Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Física Gleb Wataghin

Relatório Final

"Estudo experimental de rotação,velocidade angular e momento de inércia no segundo grau."

Disciplina:F 609-Tópicos de Ensino de Física I
Professor:José J. Lunazzi
Professor orientador:Dirceu da Silva

Aluna:Tânia Cristina Massaro   RA: 036092

Campinas,10de Novembro de 2008

“Meu orientador.o Prof. Dirceu da Silva concorda com os termos aqui estabelecidos e declara que poderá dispor de todos os elementos necessários a menos de excepções indicadas abaixo:
Excepções:Não Sigilo:NÃO SOLICITA.”

➢ Resumo

O experimento,durante sua execução e explicação, buscou realizar uma abordagem simples e de fácil entendimento,voltada ao aluno do segundo grau, sobre um movimento presente em diversas situações cotidianas,a rotação.
Essa abordagem se deu inicialmente através da ratificação das situações presentes no cotidiano desse aluno que possuem o movimento de estudo.
Em seguida,utilizando-se de cilindros com mesmo raio e massa,mas de materiais diferentes,juntamente com um plano inclinado,houve a comprovação e estudo de alguns conceitos físicos,como o movimento de rotação já citado anteriormente,a velocidade angular e o momento de inércia.

➢ Introdução

O movimento de rotação é estudado desde a época de Platão(429-348 a.C) onde na *Academia,* nome de um parque e ginásio desportivo de Atenas, ministrava seus ensinamentos, tornando-se um dos modelos de instituição de ensino no Ocidente, tendo perdurado por cerca de 900 anos, até ser destruída pelo imperador bizantino Justiniano I, no século VI d.C.[1].

Figura 1:Raffaello Sanzio (1483-1520) *Scuola di Atene,(1509-1510)* (Vaticano). [2]

Ele pode ser observado quando um corpo qualquer gira em torno de seu próprio eixo [3].Nesse experimento,a verificação ocorreu à partir do lançamento dos cilindros no plano inclinado.

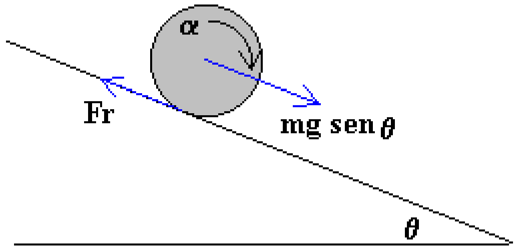
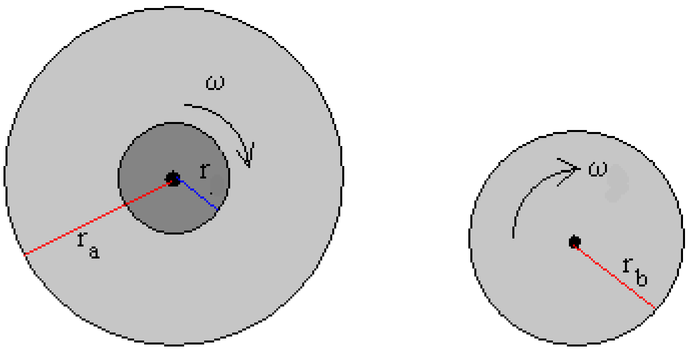


Figura 2: Cilindro realizando rotação em um plano inclinado,representando as forças peso(mg senθ) e de atrito(Fr),bem como a aceleração angular(α).

Com isso,surgiu uma nova variável dependente do quociente entre o deslocamento angular e o tempo,a velocidade angular (ω). [4] :



Cilindro a Cilindro b

Figura 3 :Representação da velocidade angular nos cilindros que experimentais: construído com dois materiais (cilindro a) e construído com apenas um material(cilindro b).

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}} \qquad \textbf{(1)}$$

Onde:
ω = velocidade angular (rad/s);
Δ φ = variação angular(rad);
Δ T=variação de tempo(s).

Quando saíram do repouso,os cilindros realizaram o movimento de rotação no sentido horário,e a velocidade angular ω observada possuiu uma direção perpendicular ao plano inclinado.Uma maneira simples de se ratificar essa direção é através da *regra da mão direita*,onde o polegar representa o vetor da velocidade angular.

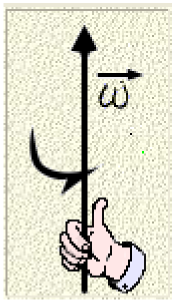


Figura 4:Representação da regra da mão direita,onde o polegar é o vetor velocidade angular.

Mas,quando estudamos o movimento de rotação,não se pode esquecer do surgimento de duas novas variáveis essenciais para a observação experimental: *Momento de Inércia I* e *Conservação do Momento Angular L* .

-Momento de Inércia (I) :

Quando um cilindro realiza rotação,a velocidade angular pode sofrer alterações na intensidade devido à distribuição de massa,alterando a inércia rotacional do objeto.
Quanto maior for essa inércia,maior será a dificuldade em se atingir uma grande velocidade angular.A essa inércia rotacional,dá-se o nome *de momento de inércia* I[5].
Através de uma analogia,tem-se que a importância do momento de inércia para a rotação é igual à da massa para a translação,mas aqui a distribuição dessa massa sob forma cilíndrica se torna fundamental.
Considerando-se os três cilindros experimentais,o momento de inércia pôde ser obtido através da expressão :

$$\boxed{I = \frac{MR^2}{2}}$$

(2)

Onde:
I = momento de inércia(Kg.m^2);
M= massa do cilindro (Kg);
R = raio do cilindro (m).

- Conservação do Momento Angular (L):

O momento angular pode ser entendido como a interação entre o *momento de inércia I* do cilindro e a *velocidade angular ω* em que o movimento de rotação é realizado.

$$\boxed{L = I \, . \, \omega} \qquad \textbf{(3)}$$

Onde:
L = momento angular (Kg .m^2/s).

