Para a haste, foi usada um pedaço de canaleta de PVC de 20 cm de comprimento, com dois furos próximos das extremidades, onde foram encaixadas duas bolinhas de chumbo de aproximadamente 15 gramas, uma em cada extremidade da haste, a 9 cm do centro. Nesse foi preso um parafuso apontando para cima com parte de uma bucha de parede, e mais um parafuso preso transversalmente, para prender a canaleta ao fio, sem precisar dobrá-lo ou fazer nós (figura 2). Utilizamos alguns fios de pesca finos (0,25 mm) com comprimentos diferentes, entre 20 cm e 60 cm. A parte superior do pêndulo, onde ficou preso o fio, tinha o mesmo mecanismo que a haste.



Figura 2: Haste inferior da montagem 1

Nos testes, feitos em ambiente pouco controlado, a primeira montagem apresentou o comportamento próximo do esperado. Inicialmente, oscilava com amplitude de movimento

decrecente até ficar próximo do equilíbrio dentro de uma e duas horas, sendo esse aproximadamente o tempo total de observação por teste feito através de gravação com câmera. Nesse momento ainda não haviam sido feitos testes com as massas externas, uma vez que buscamos apenas ter um modelo base para as próximas montagens.

## 2ª Montagem

Com o resultado observado, ainda sem saber como o pêndulo reagiria a presença das esferas externas, foi feita a segunda montagem (figura 3). Essa consistia de uma estrutura de madeira onde era fixado o fio de pesca de aproximadamente 70 cm de comprimento, usando mecanismo similar inicial para prendê-lo, usando agora um parafuso lixado na ponta ao invés da bucha, a haste feita com a canaleta de PVC de 45 cm, que mantinha as esferas pequenas a 22 cm do centro. O mecanismo que prendia o fio a haste era um parafuso oco, pelo qual passava o fio que era amarrado a outra peça por baixo.



Figura 3: Montagem 2

A ideia da montagem era aumentar as dimensões do primeiro protótipo, a fim obter uma melhor sensibilidade do sistema. Para isso também, procuramos diminuir os efeitos que pareciam dificultar o processo de estabilização do mecanismo, como correntes de ar e possíveis instabilidades do sistema, utilizando materiais melhores nos pontos de fixação do fio, isolando a balança numa sala e eventualmente usando uma caixa de acrílico vazada no lado de cima.

A pesar dos esforços em estabilizar o pêndulo, utilizando uma câmera durante o período de um alguns dias, notamos a haste oscilava de maneira muito imprevisível. Chegando perto do equilíbrio em alguns momentos e voltando ao estado oscilatório inicial com ângulos grandes. Acreditamos que grande parte dessa instabilidade se devia pelas propriedades do material do próprio fio de nylon, que poderia reagir a mudanças no tempo e de temperatura, por exemplo. Além



Figura 4: Montagem 2 com caixa de acrílico

disso, a canaleta de PVC era muito difícil de equilibrar, tanto pelo comprimento usado, quanto pelo parafuso no centro, devido ao fato de que o fio ficava fixado efetivamente abaixo da haste, tendo certa liberdade de movimento dentro do furo no parafuso.

Portanto, buscamos obter melhorias na fixação inferior entre o fio e a haste, um modelo de haste menos susceptível a rotações (em relação ao seu próprio eixo) e um fio metálico mais adequado, além de fazer um mecanismo para acomodar as massas grandes e acoplar um espelho para medir o ângulo de rotação do pêndulo, como pensado inicialmente.

### 3ª Montagem



Figura 5: Montagem 3

Para essa montagem, foram utilizadas 2 esferas de chumbo de aproximadamente 50 g, uma haste de alumínio, que atravessa as esferas, mantendo-as a 26 cm de distância, fio de tungstênio de 35 microns de diâmetro e 57 cm de comprimento. Foi utilizada parte da armação da montagem de

madeira anterior, mantendo o mesmo mecanismo para prender o fio na parte superior, com nas medidas de altura e largura e a adição de placas de madeira e vidro nas laterais. Para prender o fio a haste, utilizamos um parafuso idêntico ao superior com um furo, pelo qual passa a nova haste, e com uma pequena placa de silício, que serve como uma superfície reflexiva para medições com laser.

