

**Relatório Final de F809 -  
Instrumentação para Ensino**  
Entregue em 13 de junho de 2005

**Título do Projeto:  
Experiências Utilizando o Banco de  
Rotações**



Aluno: Alexandre Rodrigues (RA 015396)

Orientador: André Koch Torres de Assis

# **Índice:**

**Agradecimentos**

**Motivação**

**Resumo**

**Descrição e montagem dos experimentos**

**Construção dos experimentos – Parte I**

- **Aro flexível (achatamento da Terra)**

**Análise teórica do experimento do aro flexível**

**Construção dos experimentos – Parte II**

- **Líquido em rotação (espelho parabólico)**
- **Compressor hidrodinâmico**
- **Vasos comunicantes**
- **Tacômetro prático**

**Análise teórica dos experimentos envolvendo líquido em rotação: espelho parabólico, compressor hidrodinâmico, vasos comunicantes e tacômetro prático**

**Construção dos experimentos – Parte III**

- **Taça hemisférica (exercício tradicional)**
- **Calha semi-circular**

**Análise teórica dos experimentos da taça hemisférica e da calha semi-circular**

**Construção dos experimentos – Parte IV**

- **Verificando uma propriedade (tacômetro de esferas)**

**Análise teórica do experimento com o tacômetro de esferas**

**Construção dos experimentos – Parte V**

- **Força elástica como resultante centrípeta**

**Análise teórica do experimento da força elástica como resultante centrípeta**

**Conclusões**

**Referências**

**Anexos**

## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer ao professor André pela idéia de continuar o projeto com experiências usando o banco de rotações iniciado pelo aluno Luis Gustavo Vitti no segundo semestre de 2004. Fico grato por suas reflexões sobre os fenômenos físicos envolvendo os experimentos que me motivaram a realizar este projeto.

Gostaria de agradecer também ao torneiro mecânico Carlos que me ajudou a construir as bases de ferro dos experimentos e que também soube me ajudar a construir com habilidade e experiência o experimento do aro flexível, que simula o achatamento da Terra.

Também gostaria de agradecer ao meu pai que me ajudou com idéias e trabalhos manuais na construção de alguns experimentos. A minha mãe e a minha irmã que também me ajudaram.

Em especial, gostaria de agradecer à minha namorada Ivy que teve a paciência e o companheirismo de "correr atrás" junto comigo de todo o material utilizado nos experimentos do projeto.

## **Motivação**

Minha principal motivação para este projeto foi a analogia que esses experimentos simples permitem fazer com fenômenos físicos importantes que estão presentes em nosso dia a dia. O estudo de forças centrípetas nos dá subsídios para entender, por exemplo, o comportamento de fluidos em rotação. Este estudo pode nos dar também base científica para entender o movimento de planetas e nos levar a refletir sobre as forças que regem tais movimentos.

## Resumo

O objetivo deste projeto é realizar alguns experimentos utilizando o banco de rotações (Figura 1) construído pelo aluno Luís Gustavo Vitti no 2º semestre de 2004 como projeto para a disciplina F809 do Instituto de Física da Unicamp, [1]. Os experimentos que realizamos são, ver [2]:

- aro flexível (achatamento da Terra)
- calha semi-circular
- líquido em rotação (espelho parabólico)
- força elástica como resultante centrípeta
- vasos comunicantes na rotação
- compressor hidrodinâmico
- tacômetro prático
- taça hemisférica (exercício tradicional)
- verificando uma propriedade (tacômetro de esferas)

Os experimentos visam ilustrar os conceitos relacionados à força centrípeta durante o movimento de rotação. Podem ser utilizados como uma ferramenta didática para auxiliar o professor em sala de aula.



Figura 1: Banco de rotações, [1].

# Descrição e montagem dos experimentos

## Construção dos experimentos – Parte I:

- **Aro flexível (achatamento da Terra)**

Esta experiência torna visível um dos efeitos da rotação de um corpo em relação a um referencial inercial, ou seja, sua deformação. Ela também ilustra o achatamento da Terra que surge de sua rotação diária.

Para a construção deste experimento, conforme sugerido em [2], foi utilizado um aro de aço fino e flexível envolto sobre um eixo de ferro fixo. O eixo foi preso perpendicularmente sobre uma chapa de ferro. Com a ajuda de um torneiro mecânico soldou-se a chapa de ferro ao eixo com precisão e também furou-se a lâmina de aço. Foi necessário fazer uma rosca na parte de baixo do eixo para que se pudesse prender o aro flexível ao eixo, deixando o aro flexível fixo ao eixo na parte inferior. O restante do eixo é liso, com a parte superior do aro flexível livre para escorregar verticalmente ao longo do eixo. Dessa forma o aro de aço pode deslizar sobre o mesmo quando giramos o conjunto em relação à Terra. Na chapa de ferro foram feitos 2 furos simetricamente colocados em relação ao centro da chapa. Foram feitos também 2 furos no disco de madeira do banco de rotações. Com isto foi possível fixar a chapa de ferro ao disco do banco de rotações utilizando parafusos. Com a rotação do disco em relação à Terra (eixo de rotação vertical passando pelo centro do disco), gira-se todo o conjunto (chapa de ferro horizontal, eixo de ferro e aro flexível). O aro achata-se para se acomodar com o raio de rotação imposto pela resultante centrípeta.

Também fixamos pesos ao equador do aro flexível. Isto torna mais visível o achatamento do aro para uma mesma velocidade angular de rotação do conjunto, em comparação com o caso sem peso no aro flexível. Ou seja, o achatamento é maior com os pesos.

Esta experiência simula o achatamento da Terra. Ou seja, a Terra é achatada nos pólos (a distância de norte a sul é menor do que a distância de leste a oeste) devido à sua rotação diária ao redor do eixo norte-sul (rotação da Terra em relação ao conjunto das estrelas distantes). A explicação teórica é detalhada no tópico "Análise teórica do experimento do aro flexível" a seguir.

O trabalho pode ser visto na figura abaixo (Figura 2):



Figura 2: Experimento do aro flexível (achatamento da Terra).

## **Análise teórica do experimento do aro flexível, baseado em [3] e [4]:**

De acordo com Symon (1982), “existe uma grande confusão em relação ao termo força centrífuga, que, na realidade, não é uma força, pelo menos na mecânica clássica, e não estará presente se se faz referência a um sistema de coordenadas fixo no espaço”.

A definição do sistema de referência é o real motivo dessa confusão aparente, nos estudos de corpos em rotação. O tipo de sistema de referência adotado nem sempre está claro nos textos que tratam do assunto. O uso freqüente de um sistema de coordenadas não-inercial, nesses estudos, torna conveniente o uso do conceito de força centrífuga, considerada como um tipo de força inercial ou pseudoforça. Por outro lado, quando se adota um referencial inercial, o conceito de força centrífuga não faz sentido.

Se a aceleração de um corpo é medida com base em um referencial acelerado (ou seja, em relação a um referencial não inercial), a força resultante sobre esse corpo não é igual à sua massa vezes a sua aceleração. Para tornar a segunda lei de Newton válida nesses casos de referenciais não inerciais, pode-se introduzir as chamadas forças inerciais, que dependem da aceleração do referencial.

Simula-se, assim, um estado de equilíbrio e pode-se estudar o problema pelos métodos da estática. Dessa forma, em um referencial não inercial que gira junto com o corpo em relação a um referencial inercial, um corpo submetido a uma força centrípeta é equilibrado por uma força centrífuga, de mesma intensidade, mas de sentido oposto. A força centrífuga surge devido ao sistema de referência não inercial que está sendo empregado.

