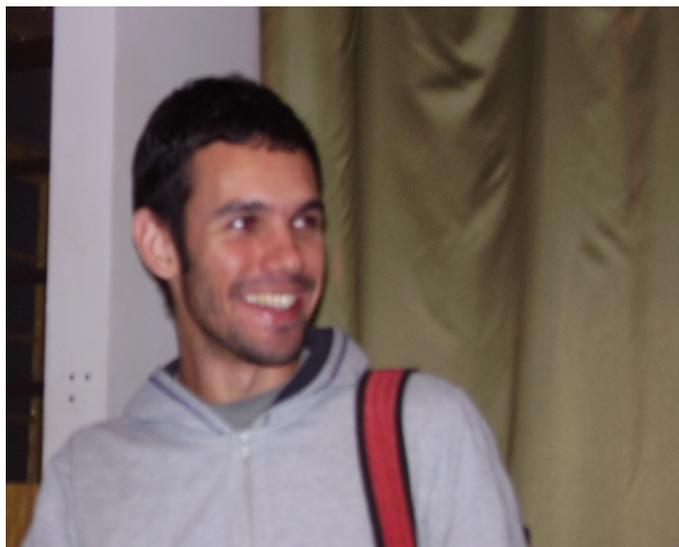


Relatório Final de F809 Instrumentação para o Ensino

Título: Contribuição a Construção de Espelhos Parabólicos

Aluno: Leandro Aparecido Nogueira de Paula, 009079

Orientador: Pedro Raggio



Introdução

Fundamentos teóricos

Parábola

Definição

Proposição 1

Demonstração

Parabolóide elíptico

Proposição 2

Parábola por rotação

Mecânica de Newton

Mecânica Relacional

Breve história dos espelhos curvos

Convergência ao foco do espelho parabólico.

Experimento

Parabolóide de gesso

Acabamento liso

Aluminização da parábola de gesso

Conclusão

Agradecimentos

Comentários do coordenador

Referências

Introdução

Um dos objetivos da disciplina é a apresentação de experimentos em sala de aula que facilitem, ilustrem ou ajudem no aprendizado de conceitos físicos importantes para os estudantes. Levar experiências à sala de aula pode ser uma atividade importante para o professor, como fator de motivação e para despertar o interesse científico dos alunos.

Especificamente este trabalho tenta motivar os alunos para a compreensão e construção de sistemas ópticos relativamente simples, mostrando sua viabilidade.

O objetivo deste trabalho tem por finalidade viabilizar a construção de um sistema óptico particularmente muito interessante e estimular aos alunos quanto a imaginação de outros sistemas. Ao ser construída duas calotas parabólicas espelhadas poderá ser elucidado de forma simples o entendimento e a experimentação de uma imagem real produzida pela convergência de raios de luz, “mirage” [1]. A inexistência do objeto visto no local onde ele parece estar, mostra que ‘ver alguma coisa’ não é apenas uma experiência física, mas um fenômeno de percepção. O que ‘vemos’ não é o objeto em si, mas o resultado das impressões que a luz proveniente desse objeto causam na retina que, por sua vez, são interpretadas e decodificadas pelo nosso cérebro [2].

Para que a imagem real obtida com o sistema seja tão semelhante quanto a imagem que vemos do objeto há a necessidade de uma superfície parabólica, onde a qualidade da imagem distorce no caso de espelho esférico, devido a um fenômeno chamado aberração esférica. Para evitar este fenômeno indesejado construímos um parabolóide de gesso por meio da 'rotação do balde de Newton'. E para a produção da superfície espelhada utilizamos somente papel laminado.

O pioneirismo no trabalho se desdobra ao tentarmos construir o sistema com material extremamente acessível aos alunos e professor e, também, não há referências sobre a solidificação da forma parabolóide que surge na 'rotação do balde de Newton'. Embora no Canadá fizeram espelhos para astronomia com mercúrio em constante rotação, mas sempre líquidos e horizontais.

Fundamentos Teóricos

PARTE I - MECÂNICA

Parábola

Definição

Uma parábola é o conjunto dos pontos $P(x,y)$ do plano eqüidistantes de uma reta r (diretriz) e de um ponto F (foco), não pertencente a r [3] - veja

ilustração na Fig.a- ou seja, a parábola é o conjunto dos pontos $P(x,y)$ tais que

$$\text{dist}(P,F)=\text{dist}(P,r)$$

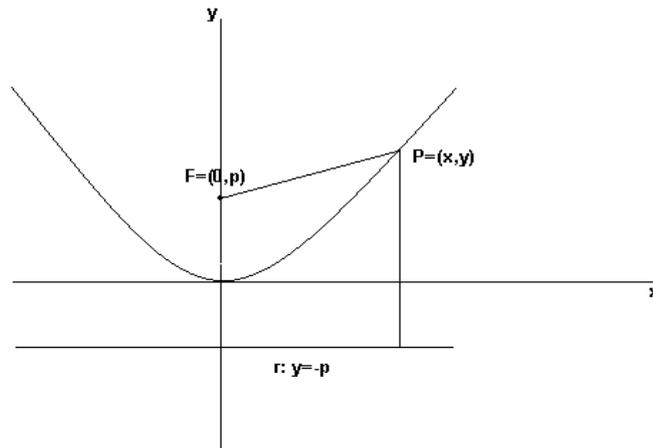


Fig. a: a distância do foco F a um ponto P da parábola é igual a distância da reta r a este ponto P.

Proposição 1

A equação de uma parábola com foco $F(0,p)$ e reta diretriz $r: y=-p$ é

$$x^2=4pz \quad \text{ou} \quad z=(4p)^{-1}x^2$$

Demonstração

A parábola é o conjunto dos pontos $P(x,y)$ tais que

$$\text{dist}(P,F)=\text{dist}(P,r) \quad \Rightarrow \quad [\text{dist}(P,F)]^2=[\text{dist}(P,r)]^2$$

que neste caso temos

$$[\text{dist}(P,F)]^2=(x-0)^2+(z-p)^2$$

e

$$[\text{dist}(P,r)]^2=(x-x)^2+(z+p)^2$$

Assim

$$\begin{aligned}
 (x-0)^2+(z-p)^2 &= (x-x)^2+(z+p)^2 \\
 x^2+z^2-2zp+p^2 &= z^2+2zp+p^2 \\
 x^2 &= 4pz \\
 z &= (4p)^{-1} x^2
 \end{aligned}$$

c.q.d.

Na Fig.a, o ponto P_o é o ponto da parábola mais próximo da reta diretriz e é chamado de vértice da parábola. A parábola é a curva que se obtém seccionando-se um cone por um plano paralelo a uma reta geratriz do cone.

Parabolóide elíptico

Uma superfície de revolução é uma superfície que pode ser obtida pela rotação de uma curva plana, chamada geratriz, em torno de uma reta fixa, chamada eixo de revolução, no plano da referida curva. Cada ponto em cima da geratriz descreve uma circunferência em torno do eixo. Esta circunferência é chamada seção meridiana.

