



## F 809 – Instrumentação para Ensino

**Projeto:** Reflexão Interna Total Frustrada ou Penetração de Barreira Óptica

**Aluno:** Márcia Regina Moreira Leão

**Orientador:** Orlando Peres

### Introdução

A teoria eletromagnética clássica prediz que um feixe de luz que incide com um ângulo  $\theta$  na interface de dois meios será parcialmente refletido e parcialmente transmitido. Agora se indo de um meio com índice de refração maior para um meio com índice de refração menor, incide com ângulo maior que um certo ângulo crítico, observa-se uma reflexão total, o feixe incidente, classicamente, não atravessa a interface, que funciona como uma barreira.

Se introduzirmos um terceiro meio, bem próximo do primeiro deixando o segundo como uma fenda, é possível observar a transmissão da luz através do segundo meio. Esse fenômeno é chamado de Reflexão Interna Total Frustrada ou Penetração de Barreira Óptica. Isto mostra a existência de ondas óticas evanescentes, fenômeno que foi primeiramente demonstrado por Sir Isaac Newton e seu livro Óptica.

Usando eletrodinâmica clássica podemos encontrar essa transmissão em função do ângulo de incidência, espessura da fenda, comprimento de onda da luz incidente e índice de refração do meio em que incide. Podemos também fazer um paralelo com os conceitos de tunelamento em uma barreira de potencial retangular aprendidos em mecânica quântica visto que a dependência funcional da transmissão na interface pode ser comparada à encontrada para o tunelamento quântico.

Neste projeto temos como objetivo tornar claros os conceitos de refração em interfaces de 2 meios e de transmissão, bem como demonstrar o fenômeno de tunelamento.

Inicialmente veremos como Isaac Newton interpretou o fenômeno de reflexão total e de penetração de barreira óptica.

### As Observações de Newton

Newton inicialmente acreditava na teoria corpuscular da luz que diz que um raio de luz é refletido por um corpo, como o vidro, quando incide sobre as partes sólidas deste, e é transmitida quando este raio atinge um poro atravessando o corpo. Chegou até mesmo a discorrer sobre a densidade dos corpos por terem mais ou menos quantidades de poros.

Em seu livro Óptica[10], Newton faz observações que o levam a questionar esta teoria dizendo que a causa da reflexão não era o choque da luz com as partes sólidas ou impenetráveis dos corpos mas sim uma força que agindo à distância atraía as partículas de luz que formam o raio de luz mudando sua direção, assemelhando-se a uma força atrativa entre os corpos.

*“...Os raios de luz, ao saírem do vidro para o vácuo, curvam-se em direção ao vidro; e, se incidem muito obliquamente sobre o vácuo, tornam a curvar-se para dentro do vidro e são totalmente refletidos;...”*

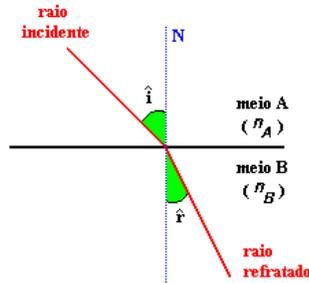
Essa foi a forma que Newton encontrou para explicar a reflexão total, que ocorreria devido à atração do vidro que traria o raio de luz de volta quando este tentasse sair para o vácuo. Agora se

colocarmos um segundo vidro de forma que não se toquem, mas fique um filme de ar entre eles, este vidro irá atrair a luz fazendo com que ela seja transmitida.

“...Pois a luz que incide sobre a superfície mais distante do primeiro vidro no lugar onde o intervalo entre os vidros não é superior à milionésima parte de uma polegada atravessará essa superfície, e o ar ou vácuo entre os vidros, e entrará no segundo vidro,...”.

## A Reflexão Total

Um feixe de luz que se propaga no vidro, por exemplo, atinge a fronteira com o ar. Essa luz que passa para o ar gera um feixe refratado. Esse feixe forma um ângulo maior que o ângulo incidente em relação à normal. Esse é um feixe transmitido.



Se aumentarmos o ângulo de incidência, o feixe refratado se afastará mais da normal. Aumentando mais o ângulo de incidência, chegará a um ponto em que o feixe refratado será quase paralelo à superfície. Aumentando ainda mais o ângulo de incidência, o feixe refratado desaparece e toda a luz passa a ser refletida. Esse fenômeno chama-se *reflexão total*.

