

**Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP**

**Instrumentação Para o Ensino – F 809**

**Relatório Final**

**12/06/2005**

**Levitação por Indução Eletromagnética**



Coordenador: José J. Lunazzi.  
Orientador: Carlos M. G. Mayolo.  
Aluno: João A. B. Coelho (RA: 024097).

## 1. Resumo

Este experimento utiliza as forças entre um ímã e um condutor em movimento para demonstrar a lei de Lenz. Para tanto basta mover um ímã sobre uma placa metálica não ferromagnética, alumínio por exemplo, e pode-se sentir uma força contrária ao movimento do ímã. Aqui mostramos que uma força de repulsão entre o ímã e o metal também existe e com ela podemos levitar um ímã sobre um disco de alumínio que gira. Existem propostas de construção de trens que levitam sobre os trilhos utilizando este mesmo princípio.

## 2. Introdução

Em 1824, um físico francês chamado Dominique Arago descobriu que um disco de cobre girando perto de uma bússola desvia a agulha na direção da rotação do disco. Na época não existia uma explicação para o fenômeno que só foi explicado satisfatoriamente por Faraday em 1831.

A explicação para o fenômeno observado por Arago está na formação de correntes dentro do disco de cobre. Quando o cobre é posto em movimento em relação a um ímã, como a agulha de uma bússola, a variação do campo magnético do ímã sobre cada ponto do disco gera ali uma corrente que por sua vez gera um campo magnético que, de acordo com a lei de Lenz, irá se opor à variação de campo que a produziu. Dessa forma se o ímã é aproximado de um disco condutor em movimento, como o de cobre de Arago, as correntes geradas neste serão tais que tentarão repelir o ímã assim como pô-lo em movimento junto com o disco.

Se colocarmos então um disco de alumínio a girar por meio de um motor elétrico, e aproximarmos dele um ímã, o disco de alumínio irá repeli-lo e este poderá levitar sobre a superfície do disco.

Podemos também pensar neste fenômeno em bases atômicas. O disco metálico é formado de elétrons e íons, sendo os íons praticamente fixos e parte dos elétrons está livre para mover-se no disco. Se nenhuma diferença de potencial for aplicada os elétrons não vão se mover com relação aos íons e não haverá corrente. Quando giramos o disco, tanto elétrons quanto íons giram com ele na mesma direção e continuamos com uma corrente nula, porém quando aproximamos um ímã do disco que gira elétrons e íons entram num campo magnético com uma velocidade não nula. Como os íons estão

fixos no metal estes não se movem, mas os elétrons livres tendem a entrar em movimento circular uniforme gerando assim correntes no alumínio. Na prática, a grande quantidade de elétrons presentes e o fato do campo não ser uniforme faz com que o movimento do conjunto seja turbulento. O cálculo dessas correntes é de grande complexidade e foi estudado por Foucault motivo pelo qual elas levam o seu nome, correntes de Foucault.

### 3. Modelo Teórico

O experimento pode ser aproximado para fins de cálculo a um dipolo magnético movendo-se a uma distancia  $z_0$  sobre uma superfície de condutividade  $\sigma$  e espessura  $\delta$ . A partir das equações de Maxwell podemos mostrar<sup>[12]</sup> que as correntes geradas pelo movimento do dipolo geram um campo magnético equivalente ao de imagens desse dipolo se afastando da superfície com velocidade  $w = 2/\sigma\mu_0\delta$  sendo que primeiro é gerada uma imagem contrária ao dipolo e logo depois uma imagem de mesmo sentido como na figura abaixo.