Se o eixo de revolução é o eixo z e uma curva geratriz que está situada no plano xz tem equação

$$f(x,y)=0 \quad \text{Eq.1}$$

então o paralelo que tem altura igual a z é uma circunferência de raio dado por $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Por outro lado, um dos pares (r,z) ou (-r,z) satisfaz a Eq.1, pois o paralelo intercepta o plano xz nos pontos (r,0,z) e (-r,0,z). Assim o ponto (x,y,z) satisfaz a equação

$$f(\sqrt{x^2 + y^2}, z)=0 \quad \text{ou} \quad f(-\sqrt{x^2 + y^2}, z)=0$$

Proposição 2

Portanto se o seu eixo de revolução é o eixo z e a curva geratriz está situada no plano xz com equação f(x,y), então a equação da superfície é

$$f(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z)=0$$

Assim considere a parábola situada no plano xz de equação

$$z=(4p)^{-1} x^2 \quad \text{Eq.2}$$

A equação da superfície de revolução gerada pela rotação desta parábola em torno do eixo z é obtida trocando-se x por $\pm\sqrt{x^2 + y^2}$ na equação acima. Ou seja,

$$z=(4p)^{-1}(x^2 + y^2) \quad \text{Eq. 3}$$

que é a equação de uma superfície de revolução chamada parabolóide elíptico de revolução.

Parábola por 'rotação do balde de Newton'

A distinção entre forças de inércia e forças verdadeiras atribui um papel privilegiado aos referenciais inerciais. Qual é a razão disto?

Um referencial inercial, onde só atuam forças verdadeiras, distingue-se de um referencial não-inercial pelo fato de não ser acelerado. Podemos perguntar, porém: com respeito a quê?

Para Newton, a resposta seria: com respeito ao “espaço absoluto”. Logo no início dos “Principia”, ele introduziu esta idéia, dizendo: “ O espaço absoluto, por sua própria natureza, sem relação com qualquer objeto externo, permanece sempre idêntico e imóvel”. Os movimentos “absolutos” se distinguiriam dos relativos pelos efeitos das forças de inércia. Para ilustrar esta idéia, Newton deu o seguinte exemplo de uma experiência que ele próprio havia feito.

Um balde com água é suspenso por uma corda bem torcida e solto, de modo a permanecer em rotação durante muito tempo. Inicialmente, a superfície da água permanece plana e horizontal Fig. b, com a massa líquida praticamente imóvel, mas depois de algum tempo, quando a água entra em rotação junto com o balde, a sua superfície torna-se côncava, assumindo uma forma parabólica Fig. c. O estágio inicial existe devido a forças de atrito (viscosidade): leva algum tempo para que o movimento de rotação do balde seja comunicado à água.

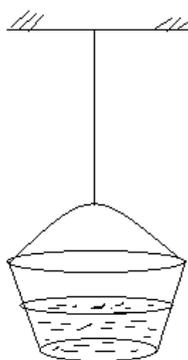


Fig b: balde de Newton em repouso

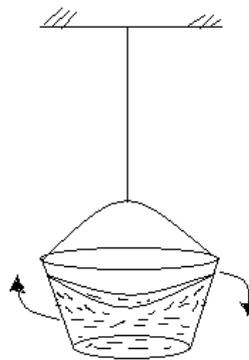


Fig. c: balde de Newton em rotação

Segundo Newton, a existência das forças centrífugas responsáveis pela forma côncava assumida pela superfície da água Fig.c demonstram que nesse caso seu movimento é “absoluto”.

No caso da Fig.b, a água tem um movimento de rotação relativo ao balde mas sua superfície permanece horizontal. Teríamos assim um critério objetivo para determinar a rotação “absoluta”.(...)

A idéia de Newton do espaço absoluto foi criticada por Leibniz e Berkeley, e, dois séculos mais tarde, pelo físico austríaco Ernest Mach, que escreveu: “Para mim, só existem movimentos relativos..., não vejo, neste ponto, nenhuma diferença entre rotação e translação. Obviamente não importa se pensamos na Terra como em rotação em torno do seu eixo, ou em repouso enquanto as estrelas fixas giram em torno dela...A lei de inércia deve ser concebida de tal forma que a segunda suposição leve exatamente aos mesmos resultados que a primeira. Torna-se então evidente que, na sua formulação, é preciso levar em conta as massas existentes no Universo.

Segundo Mach, portanto, a lei de inércia não diz respeito a aceleração com respeito ao “espaço absoluto”, mas sim com respeito ao CM (centro de massa) de todas as massas do Universo. Deste ponto de vista, não é por coincidência que se verifica ser uma boa aproximação de referencial inercial um referencial ligado às estrelas fixas'(pois não haveria forças de inércia)'. A melhor aproximação de um referencial inercial seria um referencial em repouso com relação ao movimento médio da matéria do Universo. Em resposta ao exemplo de Newton do balde em rotação, Mach argumentou que o movimento de rotação relativo ao balde não gera forças centrífugas porque a massa do balde é muito pequena. Para que o efeito centrífugo sobre a água fosse comparável ao de todas as demais massas (embora muito distantes) do universo, seria preciso que as paredes do balde tivesse uma espessura gigantesca.

O princípio de Mach corresponde a essa idéia de que a inércia mede uma resistência à aceleração com respeito às massas de todos os corpos do universo, sendo portanto afetada por essas massas. Einstein mostrou que essa idéia encontra confirmação pelo menos qualitativa na teoria da relatividade geral. Assim resulta da teoria que a inércia de um corpo aumenta quando outras massas são colocadas na sua vizinhança; se essas massas são aceleradas, induzem no corpo uma força na direção da aceleração. Um corpo em rotação gera em seu interior um campo de forças centrífugas e de Coriolis que atuam sobre massas colocadas dentro dele (como o 'balde girante' sugerido por Mach). Todos esses efeitos são demasiado pequenos para serem detetáveis na escala de laboratório.

Por outro lado, a realização completa da idéia de Mach depende da distribuição de matéria no universo, ou seja, de um modelo cosmológico. Neste sentido, as incertezas existentes não permitem uma verificação conclusiva, o problema continua aberto [4]. Por esse motivo derivaremos o foco do parabolóide em termos da velocidade angular de rotação do balde usando o formalismo de Newton mas vale a pena ressaltar que existe uma teoria conceitualmente diferente das concepções newtonianas, uma vez que não leva em conta a idéia de espaço absoluto e considera apenas grandezas relativas. Esta teoria é a Mecânica Relacional. Contudo os formalismos se identificam ao tratarmos da 'rotação do balde de Newton'. A teoria que leva em conta o espaço absoluto é a teoria de Newton. A diferença fundamental entre estas duas teorias é que no referencial do balde girante as forças responsáveis pela forma parabolóide da água na teoria newtoniana são fictícias enquanto na mecânica relacional estas forças são reais e devidos a interação da água girando no balde com o restante de matéria do Universo.

Mecânica de Newton

Vamos obter a forma da superfície da água no interior do balde que gira, utilizando para isso a mecânica newtoniana [5]. Consideramos o líquido (no caso a água) como um fluido incompressível homogêneo ideal com densidade ρ .

Na primeira situação o balde e a água estão em repouso em relação a um referencial inercial, Fig. b. A Terra é um bom referencial inercial para esta experiência. A superfície da água é plana e a pressão dentro dela cresce em função da profundidade h de acordo com $p(h) = p_o + \rho gh$ onde $p_o = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 10^5 \text{ N/m}^2$ é a pressão atmosférica e $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ é o campo gravitacional da Terra. Desta expressão podemos obter o princípio de Arquimedes: a força para cima (empuxo) exercida pela água em qualquer corpo submerso de volume V é dada por ρgV . Esta força não depende da massa do corpo mas apenas do volume submerso e da densidade do líquido que o circunda.

