



Instrumentação para Ensino – F609

12/06/2008

Interferometria Doppler usando interferômetro de Michelson



Orientador: Jaime Frejlich (frejlich@ifi.unicamp.br)
Aluno: Danilo José de Lima, RA 032118 (djlima_fisica@yahoo.com.br)

Resumo

Utilizando um Interferômetro de Michelson e um alto-falante comercial com sua membrana pintada com uma tinta apropriada, podemos montar um sistema de interferometria para estudar o fenômeno da ressonância. Com tal informação, podemos estimar a potência dissipada e o fator de qualidade.

Descrição

O uso de luz laser para estudar oscilações mecânicas tem sido muito comum desde quando surgiu o laser^[6], visto que esta fonte de luz é praticamente monocromática e *coerente*. Podemos estudar o movimento de um alto-falante utilizando uma fonte de luz monocromática, como um laser de semicondutor, tendo como base a teoria do Efeito Doppler.

O Efeito Doppler é uma característica observada nas ondas quando emitidas ou refletidas por um objeto que está em movimento com relação ao observador^[13]. Esse nome foi dado em homenagem ao físico austríaco Johann Christian Andreas Doppler (29 de Novembro de 1803, Salzburgo – 17 de Março de 1853, Veneza), que o descreveu teoricamente pela primeira vez em 1842 e comprovado experimentalmente pelo cientista alemão Christoph Hendrik Diederik Buys Ballot (1817, Kloetinge – 1890, Utrecht), em 1845 em um experimento com ondas sonoras^[13], usando uma “locomotiva com músicos”^[6] (veja o apêndice C).

Utilizando ondas eletromagnéticas, esse mesmo fenômeno foi descoberto independentemente em 1848 pelo físico francês Armand Hippolyte Louis Fizeau (23 de Setembro de 1819, Paris – 18 de Setembro de 1896, Venteuil) e por esse motivo, o Efeito Doppler também é chamado de Efeito Doppler-Fizeau^[13].

Hoje em dia, este efeito é amplamente conhecido e muito utilizado. Por exemplo, na astronomia, é possível medir a velocidade de estrelas (fontes de ondas eletromagnéticas) e outros objetos celestes luminosos em relação ao nosso planeta, o que permitiu aos astrônomos atuais concluir que o Universo está em expansão^[13]; como não necessariamente o objeto que queremos saber sua velocidade deve ser a fonte, ou seja, ele pode simplesmente ser um refletor de ondas, então podemos medir a velocidade de veículos (radar de trânsito), aviões, bolas de tênis, partículas sólidas em fluídos ou velocidade do fluxo sanguíneo^[13]. Deve-se também considerar o Efeito Doppler durante a comunicação entre objetos em grande velocidade, por exemplo, os satélites.

Uma aplicação bastante comum hoje em dia é o uso de radares em estradas de rodagem. Um radar é constituído de uma fonte de microondas emitida em direção ao automóvel quando ele se aproxima. Esta onda é então refletida pelo veículo e detectada pelo radar com uma frequência ligeiramente maior que a frequência de emissão^[4]. Essa diferença nos dá a velocidade do veículo.

Como ondas mecânicas se propagam em meios materiais e ondas eletromagnética podem se propagar no vácuo, é muito importante ressaltar a diferença do Efeito Doppler

para ambas. A velocidade da onda mecânica é considerada relativa ao meio onde se propaga, enquanto que para ondas eletromagnéticas, a velocidade entre a fonte (ou objeto refletor, considerado como fonte para os cálculos) e o receptor. Neste experimento, utilizamos uma fonte de luz praticamente coerente e monocromática: um laser semi-condutor de $\lambda = 670\text{nm}$, que sob certas condições, abaixo enunciadas, satisfaz muito bem nossas necessidades.