O conceito de força inercial surge da adoção de um sistema de coordenadas não-inercial na explicação de fenômenos físicos em dinâmica. Explica-se esse problema tomando-se eixos de referência fixos a um corpo rígido que executa um movimento plano geral. Um observador, fixo a esses eixos, não pode medir qualquer movimento do corpo em relação ao seu sistema de referência móvel. O observador supõe, assim, que o corpo está em “equilíbrio”. A única forma de traduzir esse estado artificial de equilíbrio, de modo coerente, é pela imposição de uma força fictícia de mesma intensidade e sentido contrário à força resultante que atua sobre o corpo, segundo um sistema de referência inercial. Essa força fictícia é chamada de força inercial.

O conceito de força centrífuga, caso especial de força inercial, pode ser entendido com o auxílio do vagão de trem esquemático da Figura 3, que descreve uma curva para a esquerda, em movimento circular uniforme. Uma esfera de massa  $m$  está presa ao teto do vagão por uma corda. Um observador na terra, considera que a deflexão observada na corda deve-se simplesmente à tendência da esfera de manter seu estado de inércia. No entanto, um observador no interior do vagão vê a esfera como se uma força  $f$ , atuando sobre ela, fosse a responsável pela deflexão da corda. Essa força inercial  $f$ , atuando “para fora” e perpendicular à tangente à curva descrita pela esfera, é tradicionalmente denominada de força centrífuga.

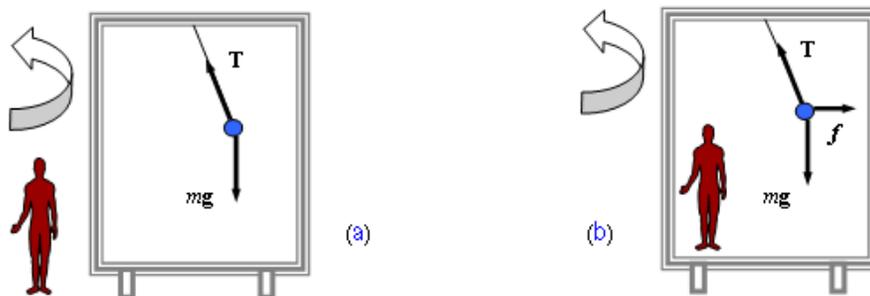


Figura 3 - Exemplo esquemático de um vagão de trem fazendo uma curva para a esquerda. Uma esfera de massa  $m$  e sujeita à aceleração da gravidade  $g$ , está presa ao teto do vagão por uma corda (a corda sofre uma tração  $T$ ). No exemplo (a), um observador inercial, parado em relação ao solo, vê a esfera fazer a curva, junto com o vagão, com uma aceleração centrípeta dada pela componente horizontal de  $T$ . Para um observador dentro do vagão, que sofre a mesma aceleração deste, a esfera está em equilíbrio e, por isso, é necessária uma força fictícia  $f$  que equilibre a componente horizontal de  $T$ .

Se estamos em um referencial inercial e vemos um corpo de massa  $m$  descrever uma trajetória circular de raio  $r$  com uma velocidade angular constante  $\omega$ , a força resultante sobre ele é dada por (pela segunda lei de Newton,  $F = ma$ ):  $F = m\omega^2 r$ , já que a aceleração centrípeta é dada por  $\omega^2 r$ . Logo, quanto maior  $\omega$ , maior é a força centrípeta que está atuando sobre o corpo. No caso do aro flexível, a tendência dos corpos é seguir em linha reta em relação a um referencial inercial. Para que uma massa  $m$  no equador do aro possa descrever uma trajetória circular, é necessário que o aro se deforme (distância da parte superior à parte inferior do aro sendo menor do que a distância da parte direita à parte esquerda do aro). Com isto esta deformação do aro exercerá a força centrípeta  $F$  que forçará a massa  $m$  a descrever a trajetória circular. Quanto maior a velocidade angular do aro, maior é sua aceleração centrípeta. Logo tem de estar havendo uma maior força resultante sobre ele atuando em direção ao eixo de rotação. Como esta força é causada pelo achatamento do aro, quanto maior a velocidade angular do aro, maior será seu achatamento. E isto é facilmente verificado com esta experiência.

Esta experiência simula o achatamento da Terra (distância de Norte a Sul menor do que a distância de Leste a Oeste). Este achatamento surge devido à rotação da Terra em relação ao conjunto das estrelas fixas, como calculado pela primeira vez por Isaac Newton em 1687.

### **Construção dos experimentos – Parte II:**

As experiências desta segunda parte ilustram os efeitos que ocorrem com líquidos em rotação em relação a um referencial inercial.

- **Líquido em rotação (espelho parabólico)**

Para a construção deste experimento utilizou-se de uma base de ferro com um pequeno eixo perpendicular no centro da base, para encaixar um funil de plástico. No funil foi posto um líquido. Também foram feitos 2 furos na base de ferro para encaixá-la ao disco do banco de rotações. Descartou-se a idéia de colocar mercúrio como líquido, conforme sugerido em [2], pois vimos que é desnecessário seu uso. No lugar do mercúrio, usamos água colorida artificialmente para obtermos a forma de espelho parabólico quando houve a rotação. O material usado pode ser visto na foto abaixo (Figura 4):



Figura 4: Experimento do líquido em rotação (espelho parabólico).

- **Compressor hidrodinâmico**

Para este experimento foi usado um balde transparente que está fixado com massa durepoxi na base de ferro. Também foram feitos 2 furos na base de ferro para a sua fixação no disco do banco de rotações (Figura 5). O líquido usado foi água colorida artificialmente e não mercúrio conforme sugerido em [2], pois achamos desnecessária a utilização do mercúrio. O objetivo é mostrar a grande pressão exercida pelas paredes do balde sobre o líquido devido à força centrípeta. Assim como no experimento anterior do líquido em rotação, observamos uma parte do líquido com a forma parabólica.



Figura 5: Balde usado nos experimentos de compressor hidrodinâmico e vasos comunicantes.

- **Vasos comunicantes**

Neste experimento foi usado o mesmo balde do experimento anterior do compressor hidrodinâmico. O conjunto foi fixado na base e também foi colocada água colorida artificialmente. Foram usadas uma mangueira transparente e um outro balde idêntico ao

primeiro (Figura 6). Mas este segundo balde fica parado em relação à Terra, fora do banco de rotações. A mangueira foi usada para ligar os líquidos situados nas partes centrais dos dois baldes. Quando os dois baldes estão parados em relação à Terra e a mangueira que os une está preenchida de água, a água nos dois baldes atinge um equilíbrio tal que elas permanecem no mesmo nível. Ou seja, a parte superior da água nos dois baldes fica no mesmo nível. Com a rotação do primeiro balde em relação à Terra, o líquido assume uma forma parabólica (como visto nas experiências anteriores). Com isso o nível da coluna de água fica menor no centro e maior perto das paredes do primeiro balde. Os níveis de água no centro dos dois baldes (um em rotação e outro parado em relação à Terra) tendem a se manter iguais. Com isso, há uma sucção de líquido do balde parado para o balde em rotação. Isto pode ser visto se tivermos marcado inicialmente o nível que a água ocupava no balde parado quando os dois estavam em repouso. Quanto maior for a rotação do primeiro balde, mais sobe o nível da água no segundo balde. Quando se pára a rotação do primeiro balde, o nível da água no balde que permaneceu parado começa a baixar até que os dois níveis voltem a se igualar.