Consideramos agora o balde e a água girando juntos com uma velocidade angular constante ω em relação a um sistema inercial. A superfície da água fica côncava como representada pela Fig.c.

A maneira mais simples de obter a forma da superfície quando o balde e a água giram com uma velocidade angular constante em relação à Terra é considerar um sistema de referência centrado na parte mais baixa da superfície da água girando, com o eixo z apontando verticalmente para cima, Fig.d

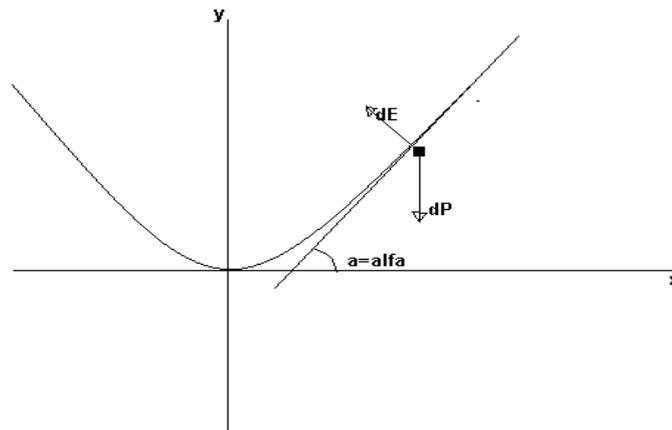


Fig. d: Pressão e força peso atuando num elemento de líquido logo abaixo da superfície

Vamos considerar um pequeno volume de líquido com massa $dm_i = \rho dV$ logo abaixo da superfície. Ele sofre a força gravitacional para baixo $dP = dm_i g$ e uma força normal à superfície do líquido devido ao gradiente de pressão, $d\vec{E}$. Como esta pequena porção de água move-se num círculo centrado no eixo z , não há uma força vertical resultante. Só vai haver

uma força centrípeta resultante apontando em direção ao eixo z que muda a direção do movimento, mas não o módulo da velocidade tangencial. Da Fig.c obtemos neste caso (x sendo a distância de dm_i ao eixo z):

$$dE\cos\alpha = dP = dm_g g$$

$$dE\sin\alpha = dm_i a_c = dm_i \frac{v_t^2}{x} = dm_i \omega^2 x$$

Destas equações e utilizando que $dm_i = dm_g$ resulta que

$$\tan\alpha = \frac{\omega^2}{g} x$$

Utilizando que $\tan\alpha = \frac{dz}{dx}$, onde $\frac{dz}{dx}$ é a inclinação da curva em cada ponto e o fato de que queremos a equação da curva que contém a origem $x=z=0$ resulta:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\omega^2}{g} x$$

$$\frac{dz}{dx} dx = \frac{\omega^2}{g} x dx$$

$$\int \frac{dz}{dx} dx = \int \frac{\omega^2}{g} x dx$$

$$z(x) = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + K$$

Eq.4

$$z(0) = k = 0 \quad \Rightarrow \quad z(x) = \frac{\omega^2 x^2}{2g}$$

Isto é, a curva é uma parábola. Quanto maior for o valor de ω , maior será a concavidade da curva. Como esta parábola gira em torno do eixo z, utilizando a *proposição 2* fazemos então a substituição $x \rightarrow \pm\sqrt{x^2 + y^2}$ e obtemos

$$z = \frac{\omega^2}{2g} (x^2 + y^2)$$

Eq. 5

que é um parabolóide elíptico de revolução dado pela Eq.2.

Comparando a Eq.2 e a Eq.4 vemos que

$$\frac{1}{4p} = \frac{\omega^2}{2g}$$

$$p = \frac{g}{2\omega^2}$$

Eq. 6

Esta última relação incrivelmente relaciona a velocidade de

rotação do balde com o foco do parabolóide. E mostra ainda mais incrivelmente que esta relação independe do tipo de material dentro balde, mas depende somente se este material é incompressível, homogêneo e ideal (hipóteses utilizadas no início para se obter a forma parabolóide). Também, quanto maior for o valor de ω mais próximo estará o foco do vértice ($p=0$).

PARTE II - ÓPTICA

Breve história dos espelhos curvos

Não é simples dizer como teria começado a óptica. As sombras são, sem dúvida, o tipo de imagem mais primitivo [6]. A luz, é a energia que sempre manteve a vida na Terra (sabe-se de pouquíssimos seres vivos que podem viver sem luz, ou sem se alimentar de outros que necessitam dela). Os primeiros movimentos (p.ex. vegetais) na procura de posições mais iluminadas talvez seria o começo.

Quais são os documentos que mostram o trabalho do homem por criar instrumentos ópticos?

Fala-se dos espelhos Chineses, que alguns consideram metálicos e portanto não muito lisos. Também se diz dos gregos antigos e dos árabes, que já teriam tratados sobre a luz.

Mas muito dificilmente se encontra uma menção aos espelhos americanos, que seriam mais antigos pois surgiram pelos Incas há 4000 anos, e que os Olmecas aprimoraram há 3000 anos, dando à superfície todo tipo de curvaturas. Eles são feito de minério de Ferro.

A qualidade dos espelhos Olmecas e o fato desta tecnologia avançada ter desaparecido são surpreendentes. Eles influenciaram na religião (Tezcatlipoca, "O espelho fumejante", de onde sai fumaça, p. ex.) e teria feito com que os nativos reverenciassem os europeus que chegavam, pois estes possuíam espelhos, coisa que somente sacerdotes ou pessoas da nobreza possuíam.

A aparição de figuras na frente dos espelhos convergentes (existe um truque baseado nisto, conhecido nos parques de diversão como "A Rosa Azteca") pode ter sido explorada como assunto divino. A imagem surge suspensa no ar, como se fosse um holograma. Há registros de que os Olmecas já haviam experimentado este efeito com os espelhos curvos que conseguiam produzir. No Museo Nacional de Antropologia-México-DF, pode ser encontrada pequenas esculturas Olmecas de figuras femininas usando espelhos no peito. Há espelhos divergentes de uns 5 cm de largura e que permite ver o rosto de uma pessoa refletido. Podem ser encontrados também alguns espelhos Olmecas convergentes; o maior tem diâmetro de aprox. 12cm.

Convergência ao foco do espelho parabólico.

Existe uma propriedade interessante das parábolas que tem aplicações na construção de holofotes, faróis dianteiros dos automóveis, telescópios, antenas... [7]. Na Fig. e (abaixo), a reta PT é a reta tangente no ponto P ao

gráfico da parábola.

O ponto F é o foco da parábola e α é a medida do ângulo entre o segmento de reta FP e a reta tangente PT . A reta PR é paralela ao eixo da parábola e β é a medida do ângulo entre PR e PT . Portanto, para provarmos a propriedade do espelho parabólico, temos que provar que $\alpha = \beta$ (mas antes deve ser mostrado que a reflexão ocorre no mesmo ângulo de incidência).

Para provar a propriedade da convergência ao foco das ondas incidentes no espelho parabólico, utilizamos a seguinte alternativa.