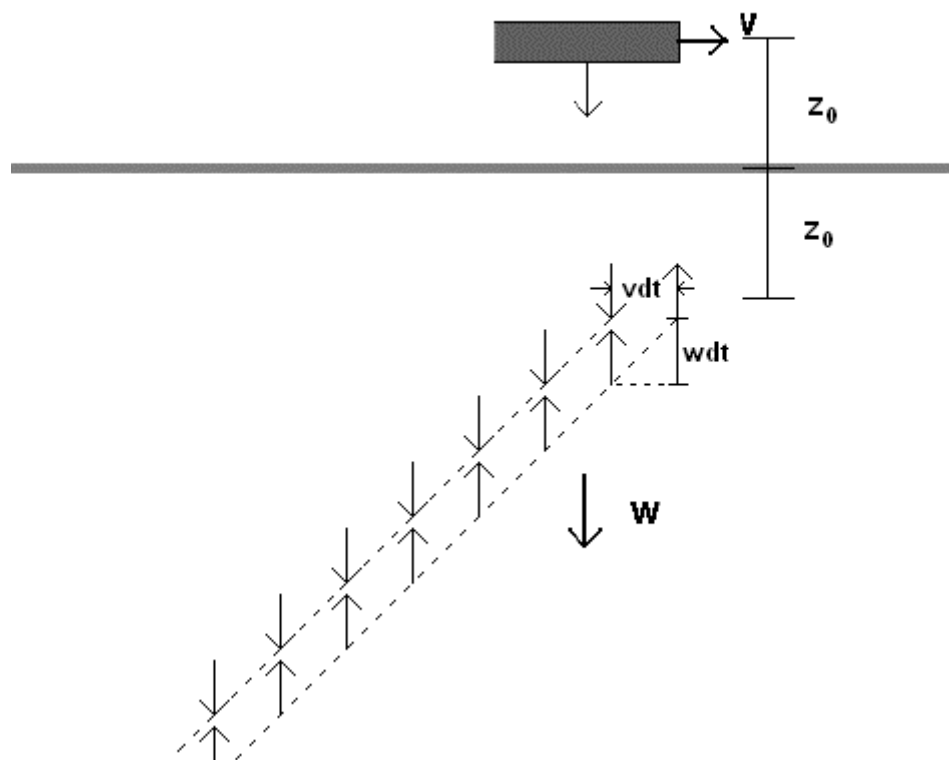


Figura 1: Representação das imagens geradas por um dipolo movendo-se sobre uma superfície condutora.

Podemos então calcular a força que a superfície faz no dipolo simplesmente somando as forças de cada imagem. Este cálculo é de considerável dificuldade e está feito no Apêndice 1. Somando então todas as contribuições temos que a força resultante tem duas componentes, uma de repulsão e uma de sentido contrário ao movimento do dipolo que chamaremos força de arrasto. Estas forças são dadas por:

$$F_{\text{Rep}} = \frac{3\mu_0 m^2}{32\pi z_0^4} \left( 1 - \frac{w}{\sqrt{v^2 + w^2}} \right)$$

$$F_{\text{Arr}} = \frac{w}{v} F_{\text{Rep}}$$

onde  $m$  é o momento de dipolo magnético.

Para  $v \gg w$  a força repulsiva se aproxima assintoticamente de  $(3\mu_0 m^2 / 32\pi z_0^4)$  enquanto a força repulsiva vai a zero sendo inversamente proporcional a velocidade.

Quando  $v \ll w$  a força de repulsão é proporcional a  $v^2/w^2$  enquanto a força de arrasto é proporcional a  $v/w$ . Como  $v/w$  é um número pequeno a força de arrasto é maior que a força de repulsão no limite de baixas velocidades.

Na região intermediária desses limites a força de repulsão sempre aumenta com a velocidade, mas a força de arrasto chega a um máximo e começa a decrescer. Derivando a força de arrasto e igualando a zero encontramos que este máximo se encontra em  $v \approx 1,272w$ . A força de repulsão se torna maior que a força de arrasto a partir de  $v = w$ . Estes resultados podem ser vistos no gráfico da Figura 4.