Para que esse momento seja constante, necessariamente tem-se a proporcionalidade inversa entre as duas variáveis. Pois quanto maior for o momento de inércia do cilindro,menor será a sua velocidade angular.
Deve-se salientar que a direção e sentido do momento angular coincide com as coordenadas da velocidade angular,sendo portanto também perpendicular ao plano inclinado[6].

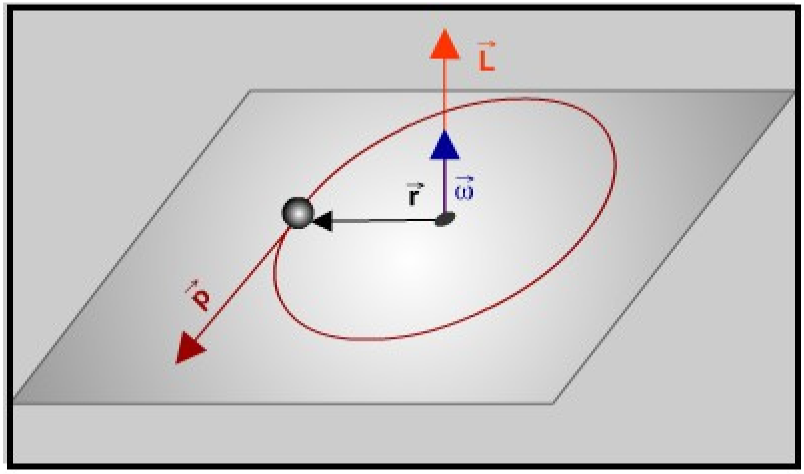


Figura 5:*Momento angular L* e *velocidade angular* ω perpendiculares ao plano de rolamento e ao *momento linear p*.[6]

Dessa forma,podemos concluir que quando os cilindros experimentais realizaram o movimento de rotação,houve uma variação angular Δφ em função do tempo Δ T,a denominada velocidade angular ω.Mas,segundo o momento de inércia I, a distribuição de massa nos cilindros interferiu nessa velocidade,de forma que I e ω foram inversamente proporcionais,fato este que possibilitou a conservação do momento angular total L.

➢ Procedimento Experimental

- **Materiais**

- 0,195 Kg de ferro densidade = 7900 Kg/m^3;
- 0,800 Kg de madeira tipo “Imbuia” densidade = 650 Kg/m^3 ;
- 0,005 Kg de isopor densidade =100 Kg/m^3 ;
- cano metálico de 2.10^{-2} m de diâmetro;
- torno mecânico para madeira e metal;
- lixa;
- estilete;
- serra;
- régua;
- balança digital;
- pregos;
- martelo;
- tábuas suficientes para a construção do plano inclinado.

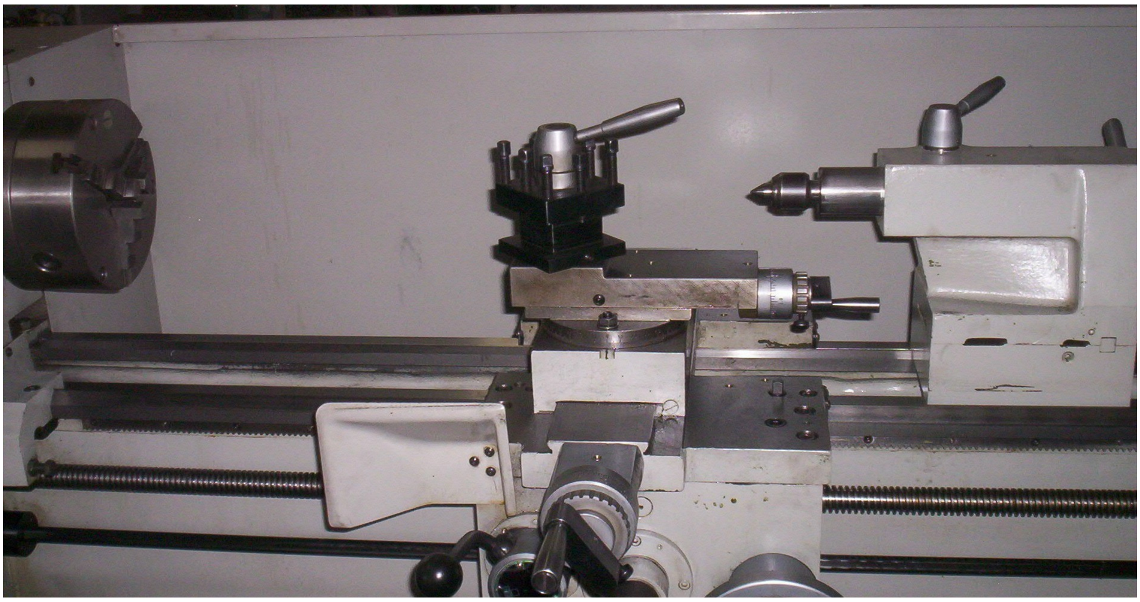


Figura 6:Torno mecânico utilizado para a fabricação dos cilindros metálicos maciços.

Inicialmente,fixou-se a massa de cada cilindro em 1.10^{-3} Kg e o raio em 2.10^{-2} m.
Em seguida,através das densidades das substâncias envolvidas na fabricação[7],calculou-se o comprimento de cada cilindro,viabilizando a sua fabricação.