- Traçando uma reta ao ponto P (ponto onde a onda incide) e traçando uma reta normal (perpendicular à reta tangente) temos que $\alpha = \beta$.
- A reta tangente intercepta o eixo y no ponto denominado Q .

Se provarmos que $\overline{FP} = \overline{FQ}$, ou seja, que o $\triangle QFP$ é isósceles, sabemos que os seus ângulos da base são iguais.

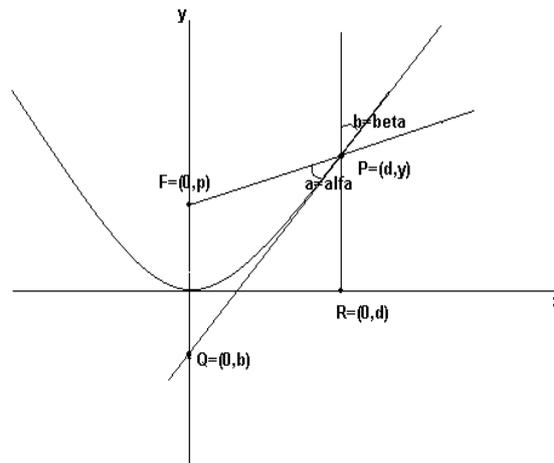


Fig. e: Dedução da convergência ao foco dos raios incidentes paralelos ao eixo óptico.

Pela equação da parábola (Eq.2), sabemos que:

$$z = (4p)^{-1} x^2$$

O foco da parábola é dado por:

$$F = (0, p)$$

As coordenadas do ponto P são:

$$P = \left(d, \frac{d^2}{4p} \right)$$

A equação da reta tangente pode ser escrita como:

$$z = ax + b$$

Dessa forma, sabemos que as coordenadas do ponto Q serão:

$$Q=(o, b)$$

Mas a reta $z=ax+b$ ainda não é tangente. Para tal, precisamos que haja uma intersecção entre as equações da parábola e da reta tangente:

$$z=(4p)^{-1}x^2 \text{ e } z=ax+b$$

Igualando as duas equações acima, teremos:

$$(4p)^{-1}x^2 = ax+b$$

Rearranjando a equação e igualando-a a zero, temos:

$$x^2 - 4pax - 4pb = 0$$

Esta equação admite duas soluções. Se estas duas soluções são distintas ($\Delta > 0$) entre si, então teremos dois pontos de intersecção e a reta será secante à parábola. Para que haja apenas uma única solução e assim a reta seja tangente devemos ter ($\Delta = 0$):

Então

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac = 0 \\ \Delta &= 16p^2a^2 + 16pb = 0 \\ 16pb &= -16p^2a^2 \end{aligned}$$

$$\text{então } b = -a^2p$$

Eq. 6

Substituindo o valor de b na equação da reta tangente $y=ax+b$, teremos:

$$y = ax - a^2p$$

Substituindo as coordenadas (x,y) de P na equação acima:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{4p} &= ad - a^2p \\ a^2p - ad + \frac{d^2}{4p} &= 0 \end{aligned}$$

Resolvendo a equação do segundo grau

$$a = \frac{d}{2p} \pm \frac{\sqrt{d^2 - \frac{4pd^2}{4p}}}{2p}$$

$$a = \frac{d}{2p} \pm \frac{\sqrt{d^2 - d^2}}{2p}$$

$$a = \frac{d}{2p}$$

temos o valor de a, e assim sabemos os valores de b (pela Eq.6) e Q

$$b = -a^2 p \qquad Q = (0, b)$$

$$b = -\left(\frac{d}{2p}\right)^2 p \qquad Q = \left(0, -\frac{d^2}{4p}\right)$$

Agora temos as coordenadas dos 3 pontos principais (F,P e Q):

Para o $\triangle QFP$ ser isósceles, a distância entre \overline{FP} e \overline{FQ} devem ser iguais. Elevando os dois termos ao quadrado para facilitar os cálculos, temos que:

$$\overline{FP}^2 = \overline{FQ}^2$$

$$(0-d)^2 + \left(p - \frac{d^2}{4p}\right)^2 = 0 + \left(p + \frac{d^2}{4p}\right)^2$$

$$d^2 + \left(p^2 - \frac{d^2}{2}\right) + \left(\frac{d^4}{16p^2}\right) = p^2 + \left(\frac{pd^2}{2p}\right) + \left(\frac{d^4}{16p^2}\right)$$

$$d^2 + p^2 = p^2 + d^2$$

$$d^2 = d^2 \qquad c.q.d.$$

Dessa forma, o $\triangle QFP$ é isósceles pois possui os dois lados iguais e portanto os seus ângulos da base também são iguais.

A reta tangente intercepta o eixo y e a reta x=d. Sendo y e d duas retas paralelas cortadas por uma transversal (reta tangente), nos dá a propriedade que os ângulos α e β são iguais.

Devido a esta propriedade da parábola $\alpha = \beta$, raios paralelos ao eixo óptico convergem exatamente para o foco.

Experimento

A formação de imagem convergente por campo amplo através de dois espelhos parabólicos já tem sido encontrada na literatura, como um exemplo visite [1]. No entanto o custo deste modelo produzido industrialmente chega a quase \$30,00. Isso faz deste trabalho muito importante, uma vez que o

pioneirismo do mesmo visa o desenvolvimento de espelhos parabólicos de gesso e papel laminado reduzindo absurdamente o custo de produção. Como o trabalho ainda está sendo desenvolvido ainda não se sabe da qualidade máxima de imagem que pode ser conseguida com estes materiais. Como o trabalho é pioneiro a técnica utilizada para o melhoramento da imagem é realizada por tentativa e erro. Da idealização do projeto quando cursava disciplina no laboratório de óptica onde existe um “modelo industrial” até o momento que comecei a trabalhar intensamente transcorreram aproximadamente seis meses. Quando comecei a materializar a idéia até o momento de hoje já se passaram cinco meses empregando o princípio de tentativa e erro. Ao longo desses onze meses passados, de Julho de 2005 a Junho de 2006, consegui construir um protótipo onde já é possível vislumbrar uma imagem real, embora um pouco distorcida e pouco nítida devido a problemas cujas soluções podem com certeza ser encontradas por um experimentador interessado no assunto. Mas para este melhoramento o trabalho deveria ser estendido por mais alguns meses, no entanto o prazo para sua conclusão se encontra encerrado.

Tentarei fazer uma narrativa breve do que foi realizado ao longo destes onze meses.

Há três meses atrás quando iniciei o projeto comprei uma folha de papel laminado e um quilograma de pó de gesso. Era preciso testar a aderência do gesso no papel laminado. O papel laminado é constituído por um plástico com filme de prata (plástico filmado) aderidos a uma folha de papel. Recortei um pedaço do papel laminado e coloquei na água corrente e retirei a parte de papel ao esfregá-lo com o dedo, restando apenas o plástico com o filme de prata. O gesso líquido é preparado ao misturar água e pó de gesso, misturando até atingir uma consistência pastosa. Daí em diante o processo de solidificação é muito rápido, demorando alguns poucos minutos. Em seguida o plástico com filme de alumínio foi estendido sobre uma mesa plana (superfície base) e o gesso pastoso foi despejado sobre o plástico. O resultado útil desta experiência foi o fato que houve a constatação de que o gesso adere muito bem ao plástico e também fossiliza a superfície sobre a qual se encontra o plástico filmado. Esse resultado é importante pois quanto mais lisa for a superfície onde se estende o plástico filmado mais lisa será a superfície refletora do gesso. O mesmo procedimento foi aplicado, para uma superfície base de formato côncavo e uma superfície base plana maior. A aderência e a fossilização do gesso ocorreram da forma esperada. Veja Fig. 1.

