



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN - IFGW
Instrumentação para Ensino – F 809

O análogo mecânico da Lei de Ohm

Autor: Leandro F. S. Bufaiçal

Orientador: Carlos Giles

Campinas 10 de Junho de 2004-06-14

Introdução:

Os metais ocupam uma posição especial no estudo dos sólidos por possuírem várias propriedades especiais que outros materiais não têm, além de serem aproximadamente dois terços dos elementos da natureza.

As propriedades elétricas dos materiais são sem dúvida uma consequência importante de suas características microscópicas e por isso elas são, em muitos casos, utilizadas como critério de quantificação para defeitos estruturais presentes em materiais condutores.

O modelo matemático mais simples que conecta as características microscópicas com a condutividade elétrica é o modelo de Drude e, neste projeto, iremos obter um análogo mecânico deste modelo.

O modelo de Drude:

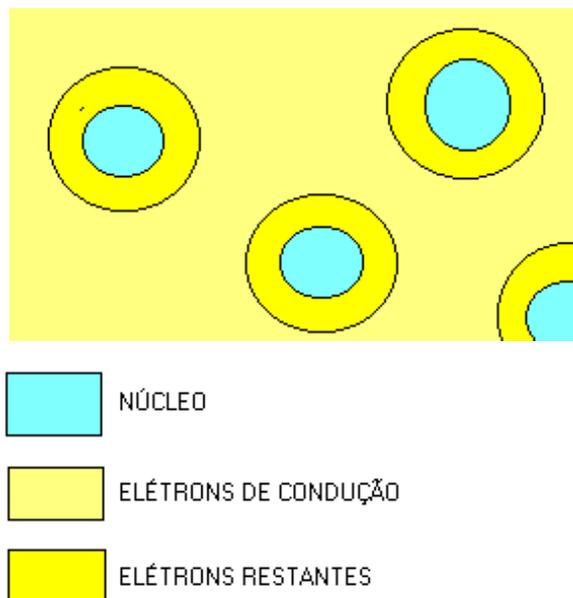
A descoberta do elétron por J. J. Thomson em 1897 teve um grande e imediato impacto nas teorias da estrutura da matéria e sugeriam um mecanismo óbvio para a condução de metais. Apenas três anos após a descoberta de Thomson, Drude construiu sua teoria para a condução elétrica aplicando a teoria cinética dos gases aos metais, considerados como um gás de elétrons.

Na sua forma mais simples a teoria dos gases trata as moléculas de um gás como esferas sólidas idênticas, que se movem em linha reta até colidirem com outra molécula. Assume-se neste modelo que não há forças de interação entre as moléculas no período entre uma e outra colisão.

Embora haja apenas um tipo de partícula presente nos gases mais simples, nos metais deve haver no mínimo dois tipos: os elétrons negativamente carregados e os núcleos positivamente carregados e que são também bem mais pesados que os elétrons, sendo por isso considerados como partículas imóveis.

No modelo de Drude iremos considerar que quando os átomos de um elemento metálico se unem para formar um metal, os elétrons de valência são livres para circular pelo

metal enquanto o íon pesado (núcleo e elétrons restantes) permanece imóvel. Este modelo está representado na *Figura 1*.

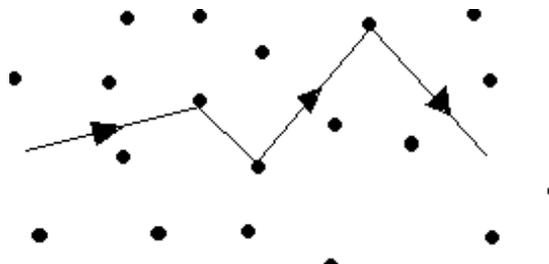


Um átomo isolado tem um núcleo cuja carga é $e \cdot Z_a$, onde ' Z_a ' é o número atômico e " e " é a carga de um elétron:

$$e^- = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Ao redor do núcleo há Z_a elétrons de carga total $-(e^- \cdot Z_a)$. Uma fração Z destes são fracamente ligados ao núcleo e por isso, quando os átomos se unem para formar o metal, esses elétrons de valência podem se transferir para átomos vizinhos. Neste contexto eles são chamados elétrons de condução.