Para o nosso experimento consideramos o imã como uma espira pela qual passa uma corrente  $i$ , e temos que o momento de dipolo é dado por:

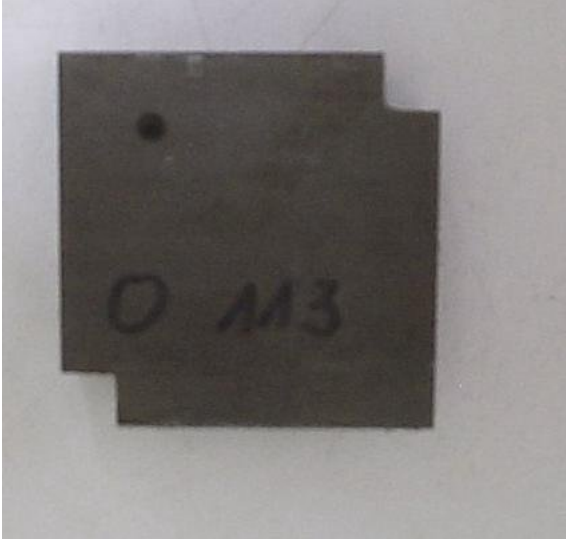
$$m = \frac{2\pi B (r^2 + h^2)^{3/2}}{\mu_0}$$

onde  $B$  é o campo a uma distancia  $h$  e  $r$  é o raio da espira.

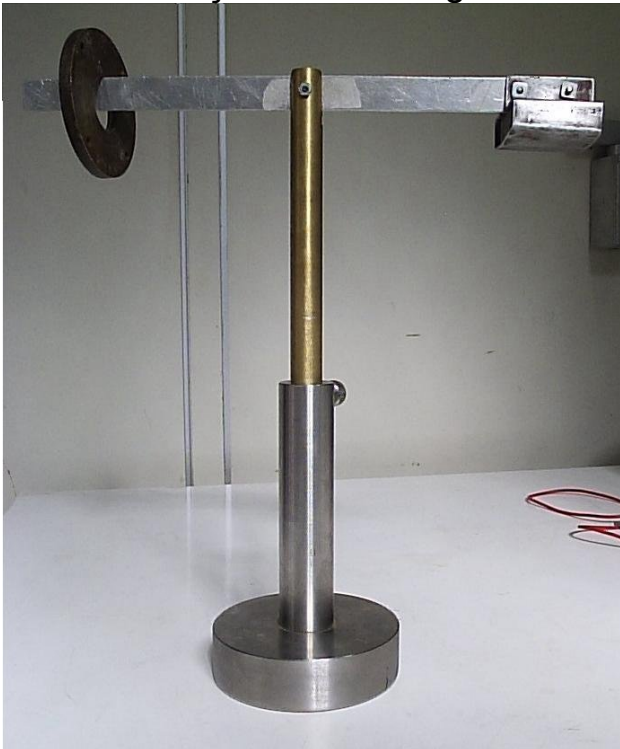
Podemos medir o campo do imã assim como suas dimensões e calcular assim seu momento de dipolo. Com isso temos todos os parâmetros para calcular as forças envolvidas.

#### 4. Materiais

- Um disco de alumínio de 40cm de diâmetro e 6mm de espessura
- Um imã (NdFeB) de dimensões 40 x 40 x 12,4 mm e peso 150g



- Um contrapeso de 200g
- Uma balança de altura regulável



- Um motor elétrico com 1Hp de potência e 1725 rpm
- Um suporte de ar-condicionado
- Um VARIAC de 1,5 kVA
- Um multímetro
- Uma luz estroboscópica de frequência variável