A opção de usar uma haste fina que passa pelo centro das esferas pequenas foi feita em função da maior facilidade que essa oferecia para equilibrar as massas no eixo da haste, que gera maior estabilidade nesse sentido.

Abaixo do pêndulo, foi parafusada uma cantoneira de alumínio onde seriam colocados as massas grandes. Essa barra pode ser rotacionada de forma a aproximar as massas grandes das pequenas. Porém, por estarem todos presos a mesma armação de madeira, essa aproximação afetaria o estado de movimento do pêndulo. Sendo que para que o experimento fosse realizado devidamente, seria necessário garantir inicialmente que a posição de equilíbrio do pêndulo fosse sempre a mesma, para que se pudesse analisar o ângulo inicial e final do pêndulo, sem precisar levar em conta que esse foi tirado do equilíbrio por ação externa.

Utilizando um laser, um anteparo, a aproximadamente 2 metros de distância do pêndulo, e equipamento para gravação, observamos o movimento da balança durante um dia. Pelo vídeo, notamos que durante algumas horas, o ponto do laser oscilava em uma certa faixa do anteparo, e depois mudava de posição, oscilando em outra faixa, com amplitudes diferentes. Considerando os extremos atingidos pelo laser durante o dia, estimamos que o movimento da haste estava dentro de uma faixa de  $3,5^\circ$ . Medindo o período, com ajuda de um software de edição de vídeo, verificamos que apesar desse comportamento estranho a frequência do movimento nos regimes distintos continuava aproximadamente a mesma, por volta de um ciclo a cada 12 minutos.

Nos foi sugerido pelo professor Lunazzi que a principal causa do comportamento observado



Figura 6: Anteparo e equipamento de gravação para montagem 3



Figura 7: Haste da montagem 3

seria a madeira, que sustenta todo o sistema, em particular, a placa que na qual está presa o parafuso que segura o fio. Mudanças no tempo e de umidade podem alterar a estrutura celular da madeira, fazendo com que ela altere levemente a posição do parafuso e, portanto, a de repouso do fio. Também, acreditamos que pequenas vibrações no prédio em que os testes foram feitos poderiam ter algum efeito negativo na estabilidade da balança.

Assim, buscamos uma estrutura nova, feita de metal, que possa resistir melhor as mudanças de temperatura e umidade, além de um outro sistema para as massas grandes que não necessite perturbar bruscamente o repouso do pêndulo na aproximação, permitindo testes mais rápidos e seguros.

#### 4ª Montagem (incompleto)

Para a última montagem, pretendemos utilizar um suporte de invar, onde ficará presa uma placa de alumínio, a partir da qual será suspenso o pêndulo, reaproveitado da montagem 3. Inicialmente, procuraremos fazer os testes sem isolar o mecanismo numa caixa, para que possamos mais facilmente aproximar as massas grandes da balança. Caso tenhamos muitas dificuldades com correntes de ar, podemos reconsiderar o uso de uma caixa para isolar o sistema.

## Resultados

## Comentário do Orientador

## Referências

[1][https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F809/F809\\_sem1\\_2006/MauroR\\_Lunazzi\\_RPA.pdf](https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2006/MauroR_Lunazzi_RPA.pdf)

- [2] [https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F809/F809\\_sem2\\_2006/Ivan\\_S-Lunazzi\\_F609\\_RF.pdf](https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem2_2006/Ivan_S-Lunazzi_F609_RF.pdf)
- [3] <http://www.if.ufrgs.br/historia/cavendish.html>
- [4] <https://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/presentations/cavendish-experiment>
- [5] DUCHEYNE, S. (2011). The Cavendish Experiment as a Tool for Historical Understanding of Science. Springer Science+Business Media B.V.
- [6] [https://www.3bscientific.com.br/product-manual/1003337\\_PT.pdf](https://www.3bscientific.com.br/product-manual/1003337_PT.pdf)
- [7] Cavendish, H. (1798). Experiments to determine the density of the earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 88, 469–526.
- [8] Fundamentos de física, volume 2 : gravitação, ondas e termodinâmica / David Halliday , Robert Resnick , Jearl Walker ; tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. – 10. ed. – Rio de Janeiro : LTC, 2016