Um problema interessante que ocorreu foi devido a coesão do plástico filmado aderido ao bloco de gesso seco com a superfície base. O problema foi eliminado ao espalhar água sobre a superfície base antes de estender o plástico filmado. Assim, o gesso aderido ao plástico filmado (espelho) se solta com mais facilidade da superfície base.

A formação de uma superfície refletora lisa e a reflexão do plástico filmado foi testada anteriormente ao esticar o plástico filmado sobre uma lâmpada de vidro domiciliar comum semi-esférica. Ao redor de uma superfície refletora lisa e pequena ocorreram muitas rugosidades impedindo a formação de imagem nestas regiões. Mas a superfície lisa formada no centro e a refletividade verificada encorajou a continuidade do projeto.



Fig. 1: Testes de adesão do papel laminado sobre superfícies planas e curvas.

Dessa forma para a construção de um espelho côncavo só seria preciso uma superfície base côncava e lisa. Uma bola de plástico grande flexível serviu para este propósito. Uma bola de plástico grande pode ser encontrada em lojas de presentes gerais. A dificuldade agora seria esticar o plástico filmado nesta bola grande. Veja Fig.2. Um bastidor, peça utilizada para bordar em panos, foi usado para este propósito. No entanto, quando o plástico filmado é esticado no bastidor e em seguida forçado contra a bola, ocorre deformações no plástico da mesma forma como relatado no caso da lâmpada. Tentou-se várias soluções para aumentar a área central lisa ou sem rugosidades.

Uma das tentativas foi aquecer o plástico filmado estendido no bastidor para que ele ficasse mais flexível e assim tomar a forma da bola ao ser pressionado contra a mesma. No entanto, o aquecimento não resultou em aumento significativo de flexibilidade, chegando até mesmo a obter o efeito contrário. Quando o plástico foi submetido ao calor um pouco maior, ele embranqueceu, contraiu e se rompeu, perdendo suas propriedades. Por esses motivos, o aquecimento se mostrou inviável para resolver o problema.



Fig. 2: Plástico raiado sobre a bola de plástico para ser esticado.

Uma outra alternativa encontrada para aumentar a área refletora e diminuir as rugas foi cortar o papel laminado em forma de estrela (plástico raiado). O plástico raiado então foi estendido sobre o bastidor e em seguida pressionado contra a bola de plástico. Fitas adesivas foram recortadas de modo que uma extremidade da fita grudasse na raia e a outra extremidade na bola de plástico. Depois que as fitas todas já estavam grudadas no plástico raiado e na bola de plástico, cada fita era desgrudada da bola, tensionada ao ser puxada na direção oposta da raia e grudada novamente. Isto foi realizado fita por fita ciclicamente até que a área sem rugas fosse aumentada. Várias tentativas foram feitas para compreender qual deveria ser a relação entre o tamanho do disco central que aparece no plástico raiado e as próprias raias. Chegou-se a conclusão que quanto maior o número de raias - e portanto menor sua espessura - e maior o disco central, se obtém uma área maior sem rugosidades. Contudo a área não foi suficientemente aumentada de maneira satisfatória. O principal motivo agora foi a falta de rigidez da bola de plástico. Pois quando se esticava o plástico raiado sobre a bola, a mesma deformava, não permitindo aumentar a área sem rugas. Então uma tentativa utilizando o mesmo procedimento mas com um um globo rígido no lugar da bola flexível deveria ser tentado.

Depois de semanas tentando adquirir um globo rígido e finalmente quando ele apareceu, foi possível conseguir uma área sem rugosidades de maneira plenamente satisfatória. Após então esticar o plástico neste globo rígido foi preparado e colocado gesso pastoso sobre o plástico. Esperou-se alguns minutos até que o gesso solidificasse por completo. Em seguida, recortou-se as raias com um tesoura para que o plástico se desprendesse do globo e movimentos de rotação no sentido horário e antihorário foram

simulados sobre o gesso seco, embora eles não ocorriam devido a coesão do espelho formado sobre o globo. Até que com mais tentativas o espelho se soltou. Ocorreu a obtenção de um espelho côncavo com o plástico raiado muito bem aderido ao gesso. Outro espelho foi fabricado utilizando os mesmos procedimentos e um disco central pequeno foi retirado de um dos espelhos resultando num orifício central. Veja Fig. 3.



Fig. 3 : Espelhos côncavos produzidos sobre um globo rígido onde se esticou o plástico raiado.

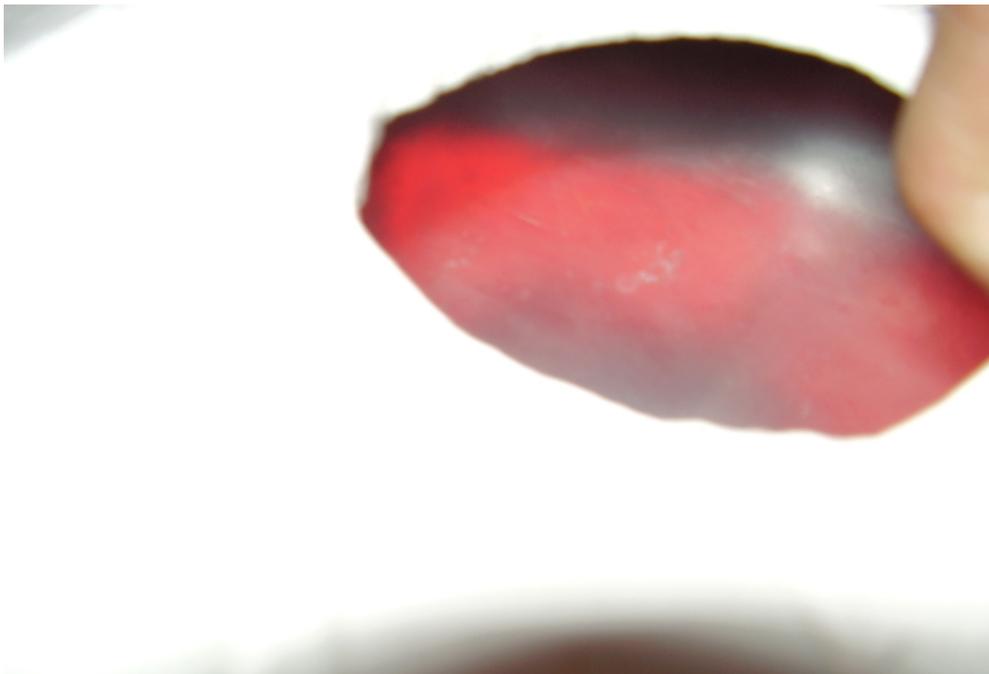


Fig. 4 : Imagem distorcida de um objeto vermelho.

A face refletora dos espelhos foram colocadas de frente para a outra. O sistema de espelhos conseguidos então foi capaz de produzir uma imagem real fraca e distorcida de um objeto liso com contraste em branco e vermelho colocado em um dos focos do sistema montado como explicitado na introdução. Veja Fig. 4. Para resolver o problema da distorção faz-se necessário colocar sobre a bola de plástico um molde parabólico conforme também explicitado anteriormente.