Parte Experimental

Um interferômetro de Michelson consiste de uma fonte de luz monocromática, um espelho semi-refletor, dois espelhos refletores e um anteparo, montados conforme o esquema abaixo:

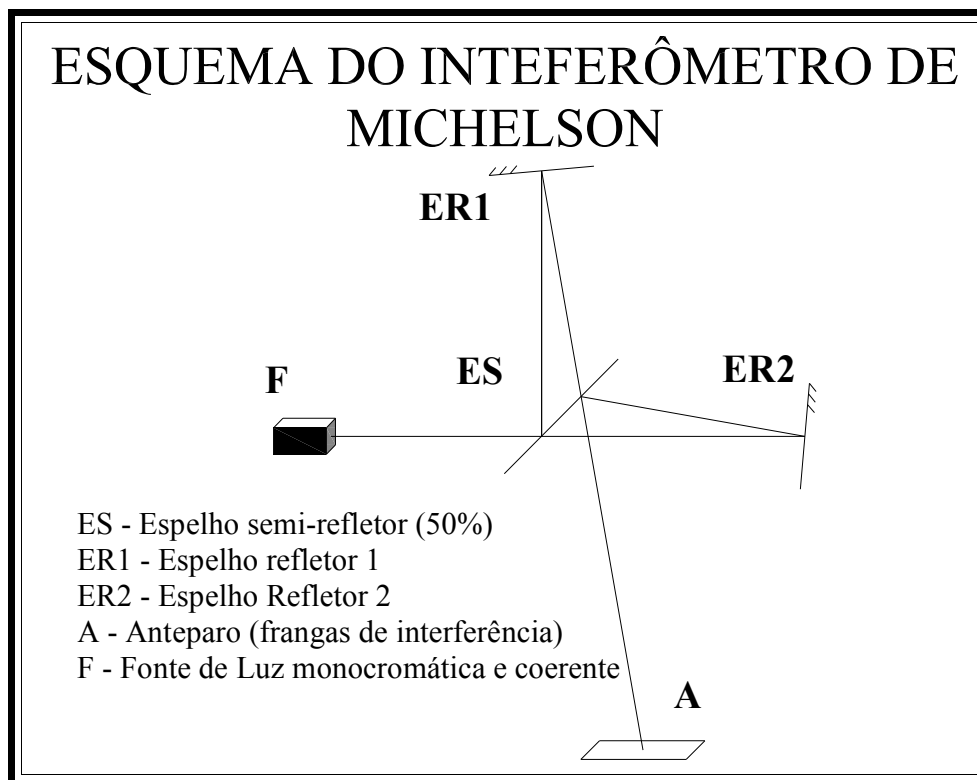


Figura 1 – Esquema de montagem do Interferômetro de Michelson

Chamamos de braço a distância entre o ES e o ER (ES e ER1 de braço 1; ES e ER2 de braço 2). A fonte F emite uma luz monocromática (em nosso experimento foi um laser de diodo de $\lambda = 670\text{nm}$) e coerente, é dividida em dois feixes no espelho ES de intensidades próximas e são refletidos, um pelo espelho ER1 e outro pelo ER2. Apenas parte da luz refletida pelo ER1 e parte de ER2 atingem o anteparo A, interferindo uma sobre a outra, formando franjas de interferência. Ao movermos o espelho ER1, por exemplo, alteramos a distância de caminho ótico de um dos braços, fazendo com que a onda chegue ligeiramente defasada, alterando assim o tamanho das franjas. Quando o caminho ótico de um dos feixes dividido for igual à um múltiplo da metade do comprimento de onda da luz utilizada, teremos uma interferência destrutiva, enquanto

que, se a diferença for um múltiplo do comprimento de onda, teremos uma interferência destrutiva.

A *coerência* diz respeito à capacidade de um feixe de luz formar uma figura de interferência [12]. Para garantirmos uma imagem de interferência razoável para podermos efetuar medidas de boa qualidade, temos que garantir a coerência entre os feixes refletidos pelo alto-falante e pelo espelho de tinta retro refletora. Se mantivermos os dois braços com aproximadamente o mesmo tamanho, significa que estamos juntando dois feixes, separados pelo ES, que foram emitidos pela fonte F aproximadamente no mesmo instante. Com isto podemos garantir a coerência do laser. É importante observar que a qualidade de coerência do laser depende também do seu tipo e no nosso caso a coerência do laser utilizada é o suficiente.

Em nosso experimento, o ER2 foi substituído pelo alto-falante, que será o espelho que provocará o efeito Doppler. Com o intuito de reduzir o tamanho do interferômetro, antes do feixe atingir o ER1, ele passa por dois outros espelhos, chamados de ER1' e ER1'', mostrados na figura a seguir. No anteparo, foi colocado um fotodetector ligado a um sistema amplificador que passará o sinal detectado para o osciloscópio.