Figura 6: Baldes usados no experimento de vasos comunicantes.

- **Tacômetro prático**

Neste experimento foi utilizado um tubo de ensaio grande que foi fechado por uma rolha na parte inferior (Figura 7). O tubo foi comprado em uma loja de materiais de química. Foi colocado também água colorida artificialmente até a metade do tubo. A rolha foi colada com massa durepoxi em uma base de ferro que também foi furada para sua fixação no disco do banco de rotações. Foi colocado também um arame no centro da rolha, penetrando verticalmente no tudo. Este arame foi pintado como uma escala graduada e foi fixado na rolha. O objetivo é mostrar que este instrumento pode servir para medir a velocidade angular de rotação do tubo ao redor do seu eixo. O motivo para isto é que o abaixamento da altura do líquido ao longo do eixo é proporcional ao quadrado da velocidade angular do líquido, como veremos a seguir.



Figura 7: Material do experimento tacômetro prático.

**Análise teórica, [1], dos experimentos envolvendo líquido em rotação: espelho parabólico, compressor hidrodinâmico, vasos comunicantes e tacômetro prático.**

Os experimentos acima se resumem em resolver o problema do balde de Newton, relacionado com um líquido em rotação uniforme em relação a um referencial inercial.

O problema do balde de Newton consiste em obter a forma da curva apresentada pela superfície de um líquido, imerso num balde, quando se gira o mesmo ao redor do eixo de simetria do balde com uma frequência angular constante  $\omega$  em relação a um referencial inercial.

Vamos resolver este problema utilizando a segunda lei do movimento de Newton. Consideramos um elemento infinitesimal de volume do líquido com massa  $dm$  logo abaixo da superfície, conforme mostra a Figura 8.

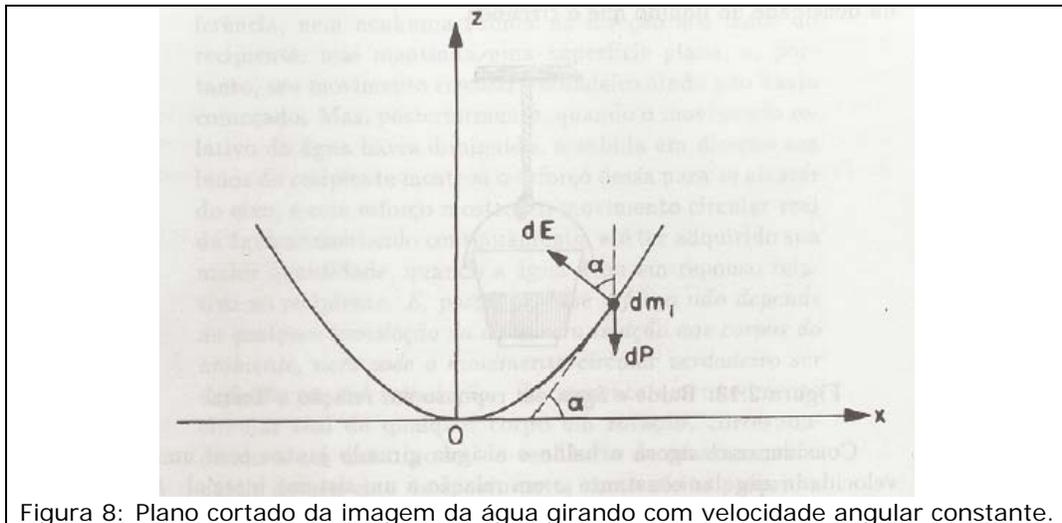


Figura 8: Plano cortado da imagem da água girando com velocidade angular constante.

Este elemento sofre a força gravitacional para baixo  $dP = dm \cdot g$  e uma força normal à superfície do líquido devida ao gradiente de pressão,  $dE$ . Esta força é o empuxo. Estabilizado o movimento de tal forma que a velocidade angular em torno do eixo Z seja constante, este elemento de massa descreverá um movimento circular uniforme em torno do eixo com raio constante, não havendo assim força resultante paralela ao eixo Z. A única força resultante então é a centrípeta que muda apenas a direção do movimento, não alterando o módulo da velocidade tangencial.

Assim sendo, temos, da Figura 8 as relações para os eixos cartesianos:

$$\text{Em Z: } dE \cdot \cos \alpha = dm \cdot g \quad (1)$$

$$\text{Em X: } dE \cdot \sin \alpha = dm \cdot a_c = dm \cdot \omega^2 \cdot x \quad (2)$$

Tomando a razão (2) por (1) ficamos com:

$$\tan \alpha = \frac{\omega^2}{g} \cdot x = \frac{dz}{dx} \quad (3)$$

Ainda de (3), integrando em x temos a forma da curva que contém a origem  $x = z = 0$ , resultando em:

$$z = \frac{\omega^2}{2g} x^2 \quad (4)$$

Que é justamente a forma do parabolóide encontrado no balde. Pela análise da equação (4) podemos ver que, aumentando  $\omega$ , aumentamos a concavidade da curva, fato que também é observado em nossa montagem do balde de Newton.

Informamos ainda que esta é apenas uma das formas de demonstrar matematicamente a forma da curva observada pelo líquido no balde, sendo que muitas outras existem. Podemos também demonstrar essa curva utilizando qualquer outro ponto do líquido, não estando necessariamente na superfície. Ou então utilizando o cálculo variacional. Nossa escolha teve por motivo a simplicidade de sua resolução.

Observamos que no experimento do tacômetro prático a forma parabólica da água é pequena e mais difícil de se observar em relação ao experimento que se utiliza baldes maiores. Isso se deve ao fato de que o raio do tubo de ensaio utilizado é pequeno e, portanto, próximo ao eixo de simetria. Vemos que pela equação (4) se o valor de x for pequeno, z também será pequeno.

No experimento dos vasos comunicantes, devido ao abaixamento da coluna de água do balde em rotação contendo o líquido, pelas razões já mencionadas, diminui-se a pressão. A partir daí podemos considerar a situação como um problema estático de dois baldes parados com níveis diferentes de altura. Então haverá uma sucção em direção ao balde com menor coluna de água (balde em rotação) devido a diferença de pressão para que haja o equilíbrio hidrodinâmico.

No experimento do compressor hidrodinâmico, vemos na figura que o gradiente de pressão exercido em um elemento infinitesimal do líquido de volume  $dV$  é  $dE/dV$ .

### **Construção dos experimentos – Parte III:**

As experiências desta terceira parte ilustram os efeitos da rotação sobre a posição de algumas esferas que são colocadas em rotação em relação a um referencial inercial.

- **Taça hemisférica (exercício tradicional)**

Para este experimento é usado um funil e uma base idênticos ao experimento do líquido em rotação (espelho parabólico), Figura 9. São usados bolinhas de gude no lugar de bolinhas de aço ou chumbo, sugeridas em [2].



Figura 9: Material do experimento da taça hemisférica.

Quando o conjunto gira em relação a um referencial inercial, as bolinhas que estavam inicialmente fora do eixo de rotação sobem pelo funil. Quando mais rápida for a rotação, maior é a altura que elas atingem. Quando a velocidade angular permanece constante, as bolas permanecem a uma altura constante em relação à base do funil.