## 5. Montagem

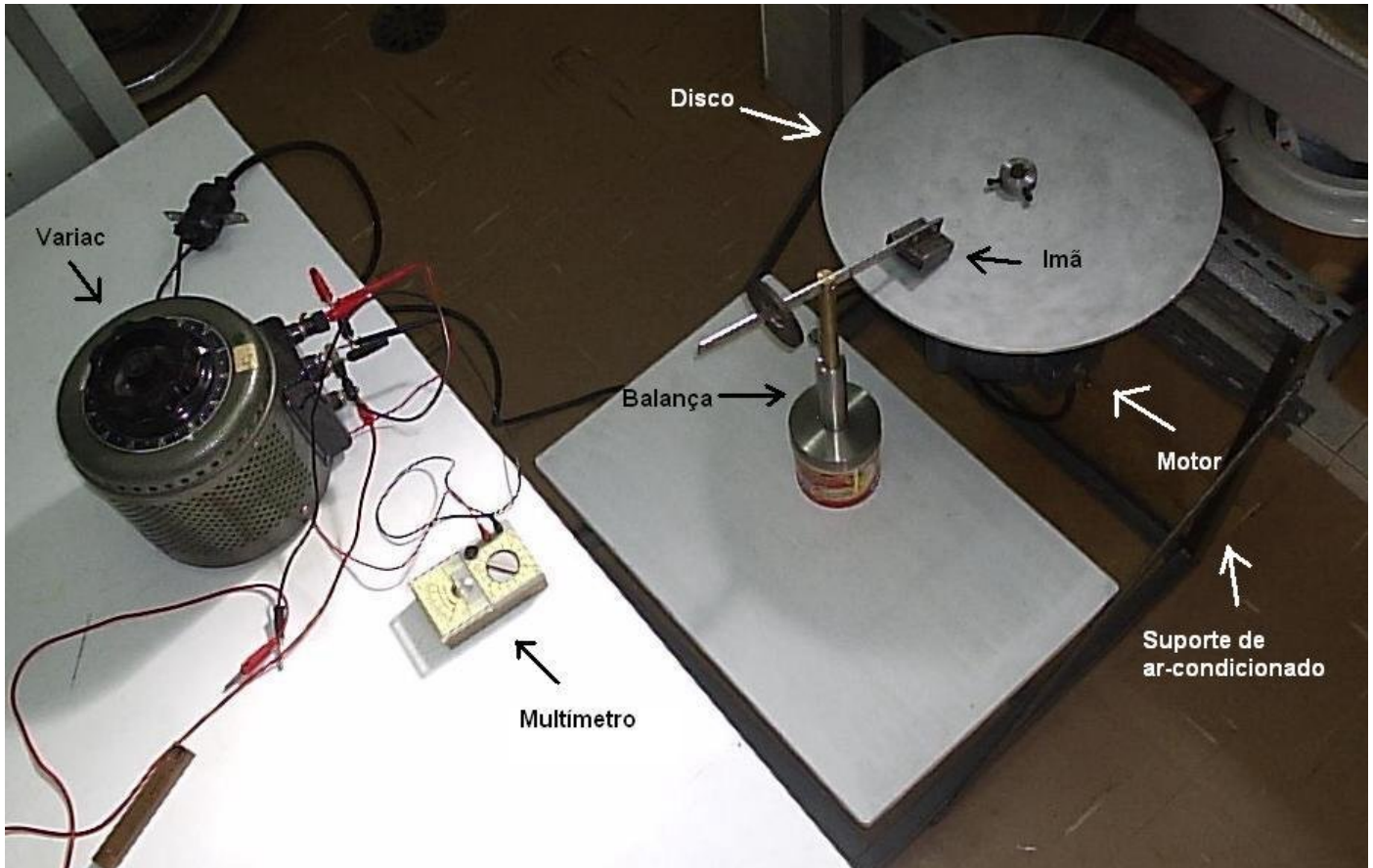


Figura 2: Montagem do Experimento

O motor que conseguimos encontrar não tinha controle de frequência então utilizamos um VARIAC para aumentar a potência do motor aos poucos controlando assim sua velocidade de rotação e evitando uma partida muito brusca que poderia ser perigosa. Com um multímetro pudemos medir a voltagem aplicada no motor. Acoplamos então o disco de alumínio ao motor e colocamos o ímã numa caixa de ferro especialmente construída de forma que este ficasse seguramente preso à balança evitando assim acidentes, pois este é um ímã muito forte. Nenhum dos outros materiais utilizados na

construção da balança é ferromagnético para que não influenciem no experimento. O motor a priori foi construído para funcionar na posição horizontal, como era preciso utilizá-lo na posição vertical aparafusamos ele num suporte de ar-condicionado.

Para a execução do experimento colocamos a balança com o imã e um contrapeso em frente ao disco com o imã sobre o mesmo como na Figura 2.

Ao ligar o motor temos o cuidado de manter o imã fora de contato com o disco para não arranhá-lo ou danificar o motor devido às forças magnéticas de arrasto.