Depois das inúmeras tentativas realizadas concluímos que o material que será utilizado na construção dos espelhos deve ser basicamente os descritos abaixo:

- Uma bola esférica de plástico grande, que servirá como molde para a construção de uma calota parabólica de gesso;
- fibra de vidro e Resina;
- Papel laminado, que será moldado na bola de plástico ao ser esticado na mesma;
- Pó de gesso, que será preparado sobre a bola com o papel espelho previamente assentado sobre ela, afim de servir como suporte para a calota esférica;
- Uma bacia de plástico grande;
- Linhas de nylon;
- Anzol de pesca;
- Fita adesiva;

PARTE I - MECÂNICA

Parabolóide de gesso

Uma parábola de gesso foi feita por 'rotação do balde de Newton'. Como uma das finalidades deste trabalho é viabilizar sua reprodução para alunos e professor, então o material e o método devem ser extremamente acessíveis ao aluno e professor de 2º grau. Dessa forma será empregado apenas uma bacia, linhas de nylon, anzol para pesca e gesso afim de construir a parábola de gesso em rotação.

Quatro alças de fio de nylon são ortogonalmente enroscadas na bacia por meio de anzóis de pesca, para evitar furar a bacia e então danificá-la. Um outro anzol deve ser devidamente colocado no ponto de intersecção das alças. Este encaixe automaticamente já permite um ajuste fino para fornecer um melhor equilíbrio para a bacia. Veja Fig. 5. Pois por este mesmo anzol é encaixado um outro anzol amarrado numa outra linha de nylon que por sua vez se encaixa em algum ponto acima do solo, pode ser na caixinha da lâmpada do teto por exemplo. Dessa forma a bacia fica suspensa, acima do solo, pelo fio de nylon preso às suas alças.

O fio de nylon que prende a bacia ao teto pode adquirir energia potencial de torção. Com um fio relativamente grande para os propósitos do experimento pode-se certamente conseguir uma boa quantidade de energia potencial de torção. Como a bacia estará presa neste fio, ao impulsioná-la estaremos fornecendo energia cinética ao sistema. Milhares de voltas podem

ser dadas na bacia, dependendo do comprimento e da espessura do fio de nylon. Esta energia cinética vai gradativamente se transformando em energia potencial de torção do fio de nylon. Depois de algum tempo rodando a bacia com as mãos e então ter acumulado uma grande quantidade de energia potencial de torção, é preciso deixar a bacia em repouso.



Fig. 5: Bacia com as alças de anzol responsável pela produção do contra-molde parabolóide de gesso.

Com o sistema estaticamente desta forma o gesso deve ser preparado na bacia até adquirir uma certa consistência. Este ponto de consistência é importante, pois quando o sistema entrar em rotação espera-se que o processo de solidificação do gesso ocorra justamente no momento em que o sistema estiver mais estável, ou seja, o movimento observado mais preponderante seja a rotação constante da bacia. Esta estabilidade certamente pode ser conseguida com um sistema simétrico.



Fig. 6: Parabolóide de gesso solidificado fora do ponto.

O movimento deve ser cíclico amortecido, com a bacia girando em um sentido durante um certo intervalo de tempo, e noutro sentido durante um outro intervalo de tempo. Mas o processo de solidificação deve ocorrer somente no primeiro semiciclo com a bacia sempre em movimento. O movimento é amortecido, pois as eventuais forças de atrito transformarão a energia total. A rotação suave com um sistema simétrico certamente não ocorrerá no início do impulso, mas depois de um certo tempo.

Uma bacia maior e um comprimento maior de nylon que prende a bacia a uma extremidade fixa numa certa altura melhora a qualidade da parábola de gesso. Se passar do ponto de consistência antes de colocar a bacia para girar então pode ocorrer uma solidificação prematura. Veja Fig.6. Entretanto, se o gesso ainda estiver muito fino (pouco pastoso), o bloco de gesso pode não suportar seu próprio peso e desmanchar quando a bacia para de girar. Veja Fig. 7.



Fig. 7: Parabolóide de gesso solidificado fora do ponto de consistência.

Mas se conseguir acertar o ponto de consistência para o tempo específico de duração da rotação da bacia, é preciso tomar cuidado com a velocidade de rotação. Pois uma rotação muito lenta pode não resultar na concavidade desejada e por outro lado uma rotação muito rápida pode fazer com que o gesso suba muito pela laterais da bacia resultando num orifício central do parabolóide solidificado. Veja Fig. 8.

Este problema foi solucionado ao observar-se o comportamento do gesso líquido com a velocidade da bacia. Conforme mencionado em *Fundamentos Teóricos*, no início da rotação da bacia o gesso líquido gradativamente vai formando um parabolóide, quanto mais viscoso mais rápido é o processo. Quando o parabolóide é formado é possível observar imagens muito bem definidas produzidas pelo gesso líquido, pois uma camada fina de água se forma em cima do gesso. Neste ponto então podemos dizer que existe um foco, pois as imagens estão muito bem focalizadas.



Fig. 8: Parabolóide de gesso solidificado em rotação muito rápida.

Pela Eq. 6:

$$p = \frac{g}{2\omega^2}$$

podemos ver que se a velocidade de rotação for constante então teremos um foco sempre constante e as imagens não devem mudar sua configuração - nem alongar, nem achatar e nem distorcer - durante o tempo que o balde estiver girando. Então verificando atentamente a configuração da imagem deve-se tentar mantê-la sempre da mesma forma, para conseqüentemente obtermos uma velocidade de rotação bem definida e portanto - o que queremos - um foco bem definido.

Na prática, quando a imagem formada começar a mudar sua configuração é preciso levar os dedos delicadamente nas laterais diametralmente opostas da bacia para freá-la ou acelerá-la, conforme seja o caso julgado necessário. Assim obtém-se a parábola vista na Fig. 9.

Após ter sido feito este contra-molde parabolóide fibra de vidro foi cuidadosamente colocada na sua parte côncava e em seguida preenchida com resina para produzir um molde parabólico convexo para ser colocado sobre a bola de plástico e depois aplicado os procedimentos já efetuados. No entanto este molde parabolóide convexo ficou flexível e bem maior que a bola de plástico. Resolveu-se então descartar a bola de plástico. Preencheu-se então a parte côncava deste molde parabolóide convexo com gesso para ganhar consistência. Veja Fig.10.



Fig. 9: Parabolóide de gesso construído observando qualitativamente a Eq. 6.



Fig. 10: Molde parabolóide de fibra de vidro e resina.

Acabamento liso

Após a forma parabolóide de gesso ter sido solidificada, a sua superfície ainda não estava totalmente sólida. Então, sem retirar o parabolóide da bacia água potável foi jogada sobre o mesmo deixando-o totalmente submerso até atingir o nível máximo da bacia. Em seguida foi misturado um pouco de pó de gesso nesta água. E deixou-se este pó de gesso decantar e depositar-se gradativamente sobre a superfície da parábola por um período de aproximadamente um dia.