- **Calha semi-circular**

Neste experimento foi usado uma base de madeira, com forma semelhante à forma das bases de ferro usadas nos outros experimentos. A calha usada é de um material sucateado de um filtro para motor de carro. Este material pode ser dobrado na forma de calha semi-circular e fixado simetricamente no centro da base de madeira com massa durepoxi (Figura 10). Também são usadas bolinhas de gude.



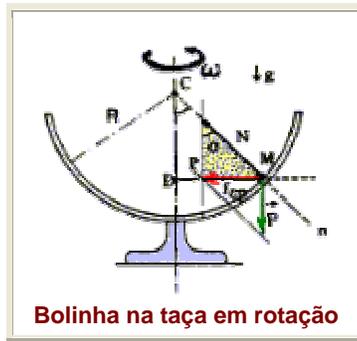
Figura 10: Material do experimento calha semi-circular.

Novamente, quanto maior é a velocidade angular do sistema, mais alta é a posição adquirida pela bolinha de gude colocada na calha (altura medida em relação à parte inferior da calha).

### **Análise teórica dos experimentos da taça hemisférica e da calha semi-circular**

A análise teórica dos experimentos será feita segundo a sugestão dada em [2] . Esta resolução foi escolhida por sua simplicidade.

Abaixo, na figura 11, uma taça hemisférica de raio  $R$  gira ao redor de um eixo vertical que passa pelo seu centro, com velocidade angular constante  $\omega$  em relação a um referencial inercial. Calcularemos a posição de equilíbrio relativo da bolinha  $M$ , através de um ângulo  $\alpha$ .



**Bolinha na taça em rotação**

Figura 11: Desenho esquemático para taça hemisférica e calha semi-circular.

Resolução:

A resultante da força peso  $P$  e da força normal  $N$  é a centrípeta (na ausência de atrito). Do triângulo sombreado temos:

$$f_c = P \cdot \operatorname{tg} \alpha ; \operatorname{tg} \alpha = \frac{f_c}{P} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot DM}{m \cdot g} \text{ ou } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 DM}{g} \dots [1]$$

Do triângulo CDM vem:

$$DM = R \operatorname{sen} \alpha \quad [2]$$

Levando-se [2] em [1]:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 R \operatorname{sen} \alpha}{g} \text{ ou } \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R} \text{ para } \operatorname{sen} \alpha \neq 0 .$$

Para se obter um valor para  $\alpha$  deve-se impor que:

$$\omega^2 \cdot R \geq g \text{ ou } \omega \geq \sqrt{\frac{g}{R}}$$

Se  $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}}$  a esferinha repousa no fundo da taça (corresponde à solução  $\operatorname{sen} \alpha = 0$ ).

#### **Construção dos experimentos – Parte IV:**

- **Verificando uma propriedade (tacômetro de esferas)**

Com esta experiência constrói-se um indicador qualitativo da velocidade angular de rotação de um disco.

Para este experimento foi usada uma ripa de madeira onde foram feitos 4 furos ao longo da ripa para acomodar 4 bolinhas de gude. A ripa de madeira tem a forma das bases de ferro usadas nos outros experimentos (Figura 12). Foi feito apenas um furo para sua fixação no disco do banco de rotações, pois vimos ser desnecessário fazer 2 furos, já que o conjunto é leve. Tentou-se fazer furos idênticos para a colocação das bolinhas de gude, mas como não tínhamos ferramentas adequadas, os furos apresentam ligeiras diferenças. Ainda assim, conseguimos fazer essa experiência.



Figura 12: Materiais do experimento de tacômetro de esferas.

### Análise teórica do experimento com o tacômetro de esferas

A análise teórica do experimento é baseada em [2].



Figura 13: Desenho esquemático do tacômetro de esferas.

Há um determinado valor  $\omega'$  da velocidade angular de rotação do sistema para qual a bolinha 1, mais afastada do eixo de rotação, abandona o disco. Em um outro valor  $\omega''$  a bolinha 2 (penúltima mais afastada do eixo de rotação) deixa o disco, etc. Para subir o buraco e abandonar o disco cada bolinha tem que vencer uma mesma força radial mínima,  $F_r$ , que vem a ser exatamente a máxima força centrípeta,  $F_{cp}$ , em cada bolinha. Assim, impondo  $F_{cp} = F_r = \text{constante} = ma_c = m \omega^2 r$ , temos  $\omega^2 r = \text{constante}$ . Isto explica o motivo pelo qual, para cada  $r$ , há um  $\omega$  adequado para que a bolinha abandone o disco ou ripa de madeira. Com isso podemos marcar ao longo do raio valores de  $\omega$ , obtendo um tacômetro radial.

A força mínima para vencer os obstáculos (buracos na ripa) é a mesma para as 4 posições. Cada bolinha, devido à sua posição ( $r$ ), necessita de um conveniente  $\omega$  para atingir tal força mínima e sair do disco pela tangente.

### Construção dos experimentos – Parte V:

- **Força elástica como resultante centrípeta**

Esta experiência ilustra a deformação que um corpo elástico sofre ao girar em relação a um referencial inercial.

Para a construção deste experimento utilizou-se de uma base de ferro com um pequeno eixo perpendicular no centro da base. Neste pequeno eixo soldou-se um pedaço de ferro em forma de “C”. Neste pedaço de ferro, fixou-se um arame que atravessa um chumbo de pesca preso a uma mola. Também foram feitos 2 furos na base de ferro para fixá-la ao disco do banco de rotações (Figura 14).



Figura 14: Material utilizado para o experimento da força elástica como resultante centrípeta.

### **Análise teórica do experimento da força elástica como resultante centrípeta**

Sabemos que no movimento circular uniforme existe uma força centrípeta, atuando sobre o corpo acelerado de massa  $m$ . Sabemos também que a força elástica que uma mola exerce sobre um objeto é  $F = kx$ , onde  $k$  é a constante elástica da mola e  $x$  é a posição do objeto preso na mola a partir de sua posição de equilíbrio. No caso que estamos estudando,  $x$  varia de 0 (posição de equilíbrio) a  $R$  (raio máximo da trajetória, quando o peso atinge a extremidade do ferro em forma de “C”). No experimento em estudo, força elástica como resultante centrípeta, vemos que a força resultante sobre o peso de chumbo será esta força elástica  $F_r = kx$ . Como a aceleração centrípeta é dada por  $\omega^2 r$  no movimento circular uniforme, temos pela segunda lei de Newton:  $F_r = m\omega^2 r$ . Ou  $kx = m\omega^2 r$ .

A partir disso, vemos que se tivermos uma rotação com um  $\omega$  grande, veremos a mola totalmente esticada com o chumbo chegando ao limite,  $R$  máximo. Neste ponto teremos uma força de contato ( $F_{\text{cont}}$ ) do ferro em forma de “C” do experimento segurando o chumbo. Então neste ponto teremos como força resultante:

$$\begin{aligned} F_r &= ma \\ kx + F_{\text{cont}} &= m \omega^2 r \end{aligned}$$

Quando a mola deforma-se o máximo neste experimento, considera-se agindo uma força de contato que limita uma maior deformação da mola. Esta força de contato aumenta conforme aumentamos  $\omega$ , dada a equação acima.

## Conclusões

A montagem de diversos experimentos no banco de rotações permite o estudo de muitos fenômenos envolvendo a força centrípeta e o movimento circular. Estuda-se o movimento circular uniforme, fluidos em rotação, uma analogia ao achatamento da Terra etc. A visualização desses fenômenos torna-se uma ferramenta didática importante para que o professor torne mais ilustrativa e interessante a teoria envolvida nos experimentos, principalmente a nível de ensino médio.