Drude aplicou a teoria cinética dos gases aos elétrons de condução, que se movem num percurso cheio de íons imóveis. A **Figura 2** ilustra o modelo:



A simplicidade do modelo de Drude exige algumas simplificações:

- 1) Não há interação elétron - elétron ou elétron - íon entre colisões. A interação só se manifesta durante a colisão e fora desta os portadores interagem somente com o campo elétrico aplicado.
- 2) As colisões ocorrem abruptamente e os íons positivos, chamados centros espalhadores, não se movem.
- 3) Após cada colisão, o elétron emerge do centro espalhador em qualquer direção.

A lei de Ohm:

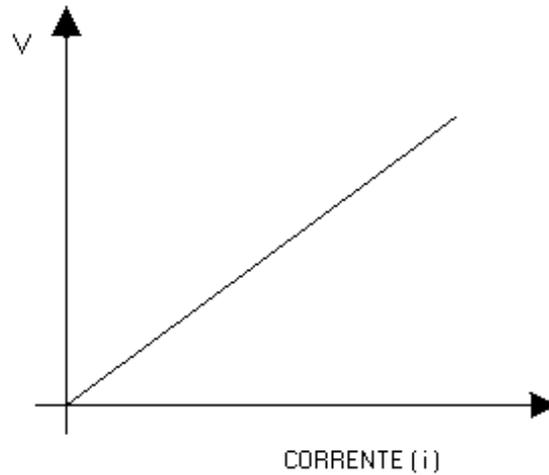
De acordo com a variação da corrente num condutor com um campo elétrico aplicado num condutor, ele pode ser ôhmico ou não - ôhmico. Os materiais ôhmicos obedecem a seguinte relação:

$$V = R \cdot i$$

Onde V é a diferença de potencial elétrico aplicada nas extremidades do condutor, i é a corrente que passa por ele e R é a resistência elétrica do metal, dependendo esta de suas características como largura, comprimento e também do elemento que constitui o metal. Essa relação é a conhecida Lei de Ohm.

Pelo modelo de Drude, os elétrons de valência são vistos como um gás eletrônico e os íons que contêm os núcleos são vistos como centros espalhadores fixos.

Um gráfico de V vs i para um metal ôhmico terá a seguinte forma:



Onde o coeficiente angular da reta é a resistência R do metal.

Resistência

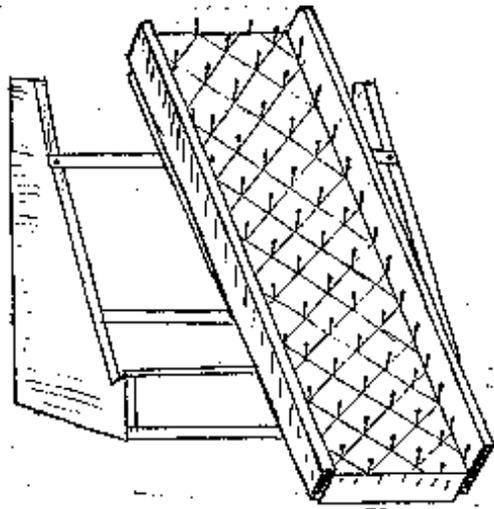
No modelo de Drude a resistência obedece a seguinte equação:

$$R = \rho * L / A$$

Onde ρ é a resistividade característica do material que forma o resistor, L é o comprimento e A é a área da seção reta deste.

O análogo mecânico:

Nosso intuito neste projeto é mostrar que existe uma situação macroscópica de fácil construção que simula com relativa fidelidade a situação microscópica do modelo de Drude, permitindo a realização de uma analogia com a Lei de Ohm. Para tanto, utilizaremos uma tábua na qual colocam-se pregos distribuídos segundo uma rede pré-estabelecida:

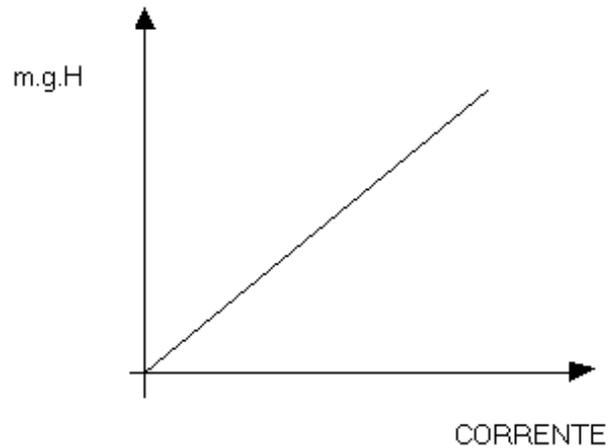


Se esta tábua é inclinada, criando uma diferença de potencial gravitacional entre seus extremos, uma bolinha, de massa m , deixada no seu extremo superior, rola plano abaixo, sofrendo no caminho colisões com os pregos e sendo acelerada pelo campo gravitacional entre colisões.

A situação é portanto bem parecida com o modelo de Drude para condução elétrica e assim podemos dizer que é um análogo mecânico ao caso elétrico. O equivalente da diferença de potencial elétrico agora é a energia potencial gravitacional $m \cdot g \cdot H$ da bolinha no extremo superior da tábua. A corrente é representada pelo fluxo de bolinhas e, como será largada uma bolinha por vez, que levará um tempo t para chegar ao chão, teremos que a corrente será $1/t$. Assim:

$$m \cdot g \cdot H = R \cdot 1/t$$

Um gráfico $m \cdot g \cdot H$ vs $1/t$ fornece portanto uma reta cujo coeficiente angular é R , a resistência mecânica do sistema:



Material utilizado:

Para caracterizar que a resistência depende das características do material, construímos três diferentes tábuas, variando o comprimento e a densidade de pregos:

Tábua 1:

Comprimento: 40 cm;

Largura: 18 cm;

Densidade de pregos: $d = 0,12$ prego/cm²;

Tábua 2:

Comprimento: 50 cm;

Largura: 18 cm;

Densidade de pregos: $d = 0,12$ prego/cm²;

Tábua 3:

Comprimento: 60 cm ;

Largura: 18 cm;

Densidade de pregos: $d = 0,12$ prego/cm²;

Tábua 4:

Comprimento: 75 cm;

Largura: 18 cm;

Densidade de pregos: $d = 0,12$ prego/cm²;

Tábua 5:

Comprimento: 50 cm;

Largura: 18 cm;

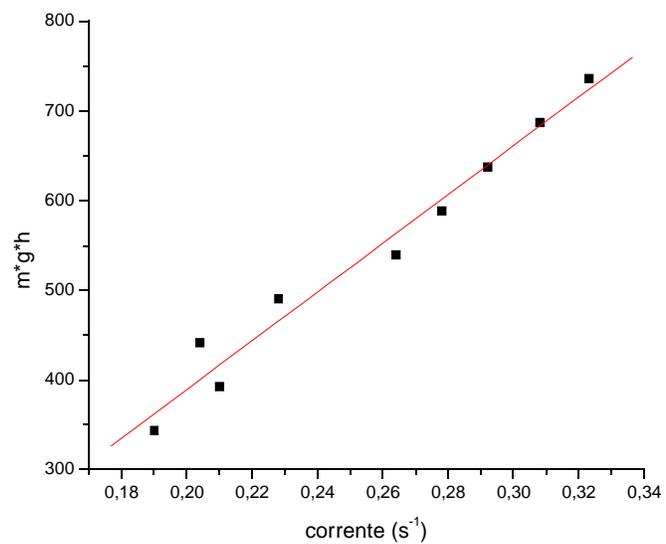
Densidade de pregos: $d = 0,08$ prego/cm².

Para cada tábua, soltamos uma bolinha de vidro (*“bolinha de gude”*), de dois centímetros de diâmetro, do extremo superior da tábua para diferentes alturas H e medimos os respectivos tempos de queda. Fizemos então gráficos $m \cdot g \cdot H$ vs $1/t$ para encontrarmos a resistência de cada tábua medindo o coeficiente angular de cada gráfico.

É importante salientar que para cada altura H deve-se repetir várias vezes o experimento, obtendo-se a média e o desvio padrão.