O contrapeso é móvel no braço da balança possibilitando assim a medida de diversas forças de repulsão. Como a altura da balança é regulável através do seu eixo, sempre é possível colocar o braço da balança numa posição horizontal para que o campo do imã seja sempre perpendicular à superfície do disco.

## 6. Resultados

Medimos o campo do imã com um gaussímetro e ele gira em torno de 0.4 Tesla na superfície. Com um paquímetro medimos suas dimensões, que são: 40 x 40 x 12,4 mm. Se o aproximarmos a uma espira de raio igual a 2cm como na Figura 3 e considerarmos o campo a 6,2 mm do centro da espira, temos que seu momento de dipolo é 18,36 A.m<sup>2</sup>.

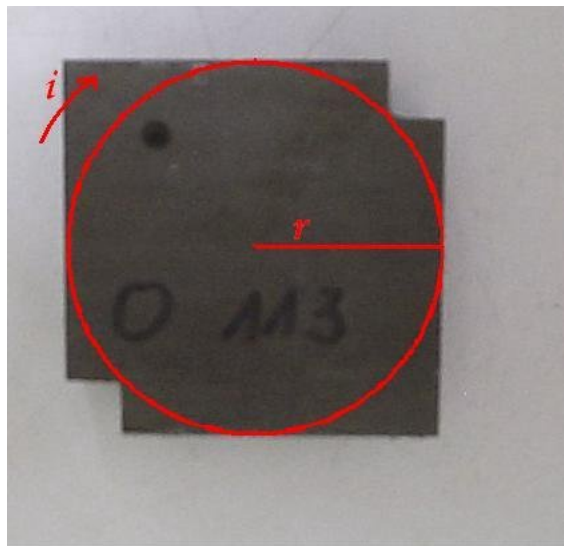


Figura 3: Espira de raio  $r$  como aproximação para o imã

Calculando  $w$  para o alumínio achamos aproximadamente 7,5 m/s. O gráfico abaixo mostra as forças exercidas sobre o ímã em função da rotação do disco, com o ímã à 13cm do centro do disco e a uma altura de 4,5cm.