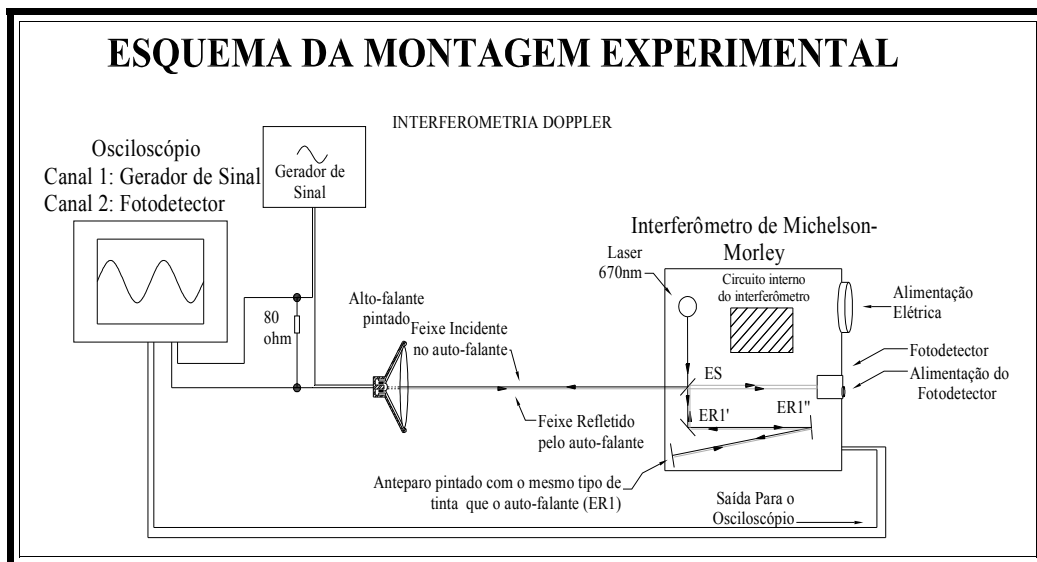


Figura 2 – Montagem Experimental para interferometria Doppler utilizando um interferômetro de Michelson-Morley