Para que a reflexão total ocorra, são necessárias as seguintes condições:

- A luz deve provir do meio denso para o meio menos denso.
- O ângulo de incidência deve ser maior que um determinado valor, chamado ângulo-limite de refração ou ângulo crítico.

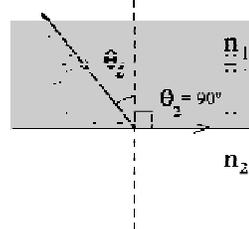
Pode-se escrever uma relação entre os índices de refração dos dois meios e os ângulos de incidência,  $\theta_i$ , e de refração,  $\theta_r$ , chamada de Lei de Snell, dada por:

$$n_i \text{ sen } \theta_i = n_r \text{ sen } \theta_r$$

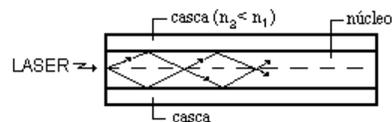
Quando tem-se reflexão total,  $\theta_r$ , passa a ser  $90^\circ$  então temos:

$$\text{sen } \theta_c = \frac{n_r}{n_i},$$

onde  $\theta_c$  é o ângulo limite para que esse fenômeno ocorra.



Este processo é extensamente utilizado em aplicações práticas como a transmissão de luz através de fibras ópticas, e dispositivos ópticos que usam prismas de reflexão total como um sensor de chuva.



Fibra óptica

## Onda evanescente

O feixe de luz ao atingir a fronteira do vidro com o ar, antes de se refletir, penetra no ar a até uma distância da ordem do comprimento de onda,  $\lambda$ , da onda de que é formado. Sua amplitude decresce em função da distância de penetração como uma exponencial. Sua direção de propagação na fenda é paralela à superfície. Essa é a chamada onda evanescente. È devido a esse fenômeno que ocorre a penetração de barreira ótica. Iremos demonstrar esse fenômeno introduzindo um terceiro meio a uma distância  $d$  do primeiro de tal forma que  $d \ll \lambda$ , sua amplitude é, então dada por

$$E_t = E_0 \exp(-hd)$$

onde

$$h = \sqrt{(\omega^2 / c^2)(n^2 \sin^2 \theta_i - 1)},$$

onde  $E_0$  é a amplitude da onda na interface,  $\omega$  é a frequência da onda e  $n = n_i / n_r$ .

Se, ao introduzir este terceiro meio o fim da exponencial tem uma potência apreciável dentro deste, haverá a formação de uma onda.

## Relações de Fresnel

A propagação de uma onda eletromagnética plana pode ser descrita através das relações de Fresnel para polarização paralela e perpendicular ao plano de incidência. Estas relações determinam a amplitude dos coeficientes de reflexão,  $r$ , e de transmissão,  $t$ . Partindo das condições de contorno entre as interfaces de dois meios temos[8]:

$$\varepsilon_1 (E_i + E_r)_z = \varepsilon_2 (E_t)_z \quad (\text{i})$$

$$(B_i + B_r)_z = (B_t)_z \quad (\text{ii})$$

$$(E_i + E_r)_{x,y} = (E_t)_{x,y} \quad (\text{iii})$$

$$\frac{1}{\mu_1} (B_i + B_r)_{x,y} = (B_t)_{x,y} \quad (\text{iv})$$

Podemos com isso encontrar as relações de Fresnel para os primeiros dois meios:

$$E_t^{\parallel} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} E_i^{\parallel}$$

$$E_r^{\parallel} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} E_i^{\parallel}$$

$$E_t^{\perp} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} E_i^{\perp}$$

$$E_r^{\perp} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} E_i^{\perp}$$

onde  $E_i^{\parallel}$  e  $E_i^{\perp}$  são as componentes do campo incidente.

As relações para os meios 2 e 3 são similares.

O coeficiente de transmissão,  $T$ , é encontrado da relação  $R + T = 1$ ,

onde  $R = I_r / I_i$  e  $T = I_t / I_i$ , ou seja, a intensidade da luz que é refletida somada à intensidade transmitida tem de ser igual à intensidade da luz que incide sobre o meio.