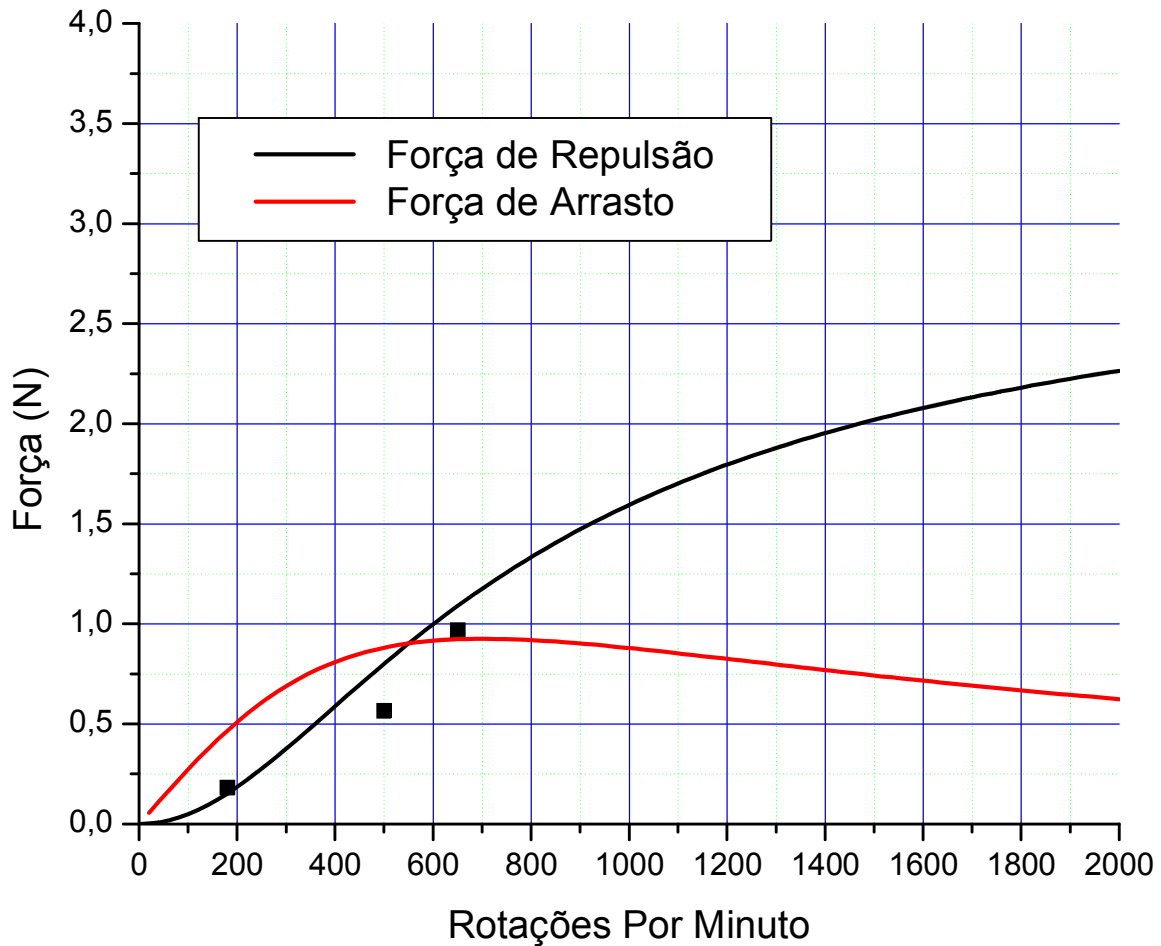


Figura 4: Gráfico da Força no ímã em função da rotação do disco. O máximo da força de arrasto acontece em 700rpm, que equivale a  $v = 1,272w$ . Os pontos são dados experimentais coletados.

A força de repulsão é de alguns Newtons o que está compatível com o peso do ímã. O ímã foi suspenso à cerca de 4cm do disco. Porém, para rotações mais baixas foi necessário utilizar uma altura um pouco maior para que as forças de arrasto não freassem o disco completamente.



O disco começa a girar quando uma voltagem de 8V é fornecida ao motor, mas apenas a 12V a potência é suficiente para manter o disco girando mesmo com a presença do imã. A partir de 20V o motor já consegue levantar o imã sem a utilização do contrapeso e sua altura varia muito pouco para possibilitar uma medida com este aparato. As medidas feitas estão dispostas na tabela abaixo:

Voltagem (V)	Distância ao disco (mm)	Posição do Contrapeso (mm)	Rotações Por Minuto	Força (N)
12,5	45	98	180	0,181
15	45	73,3	500	0,566
17,5	45	47,5	650	0,969
30 (s/ contrapeso)	40	-	900	1,710
30 (c/ contrapeso)	30	-	900	3,670

Tabela 1: Posição do contrapeso para diferentes voltagens do VARIAC. As posições do contrapeso são medidas com um paquímetro a partir do centro do braço da balança e a distância ao disco é dada por marcas feitas na haste de altura regulável. A posição de equilíbrio do contrapeso está em 109,6mm. Para 30V c/ contrapeso o contrapeso foi posto encima do imã. A rotação do disco foi medida com uma luz estroboscópica de frequência variável.

As figuras a seguir mostram a levitação do imã para as diversas configurações de contrapeso:



Figura 5: Levitação do ímã com VARIAC em 12,5V e contrapeso em 98mm.



Figura 6: Levitação do ímã com VARIAC em 15V e contrapeso em 73,3mm.



Figura 7: Levitação do ímã com VARIAC em 17,5V e contrapeso em 47,5mm.