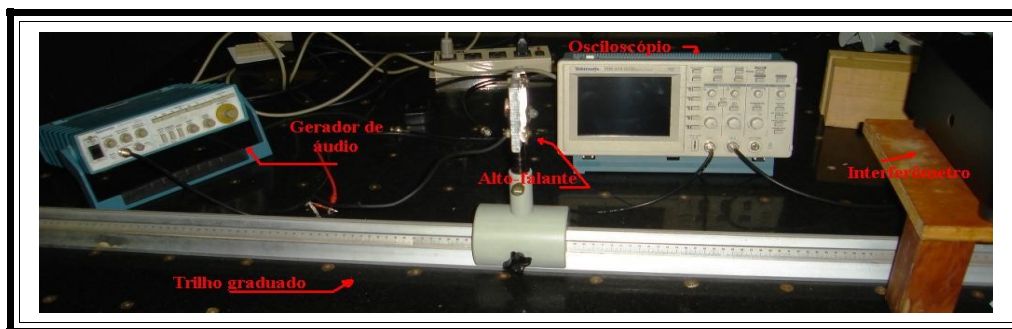


Figura 3 – Detalhe da montagem experimental

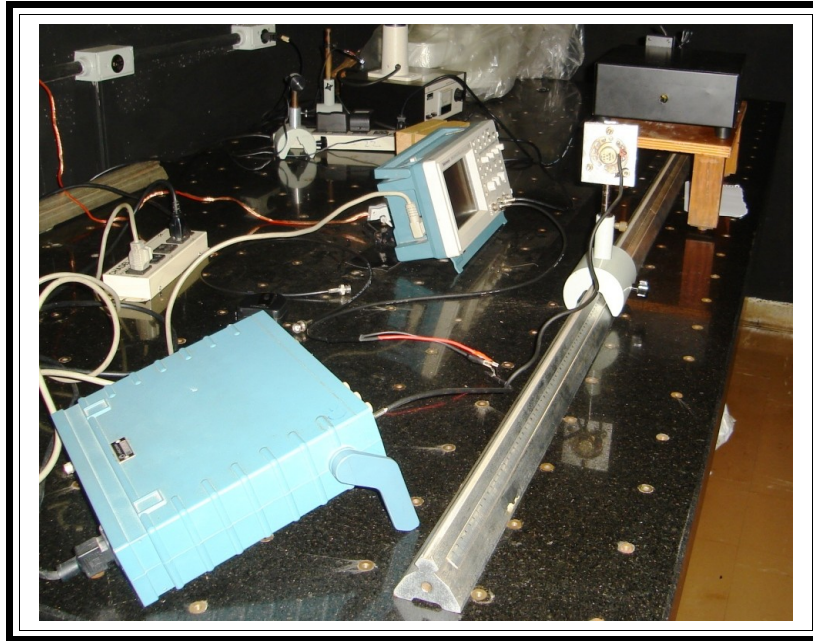


Figura 4 – Montagem experimental vista de um outro ângulo

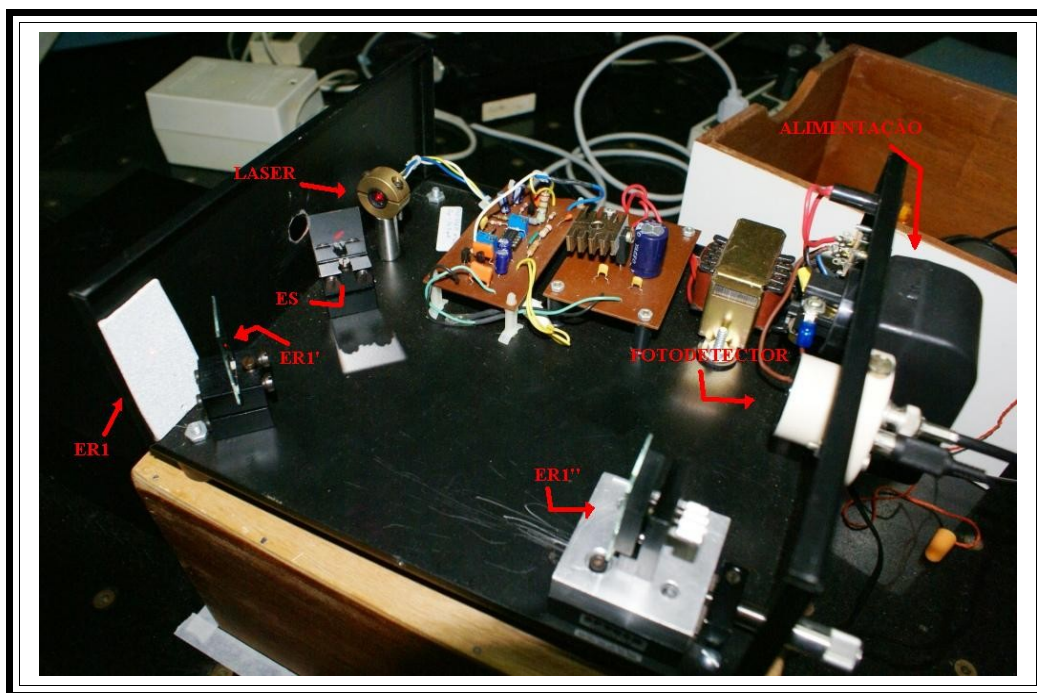


Figura 5 – Detalhe do interior do Interferômetro

Como pode ser visto no diagrama acima, o osciloscópio não está ligado em série ao alto-falante, mas em paralelo a um resistor de $(80 \pm 3,2)\Omega$, com isso podemos determinar a intensidade de corrente que percorre o alto-falante. Esta é uma característica importante que diferencia este trabalho do outro projeto desta disciplina que trata do mesmo assunto ^[4]. Naquele trabalho, foi verificado que a amplitude de oscilação, para pequenos valores, se comporta de maneira linear com relação à tensão

pico a pico aplicada ao alto-falante. Neste experimento, no entanto, ouve outra abordagem: encontrar a curva de ressonância do alto-falante.

Também é muito importante ressaltar que a membrana do alto-falante foi pintada com uma tinta retro refletora, pois se utilizássemos um espelho fixo ao alto-falante as franjas não ficariam estáveis durante o movimento do espelho. Isto não ocorre quando usamos a tinta retro-refletora. Como a maior resolução da interferência se dá quando as duas ondas possuem a mesma intensidade, o espelho ER1 deve ser pintado com o mesmo tipo de tinta. Veja a figura 5, foto do interior do interferômetro.