Com isso, esperamos ter contribuído com uma ferramenta poderosa a ser levada pelo professor em sala de aula, já que a experimentação em física é muito pouco utilizada de uma maneira geral nas escolas de ensino médio, principalmente nas escolas públicas.

## Referências

[1] Relatório final do projeto "banco de rotações" apresentado à disciplina F809 do Instituto de Física da Unicamp no segundo semestre de 2004, feito pelo aluno Luís Gustavo Vitti, sob a orientação do Prof. André K. T. de Assis.

[2] Homepage: <http://www.feiradeciencias.com.br/sala05/> com descrições detalhadas de todos os experimentos listados acima, acessada em 07/06/2005.

[3] Homepage: <http://paginas.terra.com.br/educacao/fgravidade/> com descrições teóricas sobre o experimento de achatamento da Terra, acessada em 05/2005.

[4] K. R. Symon, Mecânica (Editora Campus, Rio de Janeiro, 5ª edição, 1982). Tradução de G. B. Batista, págs. 312-314.

## Anexos

Referência [2]:

# $F_{cp}$ - calha semi-circular

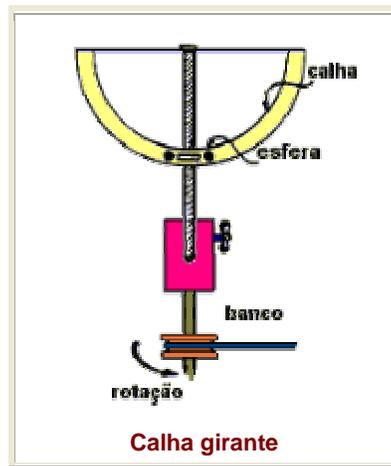
Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

### Objetivo

Mostrar que conforme a velocidade angular do sistema aumenta, os raios de rotações das esferas também aumentam, de modo a acomoda-las em novas posições de equilíbrio relativo.

### Experimento

A calha pode ser confeccionada em madeira bem lixada, em perfis de alumínio ou mesmo mediante uso de um tubo plástico grosso e transparente. Esse sistema é colocado no devido orifício do banco de rotações.



Use inicialmente esferas de aço de raios iguais e, numa segunda experimentação, de raios diferentes (massas diferentes). Teste com bolas de aço e bolas de vidro. Observe tudo; anote tudo, justifique tudo.

# $F_{cp}$ - Aro flexível

(Achatamento da Terra)

Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

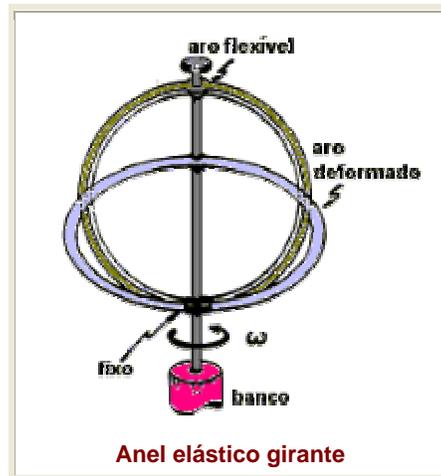
## Objetivo

Mostrar o efeito da rotação da Terra sobre as massas do planeta: o achatamento da Terra nos pólos e a elevação da região equatorial.

## Experimento

Uma lâmina de aço bem fina, com orifícios conforme se ilustra e um eixo de ferro, permitem a construção desse equipamento que deve ser usado em conjunto com o banco de rotações.

Com a rotação, o aro achata-se para se acomodar com o raio de rotação imposto pela resultante centrípeta.



Duas massas iguais (chumbada para pesca) colocadas diametralmente opostas na horizontal, facilitam o visual (e as explicações, por se tratarem de massas concentradas). O termo "força centrífuga" deve ser citado com cuidado; esse conceito de força impropriamente chamadas 'fictícias' exige um tratamento especial, com referenciais não inerciais. Associe o experimento ao caso do achatamento da Terra.

# $F_{cp}$ - Líquido em rotação

(Espelho parabólico)

Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

## Objetivo

Se a rotação desse dispositivo é bastante uniforme, obtém-se um espelho parabólico de mercúrio.

## Experimento

É conveniente colar um disco plástico transparente na boca da taça plástica transparente, para prevenir perdas de mercúrio. As explicações necessárias são postas em  $F_{cp}$  - Líquido em rotação, no exercício prático, desta Sala 05 de exposições.



Mercúrio é material tóxico (vapores), caro e muito 'pesado'. Não se recomenda esse experimento na ausência do professor ou responsável adulto sem conhecimento prático do manuseio de mercúrio. Para Feiras de Ciências recomenda-se o uso de água colorida ou óleo lubrificante. Existe no mercado tampas hemi-esféricas para cobrir pães, bolos etc., muito cômodas para o equipamento.

Um trabalho interessante foi apresentado por um aluno na VI Feira da Escola Municipal de Frutal - MG, onde participei da equipe de avaliação dos trabalhos; ele usou cera (obtida de velas derretidas) aquecida e manteve a rotação até completo endurecimento. O trabalho final foi devidamente pintado, resultado numa bela obra inusitada.

Quem dispuser dos ingredientes necessários para preparar o acrílico, obterá interessante 'prato parabólico'.

# $F_{cp}$ - Força elástica

(Como resultante centrípeta)

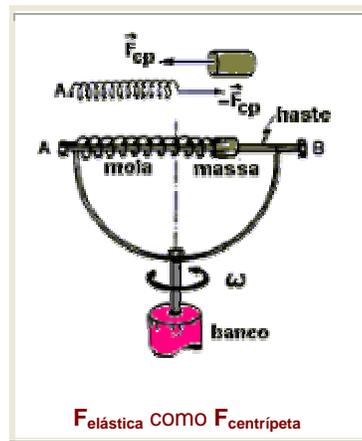
Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

## Objetivo

Essa é, notoriamente, a técnica mais usada para determinar as grandezas que intervêm na resultante centrípeta. Ela está totalmente descrita nos livros clássicos de experimentos sobre a força centrípeta.

## Experimento

O experimento consiste num balancim de contra-peso cilíndrico, que pode deslocar-se ao longo de um trecho da guia AB. Uma mola, fixa por uma das extremidades em A e a outra presa no cilindro de massa  $m$ , exercerá uma força elástica sobre essa massa. Tal força identifica-se com a resultante centrípeta. A deformação da mola ocorre graças à reação da força centrípeta necessária ao movimento da 'massa' ao longo do eixo.



Recomenda-se uma consulta a literatura mais completa sobre esse rotor e o desenvolvimento do experimento para demonstrações em laboratórios universitários.

## Fcp - Vasos comunicantes

(Um deles em rotação)

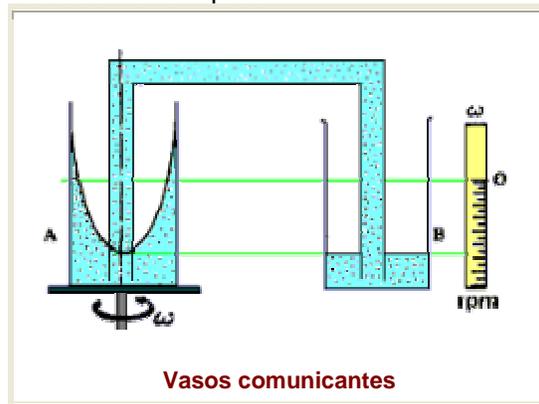
Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

### Objetivo

Aplicação dos conceitos postos sobre líquidos em rotação.