Quando a parábola solidifica no balde girante a superfície parabolóide formada se encontra muito porosa, pois ao se preparar o gesso líquido bolhinhas de ar ocorreram na superfície de tal modo que não foi possível ainda eliminar. Ao submergir este parabolóide na água e em seguida misturar pó de gesso nesta água uma camada fina e homogênea de gesso decanta sobre a superfície tampando os poros da mesma. Uma superfície mais lisa é formada. Ao constatar visualmente e com o tato que esta camada está bem firme (quase sólida), a água é retirada de cima do parabolóide cuidadosamente, por meio de uma mangueira desnivelada, para que não danifique a superfície que ainda não se encontra seca. Em seguida, esperou-se o tempo necessário para secar esta superfície, de aproximadamente um dia. Então realizou-se a confecção do molde de resina sobre esta superfície como explicado logo acima. No entanto este molde de resina poderia ter sido lixado para que ficasse ainda mais liso. Esta omissão não foi muito benéfica para o espelho parabolóide construído sobre esta superfície. Ele ficou poroso.

Parte II - Óptica

Aluminização da parábola de gesso

Os raios paralelos ao eixo óptico que atingem a superfície refletora de um espelho esférico não convergem todos para um mesmo ponto. Mas se a superfície for parabólica todos os raios paralelos ao eixo óptico serão refletidos no ponto focal do espelho. Isso deve evitar distorções de imagem no experimento em questão. Mas, por outro lado, uma superfície parabólica tem pouca tolerância a formar boas imagens em ângulos grandes, é provável que o experimento funcione por causa das pupilas dos olhos serem pequenas e uma fotografia da cena com lente de grande abertura pode ficar pouco nítida.

Após ter sido construído o parabolóide de gesso, o processo de aluminização não foi feito pelos métodos usuais como deposição de alumínio ou prata numa câmara de vácuo, e nem mesmo utilizamos a deposição por solução envolvendo o alumínio ou a prata.

O procedimento adotado foi recortar um papel laminado de maneira adequada para a aluminização do formato parabolóide. De fato, não foi precisamente o parabolóide construído por rotação que foi aluminizado. O parabolóide construído por rotação serviu apenas de contra-molde para fabricarmos um molde parabólico. Após o parabolóide ter sido produzido a sua superfície foi coberta por camadas de fibra de vidro e de resina - aquela que

funeleiros utilizam em automóveis. Essa camada de resina foi retirada, na sua forma sólida, do parabolóide de gesso. Em seguida ela preenchida com gesso foi colocada sobre a própria bacia que utilizamos para a construção do contra-molde parabolóide de gesso. Daí resultando no molde parabólico para a colocação do papel laminado.

O papel laminado é encontrado em papelarias no formato retangular, 50 cm x 45 cm. Conforme dito, ele é constituído por um plástico filmado com prata e aderido a uma folha de papel. O papel laminado é recortado na forma de raias, tendo cada raia aproximadamente 3,0 cm de espessura e 2,5 cm de largura. Deste processo resultou então num disco central de aproximadamente 40 cm de diâmetro. Veja Fig. 11.

Em seguida fitas adesivas foram colocadas dispostas contornando o disco de tal forma que metade da fita ficasse na parte das raias e outra metade no lado do disco. Isso garante que ao ser puxada as raias na direção oposta ao disco, o papel como um todo não rasgue. Em seguida o papel raiado assim constituído foi colocado na água corrente para retirar a parte de papel do disco esfregando cuidadosamente com o dedo. Após ter sido retirado todo o papel, restando apenas o plástico filmado no disco, deixou-se secar à sombra completamente. Veja Fig. 12.



Fig. 11: Papel laminado recortado e forma de raias.



Fig. 12: Plástico raiado depois de ter sido retirado o papel do papel laminado.

Óleo de cozinha foi espalhado sobre o molde e em seguida o plástico raiado assim formado foi colocado com sua superfície refletora em contato com o molde parabolóide de resina , que por sua vez estava sobre a bacia. Veja Fig. 13.



Fig. 13: Plástico filmado sobre o molde parabolóide para ser esticado com as fitas adesivas.

Em seguida fitas adesivas foram recortadas de modo que uma extremidade da fita grudasse na raia e a outra extremidade na bacia. Depois que as fitas todas já estavam grudadas no plástico raiado e bacia, cada fita era desgrudada da bola, tensionada ao ser puxada na direção oposta da raia e grudada novamente. Isto foi realizado fita por fita ciclicamente até que a área sem rugas fosse aumentada. Após então esticar o plástico neste globo rígido foi preparado e colocado gesso pastoso sobre o plástico. Esperou-se alguns minutos até que o gesso solidificasse por completo. Veja Fig. 14.



Fig. 14: Gesso solidificado sobre o plástico filmado.

Em seguida, recortou-se as raias com uma tesoura para que o plástico se desprendesse da bola de plástico e movimentos de rotação no sentido horário

e anti-horário foram simulados sobre o gesso seco, embora eles não ocorriam devido a coesão do espelho formado sobre o globo. Até que com mais tentativas e muita força o gesso se soltou. O plástico filmado ficou perfeitamente estendido e liso sobre a parte côncava do gesso constituindo um espelho parabólico. Veja Fig. 15.



Fig. 15: Espelho parabolóide rugoso pois a superfície do molde não foi polida.

Outro espelho deveria ser fabricado utilizando os mesmos procedimentos e um disco central pequeno retirado de um dos espelhos resultando num orifício central. As faces refletoras dos espelhos deveriam ser colocadas de frente para a outra. O sistema de espelhos conseguidos então deveria ser capaz de produzir uma imagem real melhor que a anterior de um objeto colocado em um dos focos do sistema montado como explicitado na introdução. No entanto outro espelho não foi produzido porque é necessário dar polimento liso no molde para melhorar a superfície refletora.

Conclusão

O trabalho desenvolvido iniciou-se a aproximadamente um ano, desde o momento em que me despertou o interesse de produzir este sistema de espelhos côncavos com papel laminado e gesso. No entanto, jamais imaginei no início que o trabalho seria tão árduo e difícil. Os problemas eram inventados para em seguida serem solucionados de maneira que o material e o método sempre estivessem acessíveis aos alunos e professores de segundo grau, jamais recorrendo a auxílios de laboratórios. Aprendi neste trabalho a direcionar meus esforços para um determinado objetivo até alcançá-lo. Deste modo este trabalho se apresenta inconcluído. Pois a imagem real não foi ainda visualizada de maneira satisfatória. É necessário ainda polir o molde de fibra de vidro e resina para melhorar a qualidade da superfície do espelho

parabolóide. É necessário também pulverizar tinta prata sobre o plástico filmado quando ele estiver esticado no molde para melhorar o espelhamento.

Estas sugestões ainda serão praticadas futuramente. No entanto não foram praticadas neste trabalho pois o tempo que dispunha não era suficiente. Desta forma o trabalho se encontra concluído, uma vez que somente a bacia com alças de nylon para mostrar a superfície parabolóide de alguns litros d'água no seu interior já constitui-se num projeto completo para esta disciplina.

Assim este trabalho está além do escopo desta disciplina e merece ser prolongado por tempo maior para quem estiver interessado em novos métodos de construção de espelhos parabolóides com materiais não usuais, como gesso e papel laminado.

Agradecimentos

Agradeço as pessoas que de uma maneira ou de outra me ajudaram a desenvolver este trabalho e especialmente ao Sr. Pedro (orientador) e ao Prof. Lunazzi (coordenador), pois embora o projeto parecesse difícil de ser realizado durante os prazos estabelecidos mostraram-se sempre motivados e sugestivos, contribuições fundamentais para que eu pudesse desenvolvê-lo a um nível satisfatório dentro do tempo que me foi dado.