A intensidade, I, da luz é dada por

$$I = |E|^2$$

No caso dos três meios temos uma diferença de fase entre dois feixes refletidos consecutivamente. Usando a lei de Snell [2],

$$\delta = (4\pi d/\lambda)(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta)$$

Temos também que a amplitude total refletida é

$$E_r = E_i [(r_{12} + r_{23}e^{i\delta})/(1 + r_{12}r_{23}e^{i\delta})]$$

Como a amplitude do coeficiente de reflexão total é

$$r \cdot e^{i\phi} = E_r/E_i$$

Devemos encontrar a amplitude dos coeficientes de reflexão de cada componente na interface de cada meio, fazendo:

$$r_{12}'' = \left( \frac{E_r''}{E_i''} \right)_{12} \quad \text{e} \quad r_{32}'' = \left( \frac{E_r''}{E_i''} \right)_{32},$$

para os componentes paralelos, e usamos expressões similares para os componentes perpendiculares.

Temos, também que, como já vimos,

$$R = I_r/I_i \Rightarrow R = |E_r/E_i|^2 = |r e^{i\phi}|^2 = |r|^2.$$

Podemos assim encontrar  $T = 1 - R = 1 - |r|^2$  para ambas as componentes do campo. Com um pouco de álgebra encontramos:

$$T = \frac{1}{(\alpha \cdot \sinh^2 y + 1)},$$

onde  $\alpha_{\perp} = [(n^2 - 1)/2n]^2 \frac{1}{\cos^2 \theta_i (n^2 \sin^2 \theta_i - 1)},$

$$\alpha_{\parallel} = \alpha_{\perp} [(n^2 + 1) \sin^2 \theta_i - 1]^2$$

e  $y = (2\pi d / \lambda)(n^2 \sin^2 \theta_i - 1)^{\frac{1}{2}},$

onde  $n = n_1 = n_3$  e  $n_2 = 1$ .

Pode-se fazer uma comparação muito interessante desta expressão com a encontrada para uma partícula com energia  $E$  em uma barreira de potencial de altura  $V_0$ , onde  $E < V_0$ , e largura  $d$  [9].

$$T = \frac{1}{\left\{ 1 + V_0^2 \sinh^2 \gamma d / [4E(V_0 - E)] \right\}},$$

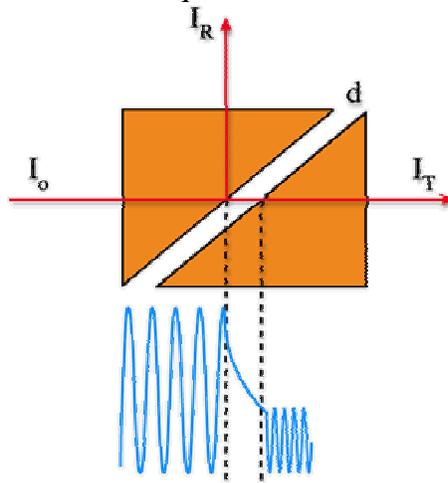
onde  $\gamma = \left[ \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2} \right]^{\frac{1}{2}}.$

Observe que podem ser feitas algumas correspondências:

$$(mE/h^2) \rightarrow (n^2/4\lambda^2),$$

$$(mV_0/h^2) \rightarrow (n^2-1)/(2\lambda^2).$$

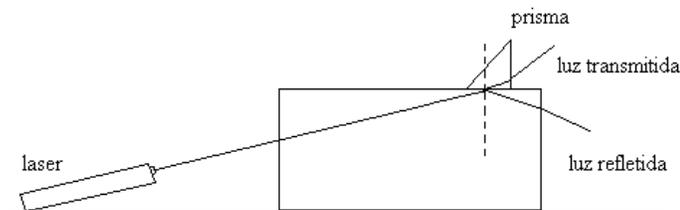
Portanto a penetração quântica de uma partícula e a propagação de uma onda eletromagnética satisfazem equações idênticas, como mostra a equivalência acima.



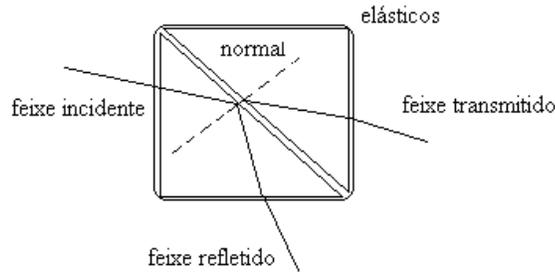
### Descrição Experimental

Um feixe de luz laser incide sobre um par e prismas de ângulo reto com ângulo de incidência maior que o ângulo crítico, parte da luz será refletida e parte transmitida, podendo ser projetada. Prendeu-se os prismas utilizando dois elásticos mas poderia ser feito uma presilha com um parafuso que permitisse a variação da largura do filme de ar pressionando os prismas.