- **Cilindro 1 :**

Em uma marcenaria,um bloco de madeira foi torneado,produzindo o cilindro.Para um melhor desempenho experimental,optou-se pelo revestimento utilizando-se um cano metálico,e portanto ainda era observado raio e massa inferiores a 2.10^{-2} m e 1.10^{-3} Kg respectivamente.
Em seguida,esse cilindro de madeira foi introduzido no cano metálico,onde tomou-se o cuidado de não haver espaço entre o cilindro e o cano.
Mas,ao se conferir na balança digital a massa após o revestimento,esta ultrapassou o valor esperado.Com isso,considerando-se a distribuição de massa homogênea,calculou-se qual o comprimento ideal desse cilindro para que as condições iniciais fixadas fossem cumpridas.Assim,a parte de interesse foi serrada e armazenada.

- **Cilindro 2:**

Uma barra de ferro foi torneada (fig.6),resultando em um cilindro de $9{,}5.10^{-2}$ Kg,com raio de 1.10^{-2} m .Posteriormente,ele foi introduzido no bloco de isopor,que com a ajuda do estilete,foi cortado e lixado de modo a formar o cilindro de interesse,agora com raio e massa de 2.10^{-2} m e 1.10^{-3} Kg respectivamente.

- **Cilindro 3:**

Agora,realizou-se a construção do último cilindro experimental.Uma outra barra de ferro também necessitou de torneamento (fig.6),resultando novamente em um cilindro de ferro maciço,mas agora com as medidas pré-estabelecidas. Como ele foi construído com apenas um material e de alta densidade se comparado aos outros utilizados,esse cilindro era o que possuía menor comprimento.

- **Plano Inclinado:**

Para a construção do plano inclinado experimental utilizado no lançamento,as seguintes medidas foram respeitadas:

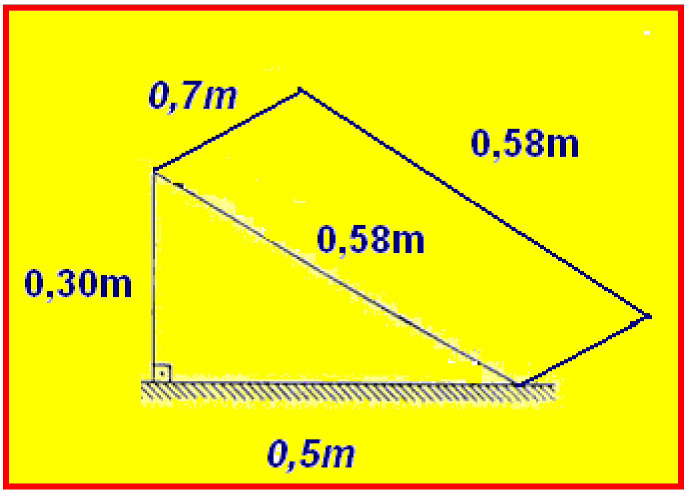


Figura 7:Representação das medidas do plano inclinado construído.

Deve-se salientar que a madeira utilizada na construção não foi polida,para que assim fosse observada a rotação e translação dos cilindros, e não apenas translação.
No interior do plano inclinado,foi confeccionado um pequeno estojo para o armazenamento e conservação dos cilindros após a realização do experimento.

➢ Resultados

Figura 8:cilindros experimentais.

A construção dos cilindros detalhada no item anterior, apresentou pequeno grau de dificuldade,graças ao baixo custo dos materiais,sendo que o cano metálico utilizado para revestimento do cilindro um foi obtido em um depósito de materiais recicláveis.
Alguns cuidados exigiram maior observação,como por exemplo o cálculo das dimensões.O passo inicial foi fixar os valores de massa e raio para que assim,através das densidades[7],os comprimentos pudessem ser obtidos.
Em seguida,a atenção foi sobre a medição da massa de cada cilindro.Como estávamos trabalhando com sólidos,uma mudança nas dimensões para a obtenção do valor previsto não era de fácil execução.Este fato pôde ser observado na fabricação do cilindro um,como já dito anteriormente.
O cilindro de número dois necessitou também de uma atenção especial,pois o isopor usado para o revestimento precisou ser lixado de forma a se conseguir as dimensões exatas,tomando-se o cuidado de não desmanchá-lo.

- Cilindro 1 :

Raio : 2.10^{-2} m Massa :1.10^{-3} Kg Comprimento :$14,3.10^{-2}$ m

- Cilindro 2:

Raio : 2.10^{-2} m Massa :1.10^{-3} Kg Comprimento :$16,0.10^{-2}$ m

- Cilindro 3:

Raio : 2.10^{-2} m Massa :1.10^{-3} Kg Comprimento :$4,0.10^{-2}$ m

Como já salientado,o plano inclinado foi de fácil e rápida execução,pois a exatidão nas medições não foi de caráter decisivo para os resultados experimentais.Ele possuía em suas laterais,pequenas bordas que evitaram qualquer desvio ou possível queda dos cilindros no lançamento.

Figura 9 :plano inclinado experimental.

Assim após realizados alguns lançamentos,o movimento de rotação,a velocidade angular ω,os momento de inércia I e angular L puderam ser ratificados,possibilitando o entendimento desses conceitos envolvidos.

➢ Considerações Finais

Essa realização experimental visou o questionamento de um tema muito presente no cotidiano dos alunos e de extrema importância para o entendimento de fenômenos físicos,mas que erroneamente não é introduzido de forma experimental em sala de aula.Os conceitos de velocidade angular e momento angular são abordados normalmente no segundo grau,portanto não necessitaram de grandes adaptações para a abordagem.Já o conceito de momento de inércia,não consta no conteúdo proposto para esse nível de ensino,fazendo-se necessária a sua simplificação ,atingindo assim um melhor entendimento por parte dos alunos.

Considerando-se os objetos experimentais,a construção apresentou pequeno grau de dificuldade,requerendo maior atenção durante as medições .Já o material utilizado apresentou baixíssimo custo,sendo parte dele encontrada em depósitos de material reciclável ,e se caso houver um interesse maior por parte do aluno , isso possibilitará a construção de um experimento semelhante,instigando o sendo de investigação e incentivando a aprendizagem.

