

Estudo da propagação da luz em materiais birrefringentes

Aluna: Andréa Teixeira Ustra RA: 992647

Orientador: Jaime Frejlich Sochaczewsky DFMC (LO)

Instituição: IFGW-UNICAMP

Data: 14/06/04

I. Introdução:

O trabalho desenvolvido foi um experimento voltado para o ensino superior. Esse experimento consiste basicamente em uma fonte de luz, um polarizador, uma lâmina birrefringente (lâmina de retardo, comercial, com eixo óptico paralelo à face de entrada) um segundo polarizador rodando continuamente pela ação de um pequeno motor e um medidor de luz ligado a um osciloscópio. O polarizador inicial pode ser rotado para ajustar o ângulo entre a direção de polarização da luz incidente e os eixos da lâmina, na face de entrada. Em função desse ângulo, a luz depois da lâmina sairá elipticamente polarizada. A elipticidade depende daquele ângulo assim como da diferença de fase entre os feixes

ordinário e extraordinário, provocada pela lâmina. Dessa maneira, medindo-se a elipticidade da luz, podemos determinar essa diferença de fase.

Primeiramente as medidas foram realizadas utilizando um laser He-Ne e uma lâmina de retardo comercial conhecido ($\frac{1}{4}$ de onda para o comprimento de onda do laser) de quartzo, e o experimento obteve sucesso, pois mediu a diferença de fase esperada para a lâmina. O laser foi então substituído por diversos LEDs, e o mesmo sucesso foi obtido. Substituímos também a lâmina de quartzo por uma folha e duas folhas transparentes usadas em retroprojetores (polímero), e medimos a birrefringência das folhas.

II. Teoria:

(a) Polarização da Luz:

Polarização é um fenômeno peculiar a ondas transversais (que vibram em direções perpendiculares à direção de propagação), como a luz. Assim, uma onda de luz se propagando para frente, pode vibrar em todas as direções perpendiculares (plano horizontal e vertical). Normalmente, um raio de luz consiste em uma mistura de ondas vibrando em todas as direções perpendiculares à sua linha de propagação (luz não polarizada). Se por algum motivo, a vibração permanecer constante em alguma direção, dizemos que a luz está polarizada.

Uma onda de luz pode ser linearmente polarizada, quando sua vibração for constante em apenas uma direção, ou elipticamente polarizada, quando a onda for formada por duas ondas linearmente polarizadas perpendiculares e com diferença de fase arbitrária.

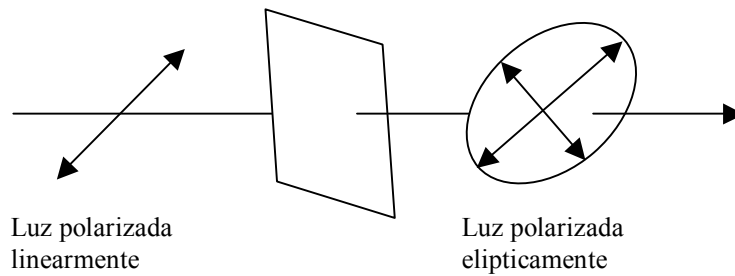


Figura 1: Polarização da luz antes e depois de atravessar uma lâmina polarizadora.

Suponhamos a trajetória da luz ilustrada pela figura 1. Suponhamos que os eixos principais de retardo estejam alinhados com os eixos x e y de um sistema de coordenadas, e que uma luz linearmente polarizada com amplitude A , incide normalmente sobre a lâmina, com a direção da polarização fazendo um ângulo θ com o eixo x . As expressões das componentes da amplitude ao longo dos eixos x e y na saída são

$$x = x_0 \sin(\omega t + \phi) \quad (1)$$

$$y = y_0 \sin \omega t \quad (2)$$

$$\text{com } x_0 = A \cos \theta \quad \text{e} \quad y_0 = A \sin \theta \quad (3)$$