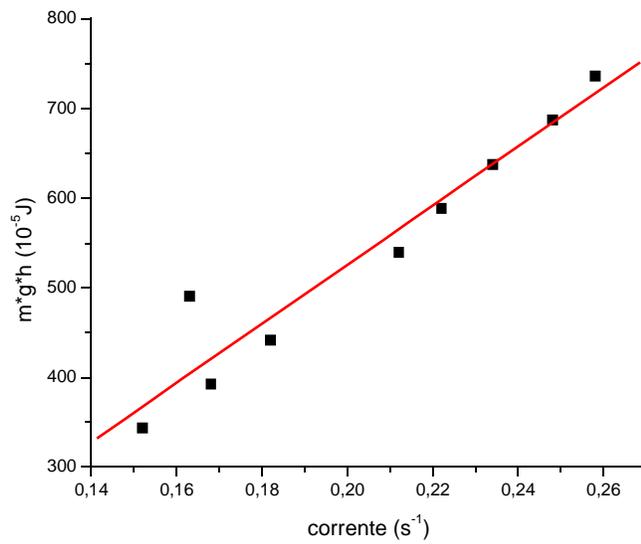
Dados experimentais:

Variamos a inclinação de cada tábua de onze alturas diferentes e, para cada altura H , soltamos a bolinha por dez vezes e tiramos a média da corrente $1/t$. Os gráficos da diferença de potencial mecânica vs corrente para cada tábua estão mostrados a seguir:

Tábua 1:

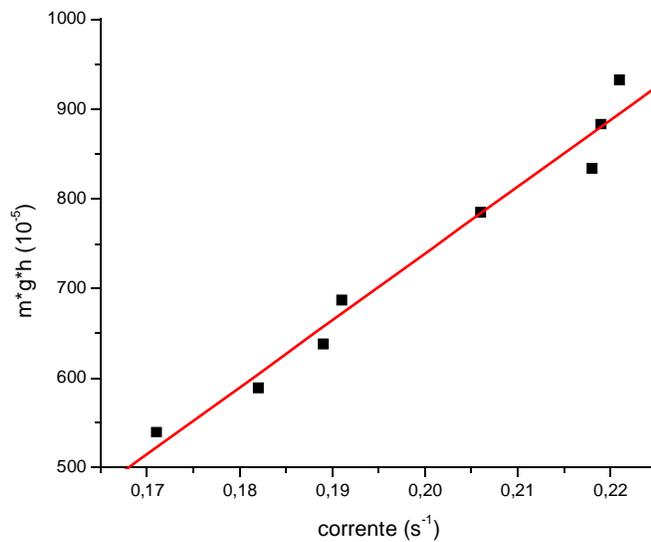
A partir do gráfico obtivemos que a resistência mecânica da **Tábua 1** é:

$$R = 2719,80$$

Tábua 2:

Obtivemos a seguinte resistência mecânica:

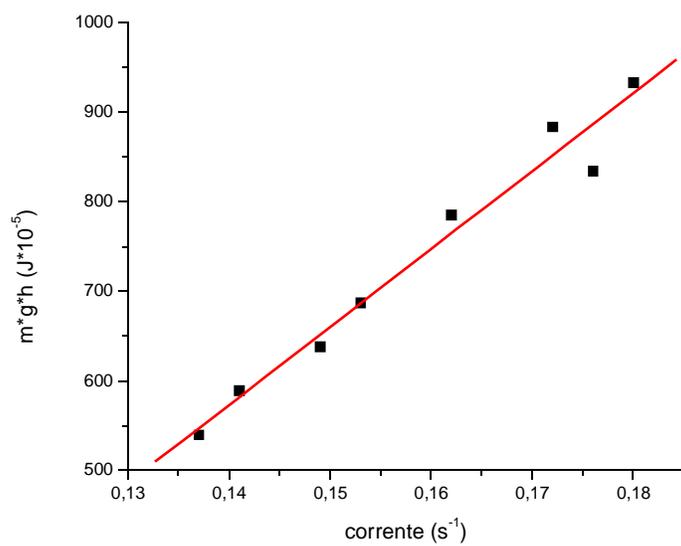
$$R = 3600,20$$

Tábua 3:

A resistência da tábua é:

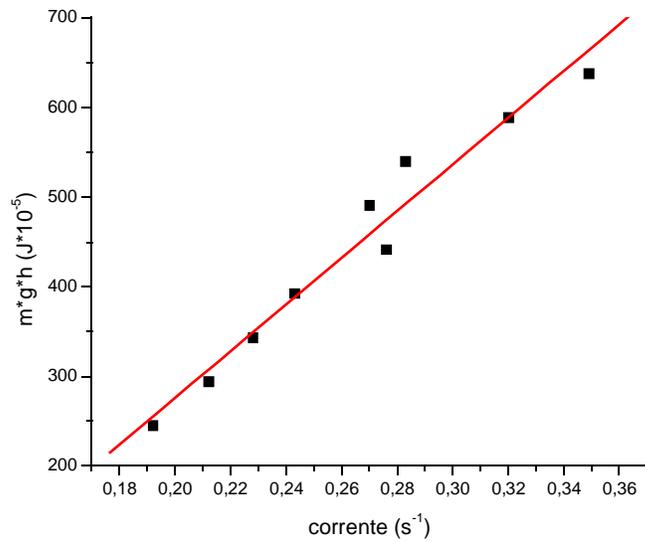
$$R = 7458,59$$

Tábua 4:



A resistência desta tábua é:

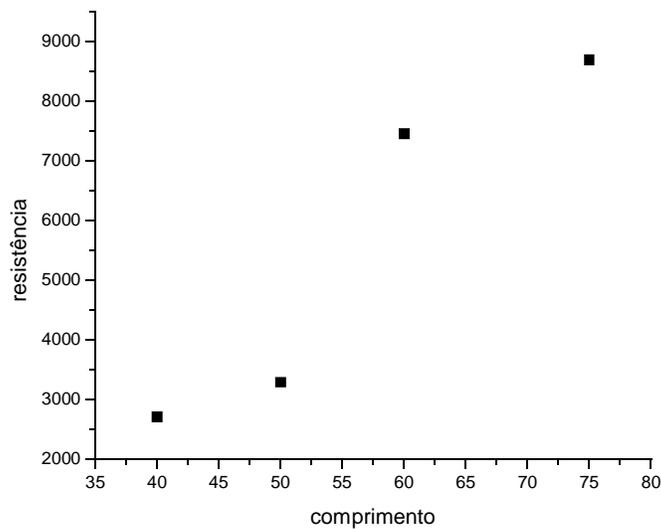
$$R = 8698,24$$

Tábua 5:

Esta tábua possui a seguinte resistência:

$$R = 2604,98$$

A partir dos resultados obtidos em cada tábua tentamos confirmar a equação da resistência do modelo de Drude construindo o gráfico da resistência em função do comprimento:



Interpretação dos dados:

A partir dos gráficos vemos que a energia potencial $m \cdot g \cdot H$ varia linearmente em função da corrente $1/t$. O coeficiente angular de cada reta nos fornece então a resistência mecânica de cada tábua.

A **Tábua 5** possui menor resistência. Este resultado já era esperado pois sua densidade de pregos é a menor. Já nas tábuas com diferentes comprimentos a resistência aumenta a medida que o comprimento aumenta. Vemos então que a resistência varia com o comprimento e com a densidade do sistema. Apesar disto, a variação da resistência em função do comprimento não é linear. Este resultado inesperado indica que o modelo mecânico não obedece o modelo de Drude nesse caso.

Conclusão:

Nosso propósito de obter um análogo mecânico à lei de Ohm foi alcançado com sucesso. Conseguimos mostrar que a energia potencial varia linearmente em função da corrente e que a resistência é característica de cada material.

Obtivemos também que o modelo de Drude não é totalmente adequado para explicar caso mecânico, uma vez que este não obedece o modelo em questão no que diz respeito à variação da resistência em função do comprimento do material.

A experiência é muito simples de ser realizada e ao mesmo tempo muito interessante, permitindo demonstrar importantes conceitos relacionados ao tema.