### Experimento

O nível em B corresponderá sempre ao nível do vértice do parabolóide em A. Com a rotação adequada pode-se até sugar todo o líquido de B para A. Uma vez que o abaixamento H é proporcional ao quadrado da velocidade escalar angular (foi bom ter visto isso no trabalho anterior não?), pode-se aferir o nível em B e teremos um excelente tacômetro líquido.



## F<sub>cp</sub> - Compressor hidrodinâmico

Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

### Objetivo

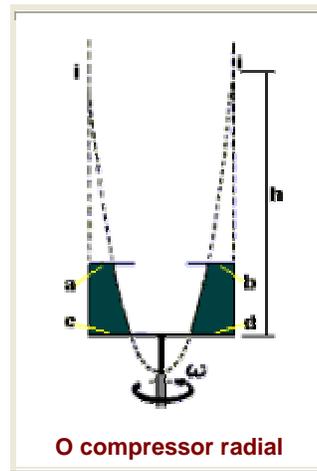
Aplicação dos conceitos postos sobre líquidos em rotação.

### Experimento

Um vaso parcialmente fechado em sua borda superior (tipo lata de tinta) contém um pouco de líquido e gira rapidamente. O líquido, que pode ser mercúrio, descobre o fundo e junta-se nos bordos, formando parte de um parabolóide, como já sabemos.

A pressão em (c) e em (d) é a pressão atmosférica acrescida da pressão devida

a coluna de altura (ci), que pode tornar-se especialmente alta. A 1200 rpm a pressão em (c) e (d) atinge os 1500 m de água, cerca de 150 atm. Isso serve, entre outras, para fixar bandagens em rodas de aço.



## $F_{cp}$ - Tacômetro prático

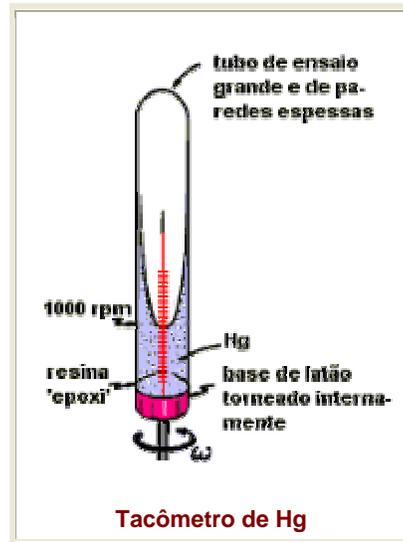
Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

### Objetivo

Aplicação dos conceitos postos sobre líquidos em rotação.

### Experimento

A essas alturas, pelos trabalhos e estudos anteriores, creio que podemos dispensar as explicações.



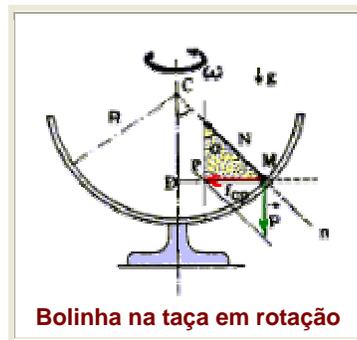
## $F_{cp}$ - Visualizando um exercício

(Taça hemisférica)

Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

### Questão

"Uma taça hemisférica de raio  $R$  gira ao redor de um eixo vertical que passa pelo seu centro  $C$ , com velocidade escalar angular constante  $\omega$ . Definir a posição de equilíbrio relativo da bolinha de chumbo  $M$ , através do ângulo  $\alpha$ ."



### Resolução

A resultante de  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{N}$  é centrípeta. Do triângulo hachurado temos:

$$f_{\varphi} = P \cdot \operatorname{tg} \alpha ; \operatorname{tg} \alpha = \frac{f_{\varphi}}{P} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot DM}{m \cdot g} \text{ ou } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 \cdot DM}{g} \dots [1]$$

Do triângulo CDM vem :  $DM = R \cdot \operatorname{sen} \alpha \dots [2]$

Levando-se [2] em [1]:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 \cdot R \cdot \operatorname{sen} \alpha}{g} \text{ ou } \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 \cdot R} \text{ para } \operatorname{sen} \alpha \neq 0$$

Para se obter um valor para  $\alpha$  deve-se impor que:

$$\omega^2 \cdot R \geq g \text{ ou } \omega \geq \sqrt{\frac{g}{R}}$$

Se  $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}}$  a esferinha repousa no fundo da taça (corresponde à solução  $\operatorname{sen} \alpha = 0$ ).

Nota: O mesmo tratamento algébrico deve ser dado ao pêndulo cônico.

### Sugestão

Coloque na taça experimental duas dezenas de esferinhas de chumbo ou aço (diâmetro de 2 a 3 mm), ponha a taça a girar e observe o 'anel' que se forma na taça. De você pendurar uma bola de isopor dentro da taça e no plano das esferinhas poderá até falar em 'anéis de Saturno' em sua Feira de Ciências.



# $F_{cp}$ - Verificando uma propriedade

( $F_{cp} = m \cdot \omega^2 \cdot r$  ... Tacômetro radial)

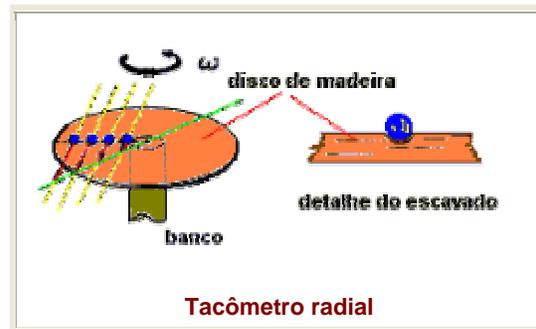
Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

## Objetivo

Verificar a dependência entre o máximo valor da velocidade escalar angular e a força necessária para arrancar uma bolinha de sua 'cama'. Idéia do tacômetro.

## Experimento

Faça pequenos escavados iguais no disco de madeira, ao longo de um raio (detalhe) e deposite uma bolinha de vidro ou aço em cada um deles. Observe que há um valor máximo de  $\omega$ , de modo que todas as bolinhas mantenham-se sobre o disco (e é um valor pequeno!).



Há um determinado valor  $\omega'$  para o qual a bolinha (1) abandona o disco, um outro valor  $\omega''$  para a bolinha (2) etc. Perceba que para subir o escavado (e abandonar o disco) cada bolinha tem que vencer uma mesma força radial mínima (que vem a ser exatamente a máxima força centrípeta em cada bolinha). Assim, com  $F_{cp} = F_r = \text{constante}$ , será  $\omega^2 \cdot r = \text{constante}$ , o que justifica que, para cada  $r$  há um  $\omega$  adequado para que a bolinha abandone o disco.

Essa conclusão permite-nos marcar ao longo do raio, valores de  $\omega$  e, com isso obter um tacômetro radial. Você poderá também fixar nosso tacômetro líquido (ver projeto na Sala 05) ao centro do disco para ler cada um desses  $\omega$ .



A força mínima para vencer os obstáculos (escavados) é a mesma para as 4 posições. Cada bolinha, devido à sua posição ( $r$ ), necessita de um conveniente  $\omega$  para atingir tal força mínima.