➢ Declaração do Orientador

O trabalho realizado foi excelente, estando de acordo com os princípios educacionais que acredito,ou seja,realizou a fusão entre a Física experimental e teórica ,fato este essencial para a aprendizagem.
Muito obrigado e grande abraço
Dirceu
Data de apresentação: 12 de Novembro de 2008,quarta-feira,das 17 às 20hs.

➢ Referências

- ***[1]- Pesquisa na Internet.Palavra-chave: movimento de rotação por Platão.***

  http://plato.if.usp.br/1-2003/fmt0405d/apostila/helen8/node10.html

Sócrates e Platão

Nascido em 469 a.C., **Sócrates** abraçou muitas das idéias da escola pitagórica, buscando provas da existência de um **plano inteligente** que existiria na construção do Universo. Interessou-se, portanto, menos pelo mundo dos fenômenos naturais, mas pelo mundo das idéias a ele subjacentes. Segundo sua doutrina, o verdadeiro conhecimento humano é essencialmente a herança de uma vida anterior em um mundo imaterial. O ato de ensinar seria, portanto, trazer à tona este conhecimento anterior (*maiêutica socrática*). Não tendo deixado obra escrita, seu pensamento é conhecido por referências, principalmente nos *diálogos* de Platão. **Platão** (427-347 a.C.) compilou e continuou a doutrina de Sócrates, apresentando *grosso modo* premissas semelhantes às dos pitagóricos. Dentre essas idéias, uma que teve longa continuidade na posterior doutrina cristã é a da efemeridade da vida face à perene eternidade. Sem examinar com detalhe as doutrinas de Platão, vamos nos deter num texto específico deste autor, voltado para uma descrição da gênese do Mundo, e alguns de seus ecos na ciência ocidental. É um texto que ganhou mais tarde um grande prestígio, em particular, no Renascimento. Trata-se do diálogo intitulado ***Timeu***. Quase dois mil anos depois, no século XVI, o astrônomo Johannes Kepler embasava uma de suas obras sobre astronomia no texto do *Timeu*, cujo conteúdo é cotejado com o das Sagradas Escrituras : ``*o Timeu ...é ...um pequeno texto sobre o primeiro capítulo do Gênesis, ou do livro I de Moisés, transformando-o em filosofia Pitagórica, como é manifesto a quem o ler com atenção e o comparar constantemente com as próprias palavras de Moisés*." (Kepler, J, *Harmonices Mundi* IV 219 <117>). De acordo com o *Timeu*, o universo (ou mundo), teria sido criado por uma divindade que ``***Isenta ...de inveja****, quis que, na medida do possível, todas as coisas lhe fossem semelhantes*." (*Timeu* 29e). Essa identidade entre o criador e sua criação tem um paralelo no Gênesis judaico-cristão, em que o Homem teria sido feito ``*à **imagem e semelhança***" (*Gênesis* 1,26) do criador, o que constitui provavelmente um dos paralelos entre as obras a que Kepler se refere. Segundo o *Timeu*, o Universo teria sido criado como um ``**animal dotado de alma e de razão**" (*Timeu* 30b). Essa idéia do Universo como um ser vivo terá longa vida no pensamento ocidental. Mencionamos novamente Kepler que, defendendo o modelo de

Copérnico, via a **Terra** não como o centro do Universo, mas como um planeta, com vida própria, afirmou: ``*...o globo da Terra seria um corpo, como o de um animal...*". A Terra possuiria também uma alma - a *Anima Terrae* e mesmo uma ``*respiração*" manifestada nas marés, semelhante à respiração dos peixes. O planeta Terra zoomórfico de Kepler tinha seu ciclo ``respiratório" das marés, associado aos movimentos do Sol e da Lua, o que é considerado por Kepler uma semelhança com um **ser vivo**, claramente inspirado nos textos platônicos. Continuamos a cosmogonia do *Timeu*: O corpo do universo teria a forma perfeita proposta pelos pitagóricos, a **esfera**: ``*Quanto à forma, concedeu-lhe a mais conveniente e natural. Ora, a forma mais conveniente ao animal que deveria conter em si mesmo todos os seres vivos, só poderia ser a que abrangesse todas as formas existentes. Por isso ele torneou o mundo em **forma de esfera** ...*" (*Timeu* 33b) A forma esférica teria virtudes especiais: ``*...por estarem todas suas extremidades a igual distância do centro, a mais perfeita das formas e mais semelhante a si mesma ...*" (*Timeu* 33b)
``...a divindade criou a **alma antes do corpo**, e, quanto à origem, mais velha e excelente do que ele, por estar destinada a **comandar**, e ele, a obedecer." (*Timeu* 34c)
Portanto, conhecer as leis da Natureza seria antes de mais nada, conhecer a **alma do Universo**, construído segundo leis da **harmonia**. Esta alma, à qual o corpo do universo obedece possuiria uma estrutura interna regida por certa numerologia:
``...dividiu-a [a alma] em tantas partes quanto era conveniente haver...Nesta divisão adotou o seguinte critério: inicialmente separou uma parte do conjunto, depois mais outra, o dobro da primeira, e uma terceira uma vez e meia maior do que a segunda e o triplo da terceira; depois a quarta, o dobro da segunda, e a quinta, o triplo da terceira e mais a sexta, o óctuplo da primeira, e por último, a sétima, vinte e sete vezes maior que a primeira." (*Timeu* 35b,c)
Estes números têm íntima relação com leis de harmonia musical identificada pelos pitagóricos como uma manifestação física de uma harmonia subjacente. Estudaremos mais adiante em detalhe este problema da harmonia, ligado à gênese da física ondulatória.
``Concluída a composição da alma, de acordo com a mente de seu autor, organizou dentro dela o universo corpóreo e uniu ambos pelos respectivos centros. Então a alma entretecida em todo céu, do centro à extremidade, e envolvendo-o em círculo por fora, sempre a girar em torno de si mesma, inaugurou para sempre o começo de uma vida perpétua e inteligente. Assim formou-se, de uma parte, o **corpo visível** do céu, e da outra, a **alma invisível**, porém participante de razão e de harmonia, a melhor das coisas criadas pela natureza mais inteligente e eterna." (*Timeu* 36 c)
O universo, de forma esférica, foi colocado em movimento de rotação em torno de si mesmo. Isso corresponderia, astronomicamente, ao movimento diurno de rotação da Terra, que parece a um observador em sua superfície como um constante movimento circular da esfera celeste (v. Dreyer). Eis o nascimento do **tempo** no *Timeu*, associado ao início do movimento dos astros:
``.. o tempo nasceu com o céu, para que havendo sido criados concomitantemente, se dissolvessem juntos caso venham um dia a acabar..." (*Timeu* 38b) ``...e, para que o tempo nascesse, também nasceram a lua e os outros cinco astros denominados errantes ou planetas, para **definir e conservar os números do tempo**." (*Timeu* 38c)