Para encontrar a curva de ressonância da membrana do alto-falante, devemos medir a amplitude de oscilação desta em função da frequência. Para medir o deslocamento da membrana, utilizamos uma técnica de interferometria Dopple. A luz refletida no ER1 interfere com a luz refletida pelo alto-falante, e como a luz refletida neste volta com uma frequência ligeiramente diferente devido ao efeito Doppler, ocasionando o que chamamos de batimento, podemos obter a amplitude de oscilação do alto-falante medindo a frequência de batimento ou contando o número de franjas que passam no detector no movimento do alto-falante (veja apêndice B: eq. B-22 e eq. B-32).

As ondas eletromagnéticas, assim como as ondas mecânicas, podem se somar ou subtrair, formando imagens de interferência. O que o fotodetector consegue captura é, na verdade, o módulo da intensidade, ou seja, não determina a direção dos campos elétrico e magnético da onda, mas apenas sua intensidade. No entanto, as ondas se interferem construtiva e destrutivamente, gerando o batimento como mostrado acima.

Note que, no exemplo acima, a variável independente, da qual tiramos o seu seno, está só em um termo e no outro é próxima a um, isto é devido ao fato de obtermos batimento apenas para frequências próximas. Note que a figura se repete, como se tivesse envolvida por uma função co-seno, como na figura 5.

Para obtermos a curva de ressonância devemos exercer uma força pequena no sistema para que não cheguemos ao limite físico da amplitude do alto-falante para frequências fora da região de ressonância, assim mantivemos uma tensão com a frequência alternada, medida pelo osciloscópio, de $(1,09 \pm 0,01)$ V (pico a pico), durante todo o experimento, variando apenas a frequência, cobrindo uma faixa entre 200 e 3000 Hz.

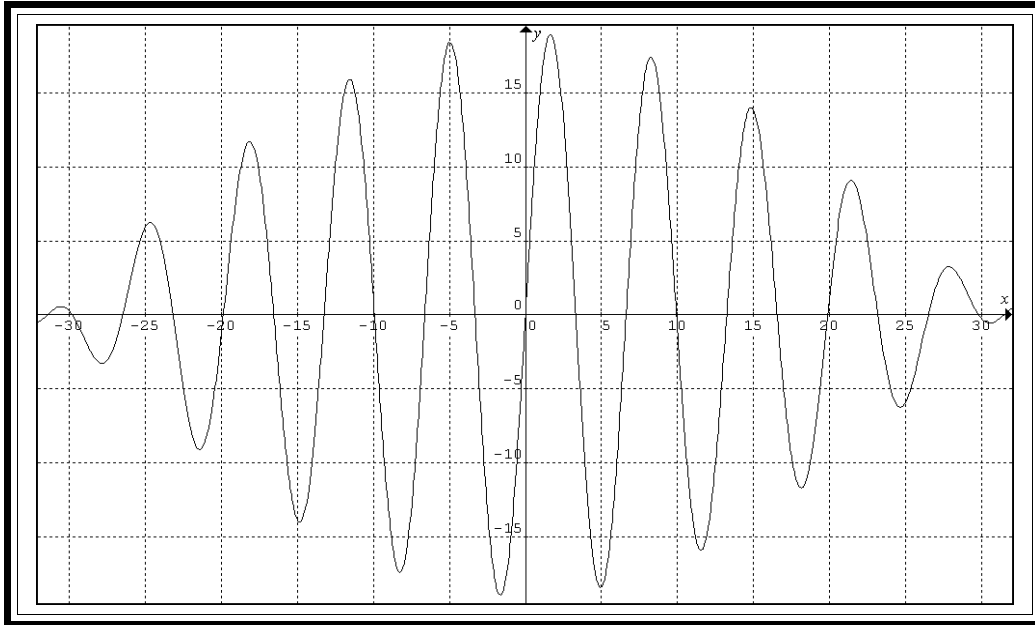


Figura 6 – Uma idéia de como resulta o batimento ao somar duas ondas com frequências próximas. A título de exemplo: $y = (\sin(x) + \sin(0,9 * x)) * 9$