Referência [3]:

### Considerações sobre Forças Inerciais e Força da Gravidade

Por Jonildo Bacelar, 1997\*

#### 1. Introdução

A definição de *força da gravidade*, adotada em textos clássicos de Geodésia (VANICEK & KRAKIWSKI, 1986; GEMAEL, 1981; ZAKATOV, 1962), é dada como a soma da *força gravitacional* com a *força centrífuga*. Essa definição pode surpreender alguns iniciantes em Geodésia, acostumados com textos da Mecânica Clássica que evitam ou consideram injustificado o uso de uma *força centrífuga* em estudos da Dinâmica dos corpos em rotação (SEARS et al., 1985, p.109; MERIAM, 1976, p.181).

De acordo com SYMON (1982) “*Existe uma grande confusão em relação ao termo força centrífuga, que, na realidade, não é uma força, pelo menos na Mecânica Clássica, e não estará presente se se faz referência a um sistema de coordenadas fixo no espaço*”.

A definição do *sistema de referência* é o real motivo dessa confusão aparente, nos estudos de corpos em rotação. O tipo de *sistema de referência* adotado nem sempre está claro nos textos que tratam do assunto. O uso freqüente de um sistema de coordenadas não-inercial, nesses estudos, torna conveniente o uso do conceito de *força centrífuga*, considerada como um tipo de *força inercial* ou *pseudoforça* (RESNICK et al., 1992). Por outro lado, quando se adota um *referencial inercial*, o conceito de *força centrífuga* não faz sentido e o mesmo ocorre com a *força da gravidade*, que é definida a partir dessa.

Se a aceleração de um corpo é medida com base em um referencial acelerado, em relação a um *referencial inercial*, a força resultante sobre esse corpo não é igual à sua massa vezes a sua aceleração. Para tornar a *Lei de Newton* válida, nesses casos, pode-se introduzir as chamadas *forças inerciais*, que dependem da aceleração do referencial (TIPLER, 1985).

Simula-se, assim, um *estado de equilíbrio* e pode-se estudar o problema pelos métodos da *Estática*. Dessa forma, um corpo submetido a uma *força centrípeta* é equilibrado por uma *força centrífuga*, de mesma intensidade, mas de sentido oposto. BEER e JONHSTON (1991) mostram alguns exemplos de como *forças inerciais*, simulando *equilíbrio dinâmico* do sistema de forças, podem ser usadas para simplificar a solução de problemas.

BONFORD (1980), em sua definição de gravidade: “*the vector sum of the acceleration due to the attraction of the earth, and that due to the centrifugal force arising from the use of rotating axes of coordinates*”, deixa claro que a *força centrífuga* surge devido ao sistema de referência empregado (maiores detalhes nos §5.00, §6.08 e *Appendix I*, dessa referência).

Neste Texto faz-se um resumo bibliográfico sobre o conceito e aplicação de *força centrífuga* e de seu uso na definição de *força da gravidade*. Analisa-se, também, o caso da composição de forças que agem em um corpo situado na superfície física da Terra, considerando-se um *referencial inercial*.

## 2. Forças Inerciais

O conceito de *força inercial* surge da adoção de um *sistema de coordenadas não-inercial* na explicação de fenômenos físicos em *Dinâmica*. MERIAM (1976, p.180 e 254) explica esse problema tomando-se eixos de referência fixos a um corpo rígido que executa um movimento plano geral. Um observador, fixo a esses eixos, não pode medir qualquer movimento do corpo em relação ao seu sistema de referência móvel. O observador supõe, assim, que o corpo está “*equilíbrio*”. A única forma de traduzir esse *estado artificial de equilíbrio*, de modo coerente, é pela imposição de uma *força fictícia* de mesma intensidade e sentido contrário à força resultante que atua sobre o corpo, segundo um sistema de referência inercial. Essa *força fictícia* é chamada de *força inercial*. MERIAM (1976, p.180), que é contra o uso desse método, lembra que a transformação aparente de um problema de *Dinâmica* em um de *Estática* tornou-se conhecido como *Princípio de D’Alembert*, devido ao *Traité de Dynamique* de D’Alembert, publicado em 1743, que abordava problemas sob esse ponto de vista.

O conceito de *força centrífuga*, caso especial de *força inercial*, pode ser entendido com o auxílio do vagão de trem esquemático da Fig. 1, que descreve uma curva para a esquerda, em movimento circular uniforme. Uma esfera de massa  $m$  está presa ao teto do vagão por uma corda. Um observador, em terra, considera que a deflexão observada na corda, deve-se simplesmente à tendência da esfera de manter seu estado de inércia. No entanto, um observador no interior do vagão vê a esfera como se uma força  $f$ , atuando sobre ela, fosse a responsável pela deflexão da corda. Essa *força inercial*  $f$ , atuando “*para fora*” e perpendicular à tangente à curva descrita pela esfera, é tradicionalmente denominada de *força centrífuga*.

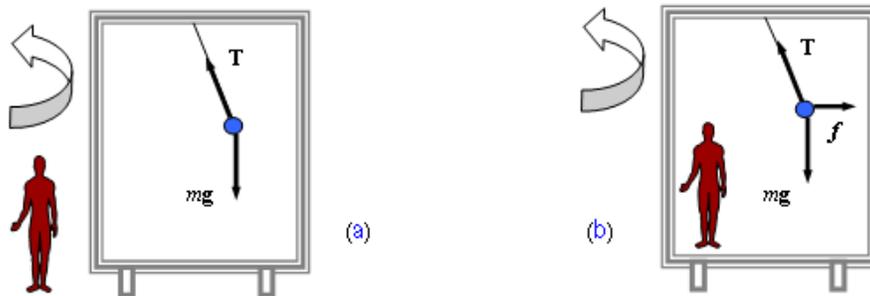


Fig. 1 - Exemplo esquemático de um vagão de trem fazendo uma curva para a esquerda. Uma esfera de massa  $m$  e sujeita à aceleração da gravidade  $g$ , está presa ao teto do vagão por uma corda, com uma tração  $T$ . No exemplo (a), um observador inercial, em relação ao solo, vê a esfera fazer a curva, junto com o vagão, com uma aceleração centrípeta dada pela componente horizontal de  $T$ . Para um observador dentro do vagão, que sofre a mesma aceleração deste, a esfera está em equilíbrio e, por isso, é necessário uma força fictícia  $f$  que equilibre a componente horizontal de  $T$ . [Adaptação de TIPLER (1985, p.142)].

ALONSO & FINN (1972) desenvolvem o seguinte raciocínio para justificar analiticamente uma *força inercial*:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV'}{dt} + \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

$$m \frac{dV'}{dt} = m \frac{dV}{dt} - m \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

Os termos de (2) têm a dimensão de força, sendo que a força que atua em  $m$ , medida pelo observador inercial, é  $F = m dV/dt$ . De acordo com ALONSO & FINN, se o observador não-inercial adotar a mesma definição de força ele medirá uma força  $F' = m dV'/dt$ . Tem-se, dessa forma, que:

$$F' = F - m \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

ALONSO & FINN denominam o termo  $- m dv/dt$  de “uma força fictícia chamada força inercial”. Note que, se os dois observadores  $O$  e  $O'$  fossem inerciais, ou seja, possuísem velocidades relativas constantes em relação a um sistema inercial,  $v$  seria constante e, conseqüentemente  $dv/dt = 0$ . Nesse caso, a consideração de uma *força inercial* (ou de uma *força centrífuga* no caso de movimentos de rotação), para descrever o movimento da partícula, não faria nenhum sentido.