Foi feita uma montagem pelo prof. Lunazzi no laboratório de óptica, com um paralelepípedo de vidro ótico e um pequeno prisma, a luz usada foi luz laser vermelho com forma retangular. Neste experimento obteve-se muito pouca transmissão e a luz observada era difusa e alongada, sem forma provavelmente devido a poeira nas superfícies. Observou-se também um pouco de difração. Pode-se observar que fazendo-se uma leve pressão entre os vidros, diminuindo a distância entre eles, obtinha-se uma luz transmitida mais forte mas ainda sem forma. O alongamento da imagem pode ser devido a curvaturas na superfície que restrito a pequenas áreas pode gerar a difração observada.

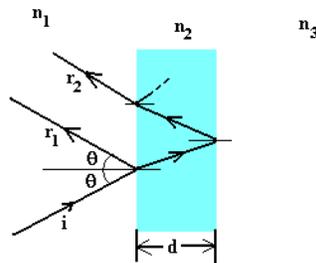


Outra montagem foi realizada no laboratório de ensino de óptica, com a ajuda de A. Costa. Foram usados um laser de He/Ne, com  $\lambda=632\text{nm}$ , dois prismas de  $45^\circ$  de vidro ótico e dois elásticos para manter os prismas bem próximos. Obteve-se um resultado muito bom, a luz transmitida foi bem definida e intensidade pouco menor que a refletida. O experimento também foi realizado com laser de diodo obtendo bons resultados.



## Medindo a espessura do filme de ar

A figura abaixo mostra um filme fino transparente de espessura uniforme  $d$  e índice de refração  $n_2$ , iluminado por raios de luz de comprimento de onda  $\lambda$ . Pode-se medir a espessura de um filme fino a partir de figuras de interferência formadas ao incidirmos luz sobre este filme.



Usando  $\theta = 0$ , tem-se:

$$2n_2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

para  $m=0,1,2,\dots$  (máximos), e interferência construtiva e

$$2n_2d = m\lambda$$

para  $m=0,1,2,\dots$  (mínimos), e interferência destrutiva. Tem-se que  $d$  é a espessura do filme,  $m$  é o do máximo ou mínimo de interferência.

## Resultados

O objetivo do trabalho era demonstrar a existência de penetração de barreira óptica e fundamentos de reflexão e refração da luz. Foi realizado com dois tipos de laser, de He/Ne e de diodo obtendo resultados semelhantes. O feixe transmitido era um pouco mais fraco que o refletido, pode-se observar também que, como a experiência foi repetida em dias diferentes, com o tempo os elásticos se afrouxaram permitindo uma menor transmissão da luz.

Este experimento é uma forma interessante de demonstrar o efeito de tunelamento utilizando conceitos do eletromagnetismo clássico.

Newton realizou seu experimento utilizando luz branca, por isso observou que comprimentos de ondas diferentes são transmitidos em ângulos diferentes, sendo visto primeiro a luz violeta, depois a azul e seguindo até o vermelho com o aumento do ângulo de incidência. Seria interessante também realizar esta demonstração.

## Referências

1. Castro, J.C, Am.J.Phys. **43** (1), 107 (1975)
2. S. Zhu, A. W. Yu, D. Hawley, R. Roy, Am. J. Phys. **54** (7), 601 (1986)
3. D.A. Papathanassoglou, Am. J. Phys. **71** (7), 670 (2003)
4. W.J.McDonald, S.N. Udey, P.Hickson, Am. J. Phys. **39**, 71 (1971)
5. A.Kodre, J. strand, Am. J. Phys **44** (2), 181 (1976)
6. M.K.Handy, G.F. Landegren, Am.J. Phys. **45** (6), 574 (1977)
7. Prof. Márcia R. Gallas: [www.if.ufrgs.br/~marcia/lab1.html](http://www.if.ufrgs.br/~marcia/lab1.html)
8. D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, 3ª edição, Prentice Hall, 1999
9. R. Eisberg e R. Resnick, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei and Particles*
10. *Óptica* - Tradução completa para o português do livro *Optics*, de Isaac Newton. Tradução, Introdução, Prefácio e Notas Explicativas por A. K. T. Assis, Editora da Universidade de São Paulo - EDUSP, São Paulo, Brasil, 1996