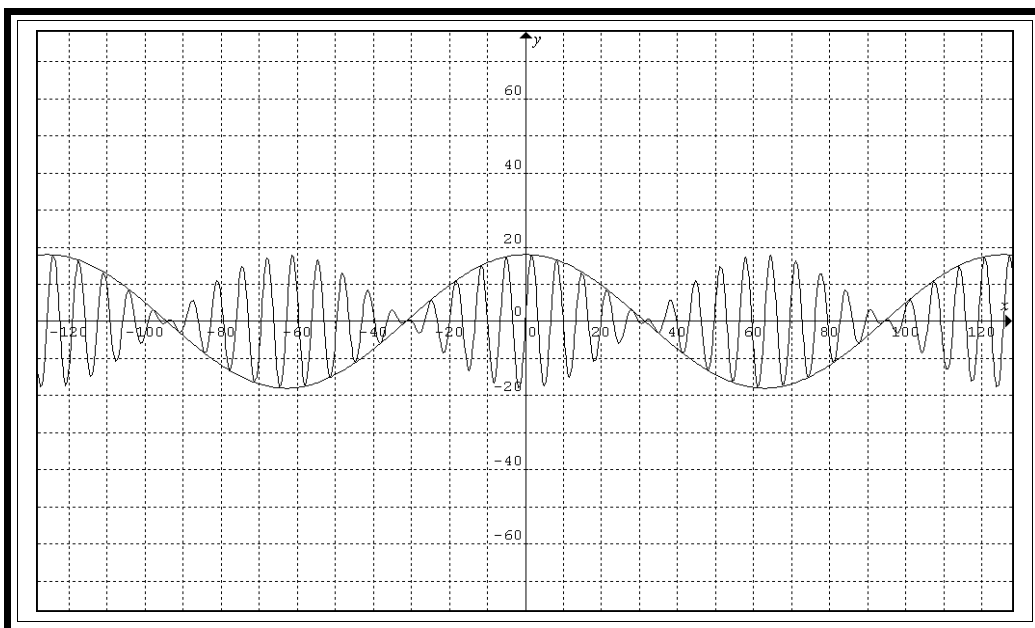


Figura 7 – A função da figura anterior ($y = (\sin(x) + \sin(0,9 * x)) * 9$) e a sua envolvente ($y = \cos(0,05 * x) * 18$)

A figura 8 mostra a velocidade da membrana do alto-falante em função do tempo e o batimento gerado no fotodetector do Interferômetro. Quando a velocidade da membrana do alto-falante for máxima, a frequência de batimento Doppler aumenta, ou seja, aumenta o número de picos do batimento e o período Δt é mínimo (veja figuras 10 e 11), e quando a velocidade se anula, ou seja, a membrana está deslocada ao seu máximo e a tensão aplicada também se encontra no máximo, a membrana para, logo não

há o há efeito Doppler. Observe também que se a tensão aplicada é máxima, a velocidade se anula e quando a tensão se anula, a velocidade é máxima (compare a figura 8 com as figuras 10, 11 e 12).