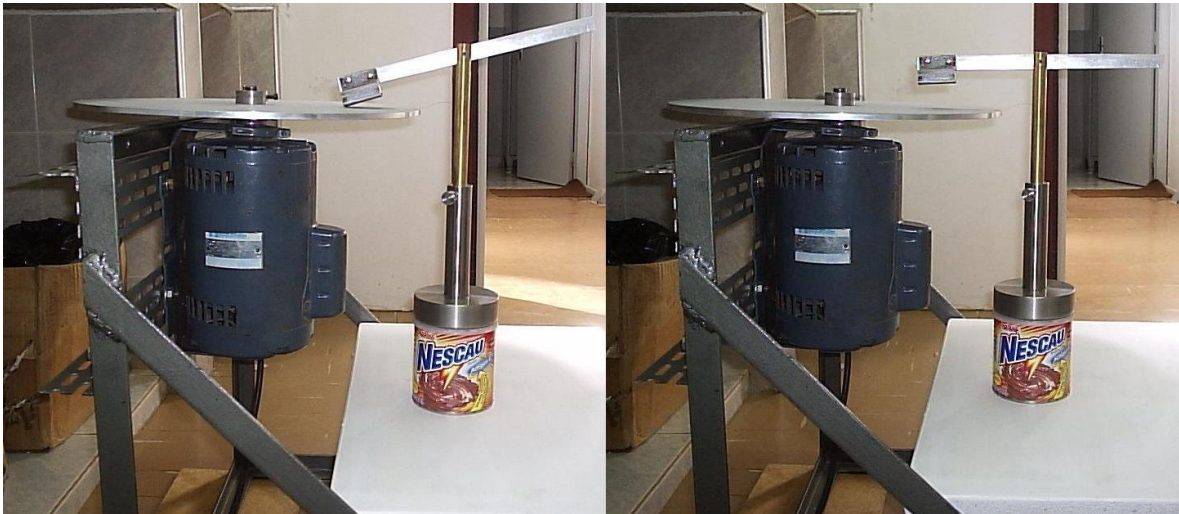


Figura 8: Levitação do ímã com VARIAC em 30V, sem contrapeso.



Figura 9: Levitação do ímã com VARIAC em 30V e contrapeso em cima do ímã.

Para fins de comparação colocamos alguns ímãs comuns de geladeira no lugar do Neodímio-Ferro-Boro. Os ímãs também levitaram, porém a uma altura muito menor.

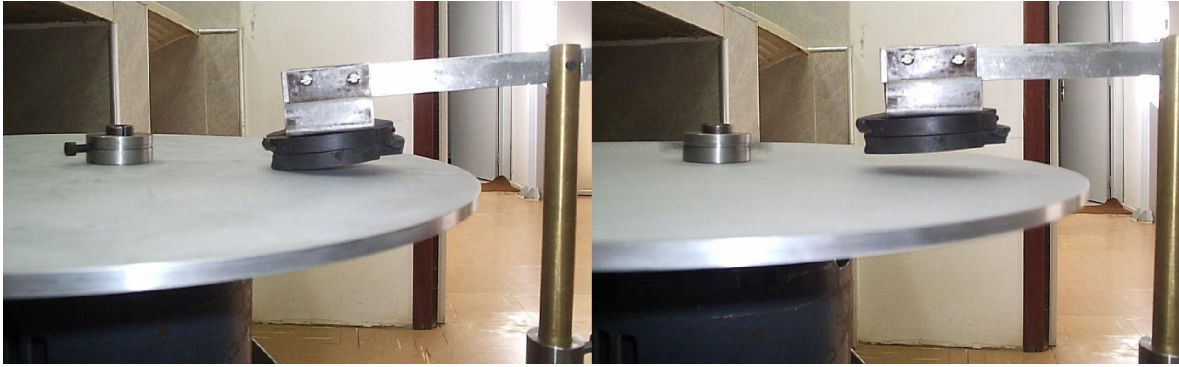


Figura 10: Levitação de ímãs comuns com VARIAC em 30V, sem contrapeso.

## **7. Conclusões**

O experimento funcionou perfeitamente estando de acordo com o modelo teórico. Algumas divergências são esperadas, pois o disco é finito e precisamos considerar efeitos de borda. Além disso, o ímã não é um dipolo perfeito o que reduz bastante a força para pequenas distâncias. Uma dificuldade encontrada foi a estabilização do ímã numa determinada altura. A força de arrasto freia o disco e com isso reduz a altura do ímã aumentando ainda mais o arrasto. Esta dificuldade poderia ser superada com um motor com controlador de rotação embutido para que este não perca potência ao diminuir a rotação.