onde ω é a frequência da luz e ϕ é o atraso de fase entre ambas componentes (onda rápida e onda lenta). Somando os quadrados de (1) e (2) obtemos a elipse rotada

$$\frac{x^2}{x_0^2} + \frac{y^2}{y_0^2} - \sin^2 \phi - 2 \frac{x}{x_0} \frac{y}{y_0} \cos \phi = 0 \quad (4)$$

que pode ser transformada em uma elipse não rotada por meio de uma rotação α do sistema de coordenadas. Nesse novo sistema, temos:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y' &= -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{aligned} \quad (5), \text{ e assim (4) transforma-se em}$$

$$\frac{y'^2}{b^2} + \frac{x'^2}{a^2} = 1 + x'y' \frac{2x_0y_0 \cos 2\alpha \cos \phi + (y_0^2 - x_0^2) \sin 2\alpha}{x_0^2 y_0^2 \sin^2 \phi} \quad (6).$$

Fazendo zero o último termo da direita em (6), encontramos o ângulo de rotação necessário

$$\tan 2\alpha = 2 \frac{x_0 y_0}{x_0^2 - y_0^2} \cos \phi \quad (7)$$

para que no novo sistema de coordenadas seja uma elipse centrada

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1 \quad (8).$$

A razão entre as intensidades máxima e mínima é:

$$\frac{I_{MAX}}{I_{MIN}} = \frac{b^2}{a^2} = \frac{2 \sin^2 \theta \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \theta \cos^2 \alpha + \sin 2\theta \sin 2\alpha \cos \phi}{2 \sin^2 \theta \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \theta \cos^2 \alpha - \sin 2\theta \sin 2\alpha \cos \phi} \quad (9)$$

$$e \quad \tan 2\alpha = \tan 2\theta \cos \phi \quad (10).$$

Quando $\theta = 45^\circ$ então $\alpha = 45^\circ$ e temos o menor valor da razão entre as intensidades:

$$\frac{I_{MAX}}{I_{MIN}} = \frac{1 + \cos \phi}{1 - \cos \phi} \quad (11).$$

(b) Polarizadores Quarto de Onda e Materiais Birrefringentes

Luz elipticamente polarizada pode ser produzida pela introdução de uma diferença de fase qualquer entre os componentes ortogonais da luz linearmente polarizada. Esse é o papel do polarizador quarto de onda. As lâminas comerciais são feitas de cristais naturais de quartzo, que são birrefringentes.

Birrefringência é a propriedade óptica de minerais anisotrópicos transparentes, que faz com que a radiação luminosa seja dividida em dois feixes ortogonais de radiação polarizada que se propagam com velocidades diferentes dentro do corpo do mineral. Todos os cristais, a não ser os cúbicos, em geral anisotrópicos, a polarização produzida por um campo elétrico não é simplesmente um escalar vezes o campo, mas varia de uma maneira que depende da direção do campo em relação à rede do cristal. Uma consequência é que a velocidade de propagação da luz no cristal é uma função da direção de propagação e da polarização da luz. Ou seja, o índice de refração do material é diferente para diferentes direções de polarização.

Se o eixo de menor índice n_2 (eixo rápido) e o eixo de maior índice n_1 (eixo lento) estiverem ortogonais, temos o polarizador quarto de onda.

A diferença entre os índices do cristal é

$$n_1 - n_2 = \Delta n = \frac{\phi}{2\pi} \frac{\lambda}{d} \quad \forall \kappa \in \mathbb{N}. \quad (13),$$

onde ϕ é a diferença de fase dos eixos, λ é o comprimento de onda e d é a espessura da lâmina.

Assim, para o polarizador quarto de onda, $\phi = \frac{\pi}{2}$ e $d\Delta n = \frac{\lambda}{4}$ (14).