## Outras referências

- \_Albiol, F.; Navas, S.; Andres, M. V., Am. J. Phys. **61** (2), 165 (1993)
- \_R. P. Feynman, R. B. Leighton, e M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics* (Addison-Wesley, Reading, Mass, 1964), Vol. 2, Sec. 33-6.
- \_ [www.cepa.if.usp.br/e-fisica/optica/universitario/cap06/cap6\\_06.htm](http://www.cepa.if.usp.br/e-fisica/optica/universitario/cap06/cap6_06.htm)

## Páginas Consultadas:

Prof. Márcia R. Gallas: [www.if.ufrgs.br/~marcia/lab1.html](http://www.if.ufrgs.br/~marcia/lab1.html)

### Reflexão e Refração/Reflexão Interna Total

Quando um feixe luminoso incide sobre uma superfície lisa que separa dois meios diferentes, parte da luz incidente volta ao meio de origem da luz e parte penetra no segundo meio. Esse comportamento da luz pode ser analisado a partir de uma série de observações e medidas que permitem estabelecer duas leis da natureza: a lei da reflexão e a lei da refração.

#### Objetivos:

- aprendizagem destas duas leis e de seu método de obtenção;
- observar fenômeno de reflexão interna total, verificando a relação do ângulo limite com o índice de refração de uma substância;
- observar algumas aplicações das leis que descrevem a reflexão e a refração.

#### Descrição das Experiências:

Para realizar os experimentos, convém estabelecer as seguintes definições:

- ângulo de incidência ( $q_1$ ), reflexão ( $q'_1$ ) e refração ( $q_2$ ): ângulos entre a normal à superfície no ponto de incidência e os raios incidente, refletido e refratado, respectivamente (figuras 1 e 2);
- índice de refração do meio 1 ( $n_1$ ) e do meio 2 ( $n_2$ );
- ângulo limite ( $q_l$ ): ângulo de incidência a partir do qual não existe luz refratada, toda a luz incidente é refletida (figura 3);
- plano de incidência: plano determinado pelo raio incidente e pela normal a superfície no ponto de incidência. Podem-se definir analogamente, os planos de reflexão e refração.

#### Lei da reflexão

Quando um raio de luz incide sobre uma superfície de separação de dois meios óticos, formando um ângulo  $q_1$  com a normal à superfície, ele se reflete formando um ângulo  $q'_1$  (também com a normal à superfície) tal que:  $q_1 = q'_1$ . (Figura 1)

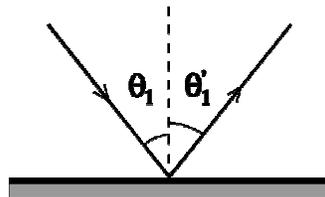


Figura 1

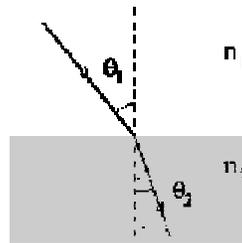


Figura 2

#### Lei da refração

Quando um raio de luz incide sobre uma superfície de separação de dois meios óticos, formando um ângulo  $q_1$  com a normal à superfície ele passa ao segundo meio (processo de refração) formando um ângulo  $q_2$  tal que:  $n_1 \text{sen} q_1 = n_2 \text{sen} q_2$ . Pode-se escrever esta relação também como:  $\text{sen} q_1 / \text{sen} q_2 = n_{21}$ , onde  $n_{21}$  é o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1. (Figura 2)

Como conseqüência do fenômeno de refração, quando um raio de luz passa de um meio opticamente mais denso (maior  $n$ ) a outro menos denso (menor  $n$ ), o raio se afasta da normal, podendo-se produzir o chamado processo de reflexão total. Isto acontece quando:  $q_2 = 90^\circ$  e  $q_1 = q_l$  (Figura 3)

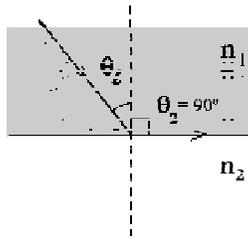


Figura 3

Nesta situação:

$n_1 \text{sen} q_1 = n_2 \text{sen} q_2$ , portanto  $\text{sen} q_1 = n_{21}$ . Este ângulo  $q_1 = q_1$  denomina-se **ângulo limite para reflexão total**.