Estas últimas palavras sugerem um Universo à imagem de um gigantesco e **eterno relógio**, cujos ponteiros seriam os próprios astros. De fato, muitos séculos mais tarde (sec. XIV e XV) foram construídos relógios astronômicos como o de Pádua, de Praga e da catedral de Estrasburgo, que reproduzem no seu complexo mostrador os movimentos celestes. Precursores dos nossos relógios, possuem um disco móvel com o Zodíaco, que acompanha o movimento das constelações no céu. Possuem ponteiros com o Sol, a Lua e por vezes, outros ``planetas'', representando um verdadeiro autômato ou **boneco animado do universo**. Confrontando a ``cinemática celeste'' de Platão com nossa própria, podemos dizer que Platão procurou substituir a física pela matemática e não valer-se da matemática para construir a física. A idéia de um universo regido por leis e números, e composto por movimentos circulares servirá, no entanto, como ponto de partida fundamental para a edificação de uma astronomia consistente - o sistema de Ptolomeu - , que alguns séculos mais tarde terminou por ser capaz de prever o movimento dos astros, inclusive o movimento complexo dos planetas, com grande precisão. A ***Academia***, nome de um parque e ginásio desportivo de **Atenas**, onde Platão ministrava seus ensinamentos, tornou-se um dos modelos de instituição de ensino no Ocidente, tendo perdurado por cerca de 900 anos, até ser destruída pelo imperador bizantino Justiniano I, no século VI d.C.

- ***[2] – Pesquisa na Internet.Palavra-chave : Escola de Platão.***

  http://cosmosevida.blogspot.com/2008_04_01_archive.html

COSMOS E VIDA
SONHEI EM TER UM ESPAÇO PARA ESCREVER SOBRE A VIDA ,O PASSADO E AS CRENÇAS QUE IMPULSIONARAM A VIDA HUMANA A CRENÇA LEVA O HOMEM À PESQUISA CIENTÍFICA COMO MEIO DE PROVAR ATÉ O IMPROVÁVEL? O QUE MAIS FASCINA O HOMEM É O UNIVERSO É A PROCURA DE RESPOSTAS DE ONDE VIEMOS E PARA ONDE VAMOS?COMO FOI O PRINCÍPIO? FOI PENSANDO NESTAS QUESTÕES QUE POSTAREI NESTE BLOG PESQUISDAS E ESTUDOS FEITOS SOBRE ESTAS QUESTÕES QUE ENVOLVE A VIDA E O COSMOS.

CRENÇA: A TRINDADE

No prefácio do livro Hitory of Cristianity,de Edward Gibon,diz:

"Se o paganismo foi conquistado pelocristinismo é igualmente verdade que o cristianismo foi corrompido pelo paganismo.O puro deísmo dos
primeiros cristãos..foi mudado, pela igreja
de Roma para o incompreensível dogma da
TRINDADE.Muitosdogmas pagãos inventados
pelos egípcios e idealizado por PLATÃO,foram retidos como sendo dignos de crença.

Escola de Platão

O dicionário do Conhecimento Religioso menciona que muitos dizem que a TRINDADE"é a corrupção
emprestada de religiões
pagãs e enxertada na fé cristã".
E "O Paganismo
no Nosso Cristianismo,declara:"
"A origem da TRINDADE é inteiramente pagâ.

- *[3] - **Silva,Dirceu-O ensino construtivista da velocidade angular,São Paulo-Faculdade de Educação, 1990.Apêndice A.***
- *[4] - **Paul A. Tipler – Física Volume 1- Capítulo 9***
- *[5] – **Grupos de estudos em tecnologia em ensino de Física-Física:auto instrutivo:texto programado para o segundo grau,São Paulo,Saraiva,1975***

- ***[6]- Pesquisa na Internet.Palavra-chave : Momento de inércia e momento angular.***

  http://www.e-escola.pt/topico.asp?id=102&ordem=1

Momento angular Avançado

Publicado em 27/04/2004

Designa-se o termo escalar, $m \cdot r^2$, por momento de inércia do corpo e designa-se essa quantidade por I:

$I = m.r^2$

É importante entender o conceito de momento de inércia nos movimentos de rotação. Por exemplo, quando se roda um volante, todos os seus pontos têm movimento circular e o volante tem uma velocidade angular e um momento angular determinados. Verificamos que a inércia do volante (entenda-se dificuldade ou força necessária para pôr o volante a rodar com certa velocidade angular) é tanto maior quanto maior for o seu raio, supondo que a sua massa se mantém constante. Se tivermos dois anéis com mesma massa distribuída uniformemente (ou homogéneos) mas de raio diferente, o que tem um raio maior oferece uma maior resistência ao movimento do que o outro anel.