III. Montagem Experimental:

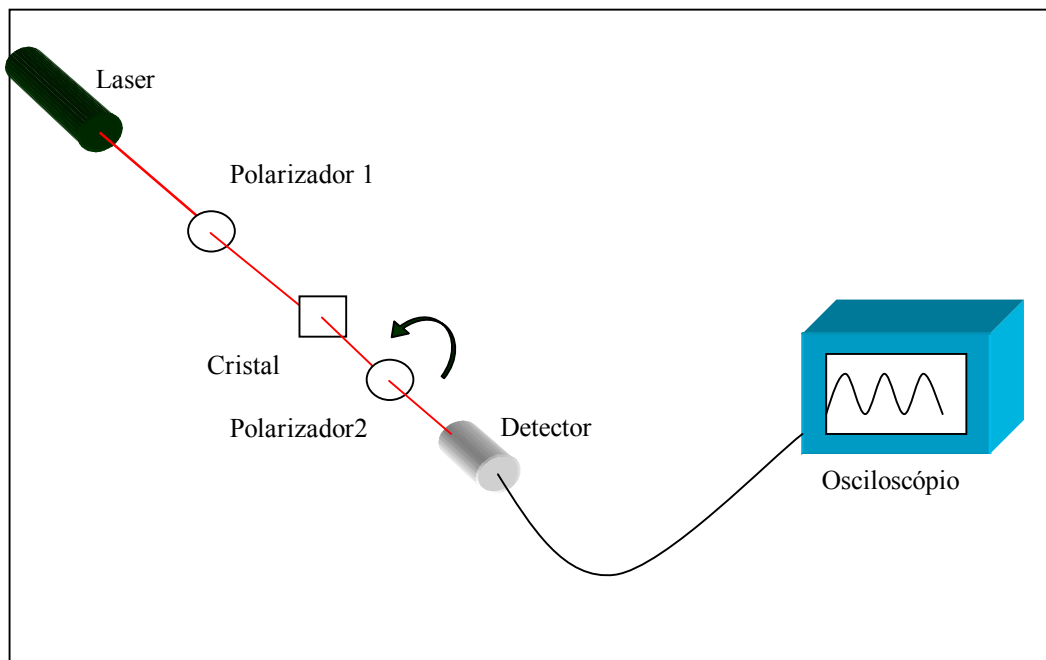


Figura 2: Montagem Experimental

Como podemos ver na montagem da figura 2, a luz atravessa dois polarizadores. O primeiro polarizador pode ser girado, de forma a deixar passar ou bloquear a luz. A luz na saída do Polarizador 1 está linearmente polarizada e quando atravessa o cristal, a luz está elipticamente polarizada. Quando encontra o Polarizador 2, será transmitida, mas o quanto ela vai ser transmitida depende da posição do Polarizador 2. Como este fica girando continuamente, com o auxílio de um motor, haverá máximos e mínimos de transmissão, gerando o sinal para o detector.

A medida que se faz é a das intensidades máxima e mínima da onda (que correspondem aos eixos maior e menor da luz elíptica) na saída do Polarizador 2 (analisador), para cada posição do polarizador 1.

Construindo o gráfico da razão entre as intensidades, podemos ver os pontos em que essa razão é mínima, e nesses pontos podemos usar a expressão (11), e determinar a diferença de fase.

Como não sabemos a espessura da lâmina, o que podemos determinar é a fração

$$d\Delta n = \frac{\phi + \kappa\pi}{2\pi} \frac{\lambda}{\lambda_0} \quad \forall \kappa \in \mathbb{Z} \quad (15),$$

onde λ_0 é o comprimento de onda de referência (633 nm), para o qual $\frac{\phi}{2\pi} = \frac{1}{4}$ (dado do fabricante).

ϕ é o ângulo que se mede para cada comprimento de onda. Para encontrarmos o mesmo valor de $d\Delta n$, para qualquer comprimento de onda, precisamos encontrar um valor de κ .

Uma maneira de se fazer isto é utilizando a expressão (15), considerando o valor de $d\Delta n$ encontrado para λ_0 .