**Procedimento Experimental:**

Para realizar o experimento você vai dispor de uma lâmpada sustentada por um suporte, um disco graduado, uma fenda estreita e um cilindro acrílico de seção semicircular.

**1ª Parte:**

- Coloque o cilindro centrado sobre o disco graduado, de forma que a superfície plana coincida com o diâmetro do disco, e faça um feixe de luz paralela incidir sobre o centro desta superfície plana. Você observará os feixes incidentes, refletidos e refratados, conforme é mostrado na figura 4.
- Escolha quatro ângulos de incidência  $q_1$ , com o raio incidente à direita da normal à superfície no ponto de incidência. Para cada  $q_1$  escolhido meça os correspondentes ângulos de reflexão  $q'_1$  e de refração  $q_2$ .
- Reajuste a posição do cilindro e repita as medidas com o raio incidente à esquerda da normal.
- Faça o reajuste e a repetição das medidas até obter no mínimo oito medidas para cada ângulo escolhido (por exemplo, duas medidas para cada quadrante do disco graduado).
- Organize suas medidas em tabelas ( $q_1$ ,  $q'_1$ ,  $q_2$ ,  $\text{sen} q_1$ ,  $\text{sen} q_2$ ).
- Calcule as médias para cada ângulo determinado e o desvio padrão da medida e da média.
- Represente graficamente seus dados experimentais, fazendo dois gráficos:  $q'_1$  versus  $q_1$ ,  $\text{sen} q_2$  versus  $\text{sen} q_1$  (X x Y)

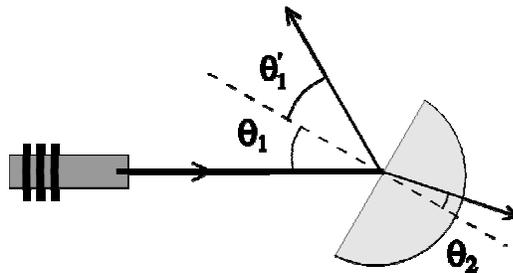


Figura 4

- Responda às seguintes perguntas:
  - a) Quanto vale a inclinação da reta no gráfico  $q'_1$  versus  $q_1$ ?
  - b) Quanto vale a inclinação da reta no gráfico  $\text{sen} q_2$  versus  $\text{sen} q_1$ ?
  - c) Quanto vale o índice de refração do acrílico em relação ao ar ( $n_{21}$ )?

**2ª Parte:**

- Repita o procedimento acima descrito para a luz agora incidindo na fase curva do cilindro, isto é, no outro lado da superfície plana, como mostra a figura 5 abaixo.

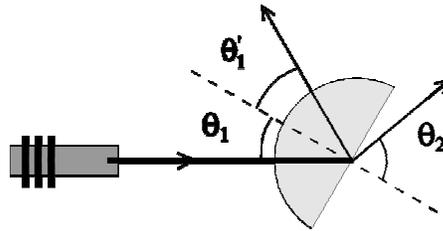


Figura 5

- Determine para quatro valores diferentes de  $q_1$  os valores correspondentes de  $q'_1$  e  $q_2$ . Repita o procedimento oito vezes. Determine também o ângulo limite  $q_1$ . Faça as tabelas correspondentes, calculando valores médios e desvios padrão.
- Repita os gráficos  $q'_1$  versus  $q_1$  e  $\text{sen}q_2$  versus  $\text{sen}q_1$ .
  - a) Verifique a lei de reflexão.
  - b) Verifique a lei de refração.
  - c) Quanto vale o índice de refração do acrílico?
  - d) A partir da determinação de  $q_1$ , qual o valor do índice de refração do acrílico em relação ao ar?

**Questões:**

1. Substitua o semicírculo de acrílico por outros objetos transparentes e observe o feixe transmitido quando é variado o ângulo de incidência da luz. Que característica tem a direção do feixe transmitido referente ao feixe incidente? Faça ilustrações sobre a aplicação das leis da reflexão e refração para estes casos.
2. O que você pode concluir em relação aos desvios padrões calculados, comparando-os com a imprecisão de leitura?

Não foi possível anexar a página do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada, a seguir:

[www.cepa.if.usp.br/e-fisica/optica/universitario/cap06/cap6\\_06.htm](http://www.cepa.if.usp.br/e-fisica/optica/universitario/cap06/cap6_06.htm)