Imaginemos agora duas rodas que têm a mesma massa e o mesmo raio, mas em que existe uma diferença fundamental para esta discussão: a primeira roda é um disco homogéneo enquanto a segunda roda é um anel cilíndrico homogéneo.

A primeira roda tem uma inércia e, por conseguinte, um momento de inércia, $I = m.d^2$, menores que a inércia e o momento de inércia $I' = m.d'^2$, respectivamente, da segunda roda.

Porquê?

E o que acontece quando se largam essas duas rodas numa superfície inclinada? Qual das duas desce primeiro uma determinada altura h?

Por conseguinte, se o corpo com movimento circular estiver longe do eixo de rotação, o momento angular será maior (é proporcional ao quadrado da distância) e reciprocamente e, se a massa aumentar ou diminuir, o momento angular aumenta e diminui em igual proporção (ou linearmente).

Ficamos com:

$\vec{L} = I \cdot \vec{w}$

ou seja, quanto maior for a velocidade angular (ou velocidade de rotação do corpo), maior também será o momento angular. Vemos, mais uma vez, que o vector momento angular tem a mesma direção e sentido que o vector velocidade angular. Correntemente, também se designa a quantidade de movimento por momento linear estando assim estabelecida a analogia entre a descrição ou caracterização da dinâmica de um corpo ou de um sistema de corpos e a descrição da rotação desse corpo ou sistema. Olhando para as expressões do momento linear e do momento angular, vemos que são idênticas se substituirmos a massa e a velocidade linear na primeira pelo momento de inércia e a velocidade angular.Tomemos agora a derivada do momento angular:

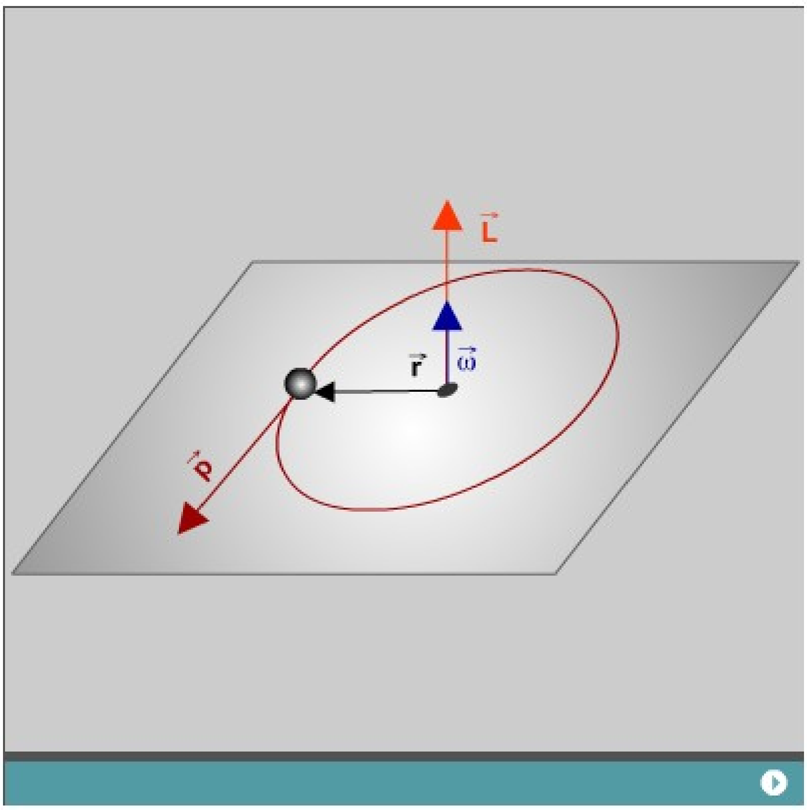
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Sabemos que $d\vec{r}/dt = \vec{v}$ e que $\vec{p}$ é sempre paralelo à velocidade. O primeiro termo fica então:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} = \vec{v} \times \vec{p} = m \cdot (\vec{v} \times \vec{v}) = 0$$

Por outro lado, $d\vec{p}/dt = \vec{F}$ e ficamos com:

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$ Ora $\vec{r} \times \vec{F}$ é o [momento da força, *M*, ou torque]().



Podemos estabelecer novamente um paralelo formal, entre esta equação e a que relaciona a força e a quantidade de movimento: $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ e, também, entre a conservação do momento angular e a do momento linear em sistemas pseudo-isolados.

- ***[7] – Pesquisa na Internet.Palavra – chave:tabela de densidade de materiais.***

  http://br.geocities.com/saladefisica/medidas/densidade.htm

Sala de Física

DENSIDADE

Elementos simples a 20°C

elemento	símbolo	d (kg/m^3)	elemento	símbolo	d (kg/m^3)
Alumínio	Al	2 700	Magnésio	Mg	1 740
Antimônio	Sb	6 600	Manganês	Mn	7 400
Prata	Ag	10 500	Mercúrio	Hg	13 600 (liq.)
Bismuto	Bi	9 800	Níquel	Ni	8 800
Cádmio	Cd	8 600	Ouro	Au	19 300
Cálcio	Ca	1 540	Platina	Pt	21 400
Carbono (diamt)	C	3 500	Potássio	K	870
Carbono (grafita)	C	2 270	Chumbo	Pb	11 340
Césio	Cs	1 870	Silício	Si	2 400
Cobalto	Co	8 700	Sódio	Na	970
Cobre	Cu	8 890	Enxofre	S	2 000
Estanho	Sn	7 300	Tântalo	Ta	16 600
Ferro	Fe	7 900	Tungstênio	W	18 900
Germânio	Ge	2 270	Zinco	Zn	7 100