IV. Resultados Experimentais:

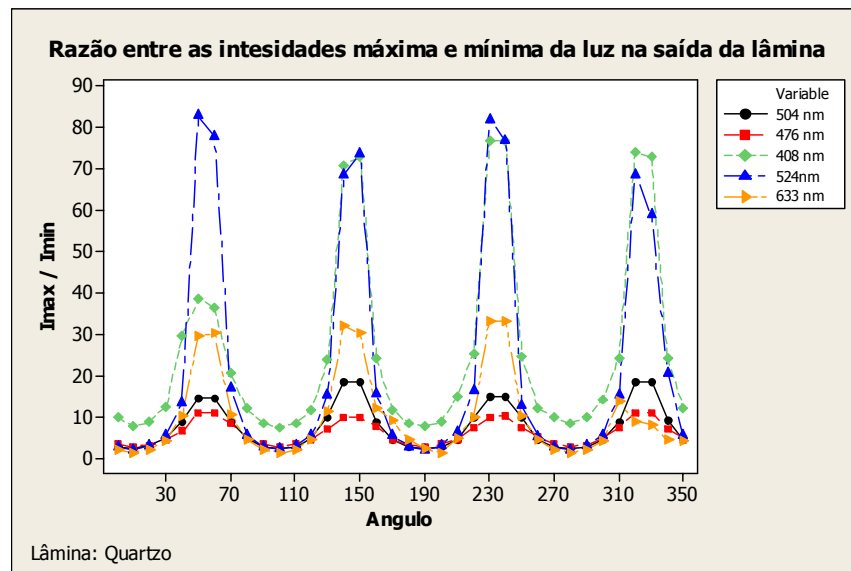


Figura 3: Gráfico da razão entre as intensidades máxima e mínima da luz na saída da lâmina de quartzo.

Os resultados obtidos estão representados no gráfico da figura 3. Os pontos de mínimo para cada comprimento de onda são:

λ (nm)	$(I_{\max}/I_{\min})_1$	$(I_{\max}/I_{\min})_2$	$(I_{\max}/I_{\min})_3$	$(I_{\max}/I_{\min})_4$
633	1,208	1,131	1,101	1,104
524	2,022	2,235	2,083	2,083
504	2,114	2,151	2,151	2,219
476	2,643	2,657	2,742	2,800
408	7,555	7,333	7,667	8,375

Utilizando a expressão (11), determinamos a diferença de fase ϕ . Como referencial, utilizamos 633 nm, e a partir desse comprimento, para todos os outros comprimentos de onda que utilizamos, encontramos $\kappa = -1$ e com a expressão (15), determinamos o valor de $f = d\Delta n$. Os valores encontrados foram:

λ (nm)	ϕ (°)	f
633	86,37±1,11	0,24±0,03
524	69,39±1,13	0,25±0,03
504	68,48±0,46	0,25±0,02
476	62,55±0,59	0,25±0,02
408	40,16±0,33	0,25±0,03