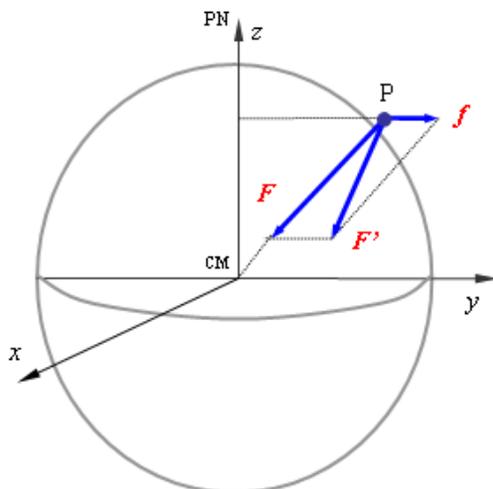


Fig. 2 - Representação da composição vetorial da *força da gravidade*  $F'$  como a soma da *força de atração gravitacional*  $F$  com a *força centrífuga*  $f$ . As forças atuam sobre uma partícula situada em um ponto P referido a um sistema de coordenadas não-inercial, geocêntrico e que gira solidário à Terra.

### 3. Força da Gravidade em Referenciais Não-Inerciais

No estudo do movimentos de corpos próximos à superfície da Terra é conveniente o uso de sistemas de coordenadas que giram solidários à Terra. Esses sistemas são do tipo *não-inercial* e induzem à consideração de *forças inerciais* quando se deseja explicar os movimentos dos corpos sobre a superfície da Terra.

BONFORD (1980, p.398) explica que a rotação da Terra pode ser ignorada e um ponto P qualquer, fixo à Terra, pode ser considerado estacionário quando adotamos uma *força centrífuga*  $w^2p$ , atuando em cada partícula de massa unitária, onde  $w$  é a velocidade angular e  $p$  é a perpendicular tomada de P ao eixo de rotação. Essa perpendicular dá a direção da *força centrífuga* que atua no sentido “*para fora*” do movimento de rotação da Terra.

A Fig. 2 representa esquematicamente a *força da gravidade*,  $\mathbf{F}'$ , como a composição vetorial da *força centrífuga*,  $\mathbf{f}$ , e da *força gravitacional*,  $\mathbf{F}$ , atuando sobre uma partícula em P, com base em um referencial  $(x, y, z)$  não-inercial que gira solidário à Terra.

#### 4. Composição de Forças em Referenciais Inerciais

O conceito de *força centrífuga* não é amparado pela Mecânica Clássica, pois ela só existe se adotamos um referencial não-inercial. A *força da gravidade*, sendo deduzida a partir da *força centrífuga*, também só aparece quando usamos um referencial não-inercial.

A Fig. 3 mostra um paralelepípedo situado sobre a superfície física da Terra e sujeito à ação da gravidade. A composição de forças que atuam sobre o paralelepípedo, como indicada na Fig. 3, é uma adaptação das abordagens apresentadas por SEARS et al. (1985, p.117) e RESNICK et al. (1992, p.349). Desprezando-se o movimento orbital da Terra, pode-se considerar o sistema de coordenadas geocêntrico  $(x', y', z')$  como um *referencial inercial* (não girante com a Terra). Supondo-se a Terra esfericamente simétrica e com rotação constante, o paralelepípedo está em movimento circular uniforme, com raio dado pela sua distância ao eixo de rotação, tomada perpendicularmente a este. De acordo com as duas primeiras *Leis de Newton* da Mecânica Clássica, existe uma força resultante atuando sobre o paralelepípedo, que é a *força centrípeta*  $\mathbf{f}_c$ , perpendicular ao eixo de rotação e responsável pelo seu movimento circular. Essa *força centrípeta* é a resultante da *força gravitacional*,  $\mathbf{F}$ , que age sobre o paralelepípedo, e da força  $\mathbf{N}$  provocada pela superfície da Terra que impede o seu movimento, em direção ao centro da Terra, devido à atração gravitacional (usualmente chamada de *força normal*).

A *força centrípeta*  $\mathbf{f}_c$  tem a mesma direção e intensidade da *força centrífuga*  $w^2p$ , do Item anterior, mas sentido oposto. Percebe-se intuitivamente que tanto  $\mathbf{N}$  quanto  $\mathbf{f}_c$  são “*sustentadas*” pela própria força gravitacional. Isso pode ser melhor percebido colocando-se o paralelepípedo da Fig. 3 no equador. Nessa posição, as três forças que atuam sobre o paralelepípedo alinham-se sobre o eixo  $y'$ . Se imaginamos a rotação da Terra aumentando até que  $w^2p > F$ , o paralelepípedo irá seguir na direção da tangente ao seu movimento, entrando em órbita da Terra com a sua velocidade tangencial nesse momento. No caso inverso, se imaginamos  $w = 0$ , o paralelepípedo estará em equilíbrio estático e  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{N}$  terão mesma intensidade e direção, mas sentidos opostos.

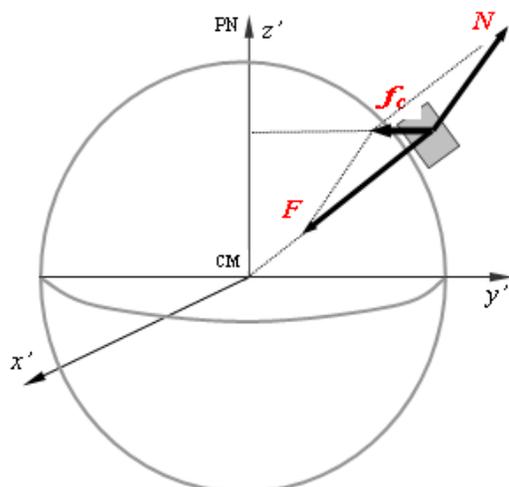


Fig. 3 - Composição de forças atuando sobre um paralelepípedo situado sobre a superfície da Terra, considerando-se um ref. inercial.  $F$  é a força gravitacional,  $N$  é uma força normal e  $f_c$  é a força centrípeta.

## 5. Considerações Finais

Sob os olhos da Mecânica Clássica, que se fundamenta em referenciais inerciais, a *força da gravidade* não se traduz como uma grandeza física, uma vez que uma de suas componentes, a *força centrífuga*, somente é adotada em referenciais não-inerciais. Essa idéia é reforçada pelo fato de que a *força centrífuga* contraria a 3ª *Lei de Newton*, pois não existe uma força de reação a ela.

Em Geodésia Espacial, o estudo do movimento dos satélites não considera normalmente a *força centrífuga*, pois é mais útil se usar referenciais não girantes com a Terra. Como a *força centrífuga* é proporcional à distância ao eixo de rotação, ela tem uma intensidade algumas vezes maior para as órbitas dos satélites mais afastados. BONFORD (1980, p.424), em sua abordagem da gravidade em altitudes de órbitas de satélites, fornece uma equação para calcular o potencial gravitacional, utilizando eixos girantes com a Terra e o conceito de *força centrífuga* (através do potencial centrífugo). BONFORD, entretanto, faz a seguinte observação quanto ao uso desse método para o estudo do movimento de satélites: “*This is unlikely to be required*”.

Do ponto de vista geodésico, é muito útil o uso de referenciais não-inerciais, com as forças inerciais decorrentes dessa opção. O estudo da gravidade, com base em referenciais inerciais, pode se tornar muito complexo. Para MARION (1965) a utilidade do conceito de *força centrífuga* é óbvia, pois a descrição do movimento de uma partícula com relação a um corpo que gira relativamente a um referencial inercial é claramente um problema complicado.

\*Jonildo Bacelar é editor do [www.guiageografico.com](http://www.guiageografico.com)