Substâncias comuns a 20°C

d (kg/m^3)		d (kg/m^3)	
Aço	7 830	Mercúrio	13 600
Bronze	8 740	Quartzo	2 670
Latão	8 600	Vidro comum	2 600
Invar	8 000	Glicerina	1 260
Mica	2 900	Acetona	792
Cortiça	220	Etanol	791
Parafina	900	Benzeno	899
Ébano	1 200	Clorofôrmio	1 490
Celulóide	1 400	Água	1 000 a 4°C
Ebonite	1 150	Éter	736

Gases comuns a 20°C e sob pressão atmosférica normal

d (g/L)		d (g/L)	
Ar	1,293	Hélio	0,179
Diazoto	1,251	Metano	0,717
Dihidrogênio	0,090	Metilpropano	2,673
Dióxido de carbono	1,977	Propano	2,009
Dioxigênio	1,429		

[8] –Pesquisa na Internet .Palavra –chave:Momento de Inércia.

"http://pt.wikipedia.org/wiki/Momento_de_in%C3%A9rcia"

Momento de inércia

Em Mecânica, o **momento de inércia** mede a distribuição da massa de um corpo em torno de um eixo de rotação.Quanto maior for o momento de inércia de um corpo, mais difícil será fazê-lo girar. Contribui mais para a elevação do momento de inércia a porção de massa que está afastada do eixo de giro. Um eixo girante fino e comprido, com a mesma massa de um disco que gira em relação ao seu centro, terá um momento de inércia menor que este. Sua unidade de medida, no SI, é quilograma vezes metro ao quadrado ($kg \cdot m^2$).

Cálculo

Por definição, o momento de inércia de uma partícula de massa e que gira em torno de um eixo, a uma distância dele, é

$J = mr2$

Se um corpo é constituído de *n* massas pontuais (partículas), seu momento de inércia total é igual à soma dos momentos de inércia de cada massa:

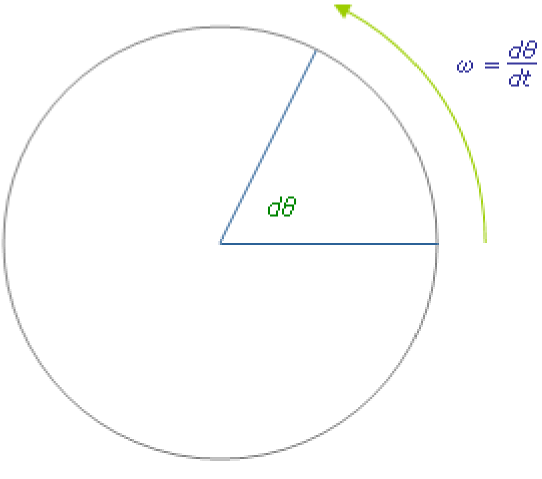
onde *mi* é a massa de cada partícula, e *ri* é a sua distância ao eixo de rotação.

Para um corpo rígido, podemos transformar essa somatória numa integral, integrando para todo o corpo o produto da massa em cada ponto pelo quadrado da distância até o eixo de rotação:
Há vários valores conhecidos para o momento de inércia de certos tipos de corpos rígidos. Alguns exemplos (assumindo distribuição uniforme de massa):
• Para um cilindro maciço de massa *M* e raio da base *R*, em torno de um eixo paralelo à geratriz e passando por seu centro:
• Para uma esfera maciça de massa *M* e raio *R*, em torno de seu centro:
• Para um anel cilíndrico de massa *M* e raio *R*, em torno de um eixo paralelo à geratriz e passando por seu centro:
• Para uma barra DELGADA, com largura tendendo a 0 e comprimento *L*, em torno de um paralelo à geratriz e passando por seu centro.

- ***[9]-Pesquisa na Internet.Palavra-chave: Velocidade angular.***

  http://pt.wikipedia.org/wiki/Velocidade_angular"

Velocidade angular



A velocidade angular descreve a velocidade de uma rotação. A direção do vetor velocidade angular será ao redor do eixo de rotação neste caso, em sentido anti-horário.

A **velocidade angular** de uma partícula ou de um corpo rígido descreve a taxa com que a sua orientação muda. Ela é analoga à velocidade translatorial, e é definida nos termos da derivação da orientação com respeito ao tempo, assim como a velocidade translatorial é a derivação da posição em função do tempo. Costuma-se introduzir o conceito de velocidade se definindo primeiramente a velocidade média como sendo o deslocamento dividido pelo tempo. Neste ponto a analogia com a velocidade angular não é de grande utilidade pois, por exemplo, caso um corpo esteja rodando a uma velocidade angular constante de uma revolução por minuto, ao fim de um periodo de um minuto a 'velocidade angular média' do corpo seria de zero, pois a orientação é exatemente a mesma que a do início do período de tempo ao final de uma rotação.

Mais precisamente, se $A(t)$ é a transformação ortogonal linear especial que descreve a orientação, a *velocidade angular* é definida como $A(t)^{-1}\frac{d}{dt}A(t)$. Disso segue que a velocidade angular é uma transformançao skew-adjoint linear. É útil restringir a atenção a duas ou três dimensões e representar a álgebra de Lie tridimensional das tranformações lineares skew-adjoint para $V_3(\mathbf{R})$ por $\mathbf{R}^3$. O comutador, que é o produto da álgebra de Lie, é representado pelo produto vetorial em $\mathbf{R}^3$. O resto deste artigo possui sua discussão utilizando este estilo.

Vetor Velocidade Angular

A **velocidade angular média** é um vetor com uma quantidade física que representa o processo de rotação (mudança de orientação) que ocorre em um instante de tempo. Para um corpo rígido se suplementa a velocidade translatorial do centro de massa para se descrever seu movimento completo. Ela é comumente representada pelo símbolo ômega (**Ω** ou **ω**). A magnitude da velocidade angular é a frequência angular, representada por ω. A linha de direção da velocidade angular é dada pelo eixo de rotação, e a regra da mão direita indica a direção positiva, da seguinte forma:

> Se você enrolar os dedos de sua mão direita seguindo a direção da rotação, então a direção da velocidade angular é indicada pelo seu polegar direito.