Comentários do coordenador

No início do curso (**15/03/2006 19:38:43**) eu havia escrito ao Prof. Lunazzi: 'Gostaria de lhe fazer uma visita amanhã pela manhã para lhe mostrar o projeto de F809 que estou desenvolvendo - espelhos côncavos. Grato, Leandro'. E o Prof. Lunazzi respondeu: 'Somente na segunda feira no horário de consulta poderei atendê-lo.'

Em (**20/03/2006 09:27:23**) escrevi novamente: 'Meu orientador será o Eng^o Pedro Raggio. Seu e-mail é ...' E o Prof. respondeu: 'Registrado (aliás, já o estava) aguardo o projeto.' Como o e-mail não apareceu, por falha do sistema Teleduc talvez, voltei a repeti-lo: 'A mensagem anterior não foi seguida com o e-mail do meu orientador, Eng^o Pedro Raggio. Portanto vai uma nova tentativa. Seu e-mail é praggio@ifi.unicamp.br.' Assim o Prof. respondeu: 'Tudo bem, coloque o projeto no Portifólio, simplesmente, porque já está aprovado.' Após ter colocado o projeto no portifólio, ele comentou: 'Projeto aprovado. Sugiro que faça a parábola por meio de gesso em rotação, dando acabamento liso na superfície e espelhando por meio do auxílio de laboratório do Instituto, consulte ao técnico Sr. Salles, do DFA, quem pode espelhar superfícies grandes. Tem de entender porque o espelho precisa ser parabólico, onde a qualidade da imagem distorce no caso de espelho esférico.'

Em (**22/03/2006 19:51:17**), eu havia escrito: 'Prof. Lunazzi, entendo porque há a necessidade de uma superfície parabólica. É para evitar a aberração esférica. Pois os raios paralelos ao eixo óptico que atingem a superfície refletora de um espelho esférico não convergem todos para um mesmo ponto. Mas se a superfície for parabólica todos os raios paralelos ao eixo óptico serão

refletidos no ponto focal do espelho. Isso deve evitar distorções de imagem no experimento em questão.' Ele comentou: 'Sim, mas veja que, por outro lado, uma superfície parabólica tem pouca tolerância a formar boas imagens em ângulos grandes, é provável que o experimento funcione por causa das pupilas dos olhos serem pequenas e uma fotografia da cena com lente de grande abertura pode ficar pouco nítida, em outra hora lhe falo mais disso.' E eu contuei: 'Quanto a sugestão de fazer a parábola por rotação, já estou trabalhando nesta questão. Como uma das finalidades a que me propus para este experimento é viabilizar sua reprodução para alunos e professor, então o material e o método devem ser extremamente acessíveis ao aluno e professor de 2º grau. Dessa forma estarei empregando uma cadeira, uma agulha, uma bacia e linhas de naylor para pesca afim de construir a parábola de gesso em rotação. A agulha será fixada perpendicularmente num pedaço retangular qualquer de madeira e o conjunto pode ser preso numa cadeira através de fita adesiva, para não danificar a cadeira. Duas alças de fio de naylor serão ortogonalmente enroscadas na bacia por meio de anzóis de pesca, para evitar furar a bacia e então danificá-la. Uma extremidade de uma outra linha de naylor será presa no ponto de intersecção das alças por um anzol também e a outra extremidade será pendurada em algum encaixe do teto, pode ser na caixinha da lâmpada do teto por exemplo. Então a região central da bacia ficará suspensa sobre a agulha pelo fio de naylor preso no teto. A agulha é importante para restringir o movimento da bacia ao movimento apenas de rotação. Talvez milhares de voltas podem ser dadas na bacia, dependendo do comprimento e da espessura do fio de naylor. Com o sistema estaticamente desta forma o gesso deve ser preparado na bacia até adquirir uma certa consistência. Este ponto de consistência é importante, pois quando o sistema entrar em rotação espera-se que o processo de solidificação do gesso ocorra justamente no momento em que o sistema estiver estável, ou seja, a única coisa observada seja a rotação constante. Esta estabilidade certamente pode ser conseguida com um sistema simétrico. Por enquanto tenho apenas a bacia, a cadeira e o teto, mas estarei providenciando a construção do sistema, que é muito simples. Quanto ao espelhamento feito no laboratório pode até ser tentado como último recurso, mas no momento foge aos meus propósitos. Desta forma o contra-molde de gesso produzido anteriormente servirá apenas para construir o molde que, por sua vez, será colocado sobre o globo já mencionado no projeto que lhe enviei, afim de transformar o pólo esférico num pólo parabólico.' Então o Prof. Lunazzi disse: ' Não entendi como vai manter a rotação continuada, como vai impulsar a bacia suavemente. No Canadá fizeram espelhos para astronomia com mercúrio em constante rotação, sempre líquidos e horizontais. Boa sorte! Lunazzi'

Em **(24/03/2006 13:48:16)** eu havia escrito: 'Prof. Lunazzi, o fio de naylor que prende a bacia ao teto pode adquirir energia potencial de torção. Com um fio relativamente grande para os propósitos do experimento pode-se certamente conseguir uma boa quantidade de energia potencial de torção. Como a bacia estará presa neste fio, ao impulsioná-la estaremos fornecendo energia cinética ao sistema. Esta energia cinética juntamente com a energia potencial de torção do fio de naylor fornece a energia total para a rotação continuada da bacia. O movimento deve ser cíclico amortecido, com a bacia girando em um sentido durante um certo intervalo de tempo, e noutro sentido

durante um outro intervalo de tempo. Amortecido, pois as eventuais forças de atrito transformarão a energia total. A rotação suave com um sistema simétrico certamente não ocorrerá no início do impulso, mas depois de um certo tempo. Isso pode ser demonstrado certamente ao resolver a equação diferencial do sistema, onde aparece uma solução transiente que decai (exponencialmente?) com o tempo. Quanto ao acabamento liso, será feito com o \\\"método dos funeleiros\\\". O espelho que te mostrei foi conseguido somente quando levei o molde esférico (globo) numa funelaria, onde fizeram o mesmo acabamento liso que fazem para reparar carros. Ficou muito bom. E memorizei o método, que agora vou eu mesmo aplicá-lo.É bem simples!

E assim não houve mais comentários por escrito!

Referências

- [1] Loja 21. Visite a página: <http://www.loja21.com/details.asp?ProdID=3482>;
- [2] Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula. Visite a página http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol10/n2/v10_n2_a5.htm;
- [3] Reginaldo J. Santos; Matrizes Vetores e Geometria Analítica; Março 2002; Biblioteca do IMECC/UNICAMP: 516.3 Sa59m IM/26026 BC/591481, pág. 140;
- [4] Moisés Nussenzveig, 530 N944c 2 e.d. V.1.e.6;
- [5] André Koch Torres Assis, 531 As76m e.2, Mecânica relacional;
- [6] J.J. Lunazzi. Visite a página: http://www.geocities.com/prof_lunazzi/Olmecas/Olm1.htm
- [7] www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530-F590-F690-F809-F895/F809/F809_sem2_2005/ubertoD-Dirceu-RFJ.pdf;