## **8. Comentários**

O coordenador comentou a falta de resultados experimentais no relatório parcial. A parte experimental do projeto só pôde ser iniciada após o relatório parcial pela demora na confecção dos materiais utilizados. No projeto, não ficou claro o que gerava a variação de fluxo magnético no alumínio e esperamos que esta questão tenha sido esclarecida neste relatório.

## **Apêndice 1**

Um dipolo magnético pode ser representado simplesmente por dois monopolos magnéticos. Esta é apenas uma representação matemática para facilitar os cálculos visto que não existem monopolos magnéticos na natureza. O campo de um monopolo é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^2}$$

Na direção radial.

Se considerarmos então um monopolo magnético se movendo com velocidade  $v$  acima de uma placa condutora infinita de condutividade uniforme a uma altura  $z_0$  e considerarmos o tempo entre as imagens da Figura 1 como sendo discreto podemos escrever o campo resultante na direção perpendicular à placa como:

$$\Delta B_z = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2z_0 + nwt}{[(nvt)^2 + (2z_0 + nwt)^2]^{3/2}} + \frac{2z_0 + nwt}{[(nvt + vt)^2 + (2z_0 + nwt)^2]^{3/2}}$$

Fazendo o limite para o tempo entre as imagens indo a zero e integrando temos:

$$B_z = \frac{3\mu_0 v^2 q}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{(2z_0 t + wt^2) dt}{[v^2 t^2 + (2z_0 + wt)^2]^{5/2}}$$

A força de repulsão obtida é:

$$F_{\text{Rep}} = qB_z = \frac{\mu_0 q^2}{16\pi z_0^2} \left( 1 - \frac{w}{\sqrt{v^2 + w^2}} \right)$$

Um calculo similar da força de arrasto mostra que esta é igual a:

$$F_{\text{Arr}} = \frac{w}{v} F_{\text{Rep}}$$

Considerando a força conjunta nos monopolos obtemos que as forças de repulsão e de arrasto para um dipolo são:

$$F_{\text{Rep}} = \frac{3\mu_0 m^2}{32\pi z_0^4} \left( 1 - \frac{w}{\sqrt{v^2 + w^2}} \right)$$

$$F_{\text{Arr}} = \frac{w}{v} F_{\text{Rep}}$$

onde  $m$  é o momento de dipolo magnético.

## Referências

- [1] Site [http://www.feiradeciencias.com.br/sala13/13\\_04.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala13/13_04.asp)
- [2] Site <http://www.hardenberg-gymnasium.de/physic>
- [3] J. R. Reitz, “Forces on moving magnets due to eddy currents”, J. Appl. Phys. 41, 2067-2071 (1970).
- [4] T. D. Rossing e J. R. Hull, “Magnetic levitation”, Phys. Teacher, 29, 552 (1991).
- [5] R. P. Feynman, R. B. Leighton e M. Sands, “The Feynman Lectures in Physics” (Addison-Wesley, reading, MA, 1969), Vol. 2.
- [6] W. R. Smythe, “Static and Dynamic Electricity” (McGraw-Hill, New York, 1968), 3<sup>rd</sup> ed.
- [7] H. D. Wiederick, N. Gauthier, D. A. Campbell e P. Rochon, “Magnetic braking: Simple theory and experiment”, Am. J. Phys, 55, 500-5003 (1987).
- [8] M. A. Heald, “Magnetic braking: Improved theory”, Am. J. Phys. 56, 521-522 (1988).
- [9] L. H. Cadwell, “Magnetic damping: Analysis of an eddy current brake using an air track”, Am. J. Phys. 64, 917-923 (1996).
- [10] J. M. Aguirregabiria, A. Hernández e M. Rivas, “Magnetic braking revisited”, Am. J. Phys. 65, 851-856 (1997).

- [11] D. J. Griffiths, "Introduction to electrodynamics" (Prentice Hall, New Jersey, 1999), 3<sup>rd</sup> ed.
- [12] J. C. Maxwell, "On the induction of electric currents on an infinite plane sheet of uniform conductivity", Proc. R. Soc. Lond. A20, 160 (1872).