Nas unidades do SI, a velocidade angular é medida em radianos por segundo (rad/s), apesar de uma direção ter que ser especificada. As dimensões da velocidade angular são T^{-1}, pois os radianos são adimensionais.

Para qualquer partícula de um corpo em movimento ou rotação temos:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_t + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)$$

onde

- $\mathbf{v}$ é a velocidade total da partícula
- $\mathbf{v}_t$ é a velocidade traslacional
- $\mathbf{r}$ é a posição da partícula
- $\mathbf{r}_c$ é a posição do centro do corpo.

Para descrever o movimento, o "centro" pode ser qualquer partícula ou ponto imaginário do corpo que esteja rigidamente conectado ao mesmo (o vetor de translação depende desta escolha), porém tipicamente o centro de massa é utilizado, pois esta escolha simplifica algumas fórmulas.

Quanto o produto vetorial pe escrito sobre a forma de uma matriz, nós temos um matriz anti-simétrica com zeros na diagonal principal e componentes positivos e negativos da velocidade angular como os outros elementos.

Com uma aceleração angular constante, a velocidade angular obedece às equações de movimento rotacional, equivalentes às equações de movimento sobre uma aceleração linear constante.

A frequência angular é também utilizada no lugar da frequência comum em situações que não envolvem rotação, especialmente na eletrônica, pois elas geram senóides e varias equações que são obtidas através de cálculos em senóides simples. (ωt ao invés de 2πft). O caso do movimento não-circular

Se o movimento de partículo é descrito por uma função com um valor-*vetor de posição* **r**(*t*), com respeito a uma origem fixa, então o vetor velocidade angular é dado por:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}}{|\mathbf{r}|^2} \qquad (1)$$

onde :$\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t)$ é o vetor velocidade linear.

A equação (1) é aplicável a movimentos não-circulares, tais como órbitas elípticas.

Derivação

O vetor **v** pode ser representado com um par de componentes: $\mathbf{v}_\perp$ que é perpendicular a **r**, e $\mathbf{v}_\|$que é paralelo a **r**. O movimento do componente paralelo é completamente linear e não produz nenhuma rotação da partícula (com relação à origem), então para o propósito de encontrar a velocidade angular este pode ser ignorado. I movimento da componente perpendicular é completamente circular, pois este é perpendicular ao vetor radial, como qualquer tangente em um ponto de um círculo.

A componente perpendicular possui a magnitude

$$|\mathbf{v}_\perp| = \frac{|\mathbf{r} \times \mathbf{v}|}{|\mathbf{r}|} \qquad (2)$$

aonde o vetor $\mathbf{r} \times \mathbf{v}$representa a área do palalerogramo cujos dois dos lados são os vetores **r** e **v**. Dividindo esta área pela magnitude de **r** temos a altura deste paralelogramo entre **r** e o lado do paralelogramo paralelo a **r**. Esta altura é igual componente **v**, que é perpendicular a **r**.

No caso de um movimento puramente circular, a velocidade angular é igual à velocidade linear dividida pelo raio. No caso de um movimento generalizado, a velocidade linear é substituída pela componente perpendicular a **r**, temos.

$$\omega = \frac{|\mathbf{v}_\perp|}{|\mathbf{r}|} \qquad (3)$$

portanto, comocando as equações (2) e (3) juntas chegamos a

$$\omega = \frac{|\mathbf{r} \times \mathbf{v}|}{|\mathbf{r}|^2} = |\boldsymbol{\omega}|. \qquad (4)$$

A equação (4) nos dá a magnitude do vetor velocidade angular. A direção deste vetor é dada por sua versão normalizada:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}}{|\mathbf{r} \times \mathbf{v}|}. \qquad (5)$$

Então o vetor velocidade angular completo é dado quando juntamos sua magnitude e sua direção:

$$\boldsymbol{\omega} = \omega \hat{\boldsymbol{\omega}}$$

que, devido às equações (4) e (5), é igual a

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}}{|\mathbf{r}|^2},$$

que foi demonstrada anteriormente.

- ***[10] – Pesquisa na Internet.Palavra-chave : Momento angular.***

http://efisica.if.usp.br/mecanica/universitario/momento_angular/mom_angular/

Momento angular

O momento angular, L, é uma grandeza física muito importante, especialmente em se tratando de rotações, mas cuja definição é um tanto quanto abstrata. Ela é definida como o produto vetorial do vetor posição e do vetor quantidade de movimento.
L = r x p
Vê-se que L é um vetor perpendicular a r e a p e, por isso, na maioria das vezes, ela acaba levando a dificuldades de visualização. No entanto, é uma quantidade física fundamental e importante no estudo da rotação de um corpo.
A quantidade de movimento de um corpo pode ser nula (o que significa que ele não está em movimento de translação) e ainda assim ter momento angular total diferente de zero.
O momento angular total está para o movimento de rotação assim como a quantidade de movimento total está para o movimento de translação.
Como p = mv, e usando expressão ,V =ω x r podemos escrever o momento angular em termos de velocidade angular, como
L=r x (ω) x r.
Para um sistema de partículas, definimos o momento angular total como a soma dos momentos angulares de cada uma das partículas. Para um sistema de N partículas, temos:

L_{total}. = L1 + L2 +.....+Ln
L_{total} =r1 x p1 + r2 x p2 + ...+ rn x pn

Um corpo em rotação tem um valor definido para o momento angular. Pode-se, portanto, dizer que, se o corpo está em rotação, ele tem momento angular e vice-versa.