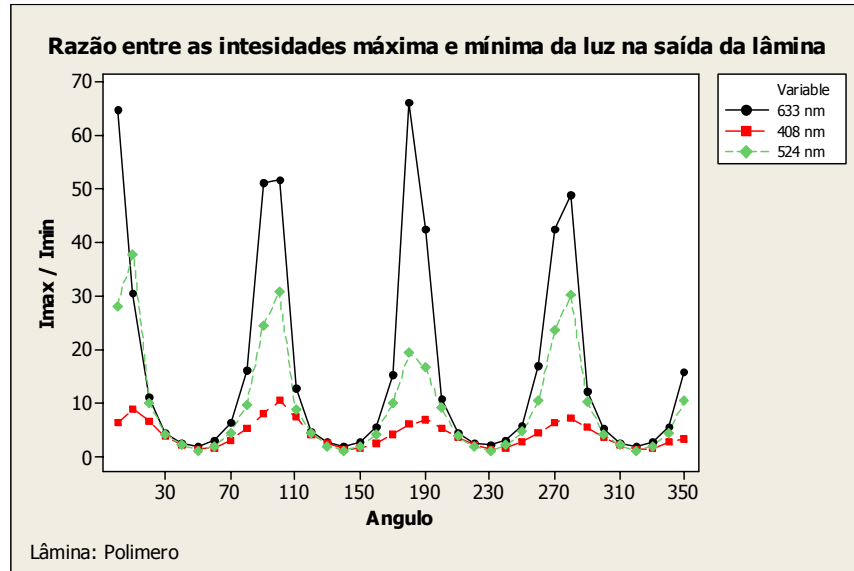


Figura 4: Gráfico da razão entre as intensidades máxima e mínima da luz na saída de duas lâminas de polímero (uma na frente na outra).

Da mesma maneira que foi feita com a lâmina de quartzo, obtivemos os resultados, para duas lâminas:

λ (nm)	$(I_{max}/I_{min})_1$	$(I_{max}/I_{min})_2$	$(I_{max}/I_{min})_3$	$(I_{max}/I_{min})_4$
633	2,087	2,053	2,130	2,000
524	1,152	1,186	1,178	1,173
408	1,553	1,489	1,400	1,447

E os valores de $d\Delta n = f_2$:

λ (nm)	ϕ (°)	f_2
633	$69,77 \pm 0,45$	$0,19 \pm 0,01$
524	$85,45 \pm 0,31$	$0,22 \pm 0,01$
408	$79,02 \pm 2,24$	$0,18 \pm 0,05$

Em uma segunda medida, realizada em outro dia, apenas com $\lambda=633$ nm, obtivemos

$$\phi = 125,52 \pm 1,05^\circ \text{ e } f_2 = 0,35 \pm 0,07.$$

Mediu-se também ,com $\lambda=633$ nm, e uma lâmina apenas, a diferença de fase em 5 pontos diferentes da lâmina, e obteve-se:

ϕ (°)	f_1
$66,59 \pm 1,77$	$0,18 \pm 0,03$
$72,73 \pm 1,56$	$0,20 \pm 0,03$
$67,24 \pm 1,73$	$0,19 \pm 0,03$
$66,83 \pm 0,68$	$0,18 \pm 0,02$
$66,71 \pm 0,18$	$0,17 \pm 0,01$

V. Discussão dos Resultados e Conclusões:

O valor de f esperado para a lâmina de quartzo era $0,25$ ($\frac{1}{4}$). Considerando que o erro percentual de cada f determinado variou de 8% a 12,5%, os valores encontrados apresentam bastante precisão. Uma possível fonte de erro para essas medidas é a variação do comprimento de onda do LED com a corrente. Também é necessário que todos os polarizadores estejam perpendiculares à direção de propagação da luz.

Entretanto podemos dizer que os resultados obtidos foram bem precisos, e com isso podemos concluir que os LEDs podem substituir o Laser, com a vantagem que é um material de fabricação nacional e de baixo custo.

As medidas com a folha de retroprojeter, foram realizadas duas vezes, uma em um dia seco, e a outra em um dia bastante chuvoso, e obtivemos dois valores diferentes de f . O que podemos concluir então, é que a umidade do ar influenciou nos resultados. De qualquer maneira, quando medimos duas folhas, e depois uma folha, obtivemos para f_1 aproximadamente a metade do valor de f_2 , como era esperado. Sua razão variou de 1,75 a 2,05.

Observando a diferença de f_1 que foi medido em lugares diferentes da lâmina, podemos concluir que o material não é uniforme. De fato, esse material é um polímero e não é utilizado com a finalidade de polarizador, mas pode ser. A vantagem de sua utilização é que esse material também é fabricado nacionalmente, e tem custo baixo.

VI. Referências:

- 1) Fowles.G.R,Introduction to Modern Optics.
- 2) Jenkins, Fundamentals of Optics.
- 3) D. Oliveira, W. Campos, J. Frejlich, Opt. Eng., vol 40, 1260-1264 (2001).