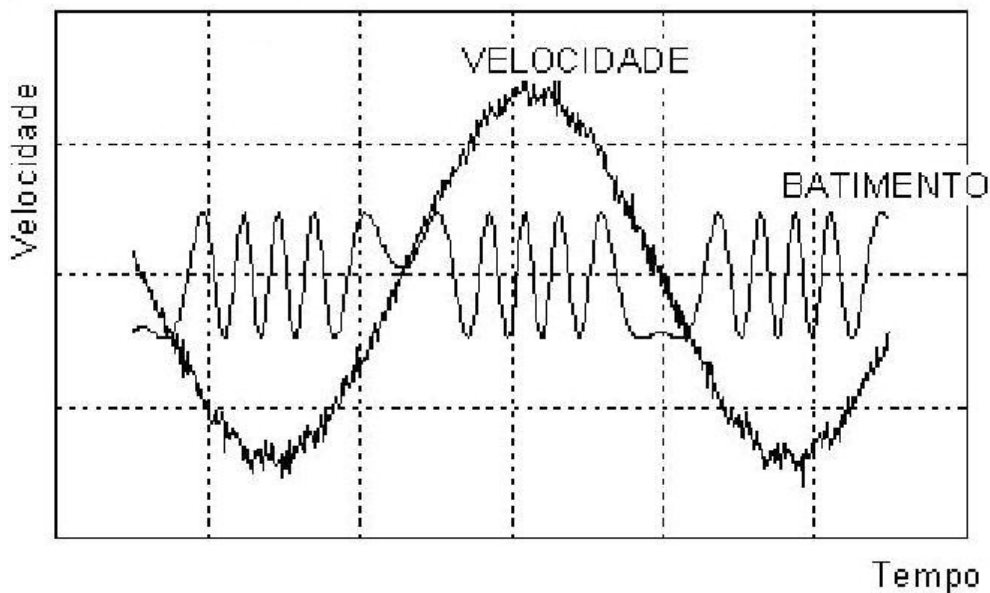


Figura 8 – Batimento Doppler e Velocidade. Compare com o gráfico anterior: quando a tensão aplicada é máxima, a velocidade se anula

Análise dos Dados

Conforme esclarecido no apêndice B, nós obtemos dois dados do problema: a frequência aplicada pelo gerador de áudio no alto-falante e o Δt . A partir da equação B-32 podemos obter então a amplitude da membrana do alto-falante, assim podemos obter os pontos exibidos no gráfico abaixo. Note que à direita temos a amplitude, mas à esquerda, temos a amplitude ao quadrado multiplicado pela frequência ao quadrado. Isso garante que a curva fique mais simétrica e pode-se, desta forma, melhorar a estimativa do fator de qualidade e do cálculo do fator de qualidade, conforme descrito na teoria.

Inserindo as equações corretas para cada caso e “chutando” valores iniciais para cada parâmetro, o *software* utilizado converge para a melhor equação que representa cada função, assim, comparando com as equações do final do apêndice B, podemos ter as seguintes relações:

$$A = - \frac{F/m}{\sqrt{(\gamma 2\pi)^2 f^2 + ((2\pi f)^2 - f_0^2)^2}} = \frac{F/m}{2\pi \sqrt{\gamma^2 f^2 + (f^2 - f_0^2)^2}}$$

Ou seja:

$$a^* = \frac{F}{2\pi m}, b^* = \gamma^2 = \left(\frac{b}{m}\right)^2 \text{ e } c^* = f_0$$

Note que a^* , b^* e c^* são os parâmetros utilizados no *software*, cuidado para não confundir o parâmetro de amortecimento b com a constante b^* obtida no gráfico.

Podemos estimar os valores da Força magnética máxima e o parâmetro de amortecimento se estimar a massa da membrana. Com base em experimentos anteriores [6], podemos estimá-la como sendo de aproximadamente 1g, assim, utilizando os dados obtidos pelo *software*, podemos obter os resultados abaixo:

Tabela 1 – Resultados obtidos pela curva da Amplitude

F (10 ⁻³ N)	b (N.s/m)	B.l (mT.m)	f ₀ (Hz)	Frequência de meia altura		Q
				f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	
8,695	0,271	696	1903	1767	2038	7,02

Do apêndice, pode-se ver que a potência média dissipada pelo alto-falante é dada pela equação B-27, ou, de forma equivalente:

$$\bar{P}_d = \pi * b * A^2 f^2 \cong 0,889 * A^2 f^2$$

Ou seja, o gráfico de $A^2 f^2$ é a potência média dissipada para cada frequência dividida pelo fator 0,889, assim podemos obter novamente os resultados acima. Para este último gráfico, obtemos as relações abaixo e os resultados estão apresentados na tabela 2.

$$a^* = \left(\frac{F}{2\pi m}\right)^2, b^* = \gamma^2 = \left(\frac{b}{m}\right)^2 \text{ e } c^* = f_0$$

Tabela 2 – Resultados obtidos pela curva da Potência ($A^2.f^2$)

F (10 ⁻³ N)	b (N.s/m)	B.l (mT.m)	f ₀ (Hz)	Frequência de meia altura		Q
				f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	
8,975	0,283	718	1902	1760	2043	6,73

Na figura 10 e 11, podemos ver como obtemos a medida do Δt no osciloscópio. Deixamos os picos da curva de frequência aplicada ao alto-falante coincidir com as regiões da curva do batimento Doppler no qual não há batimento, ou seja, na região em que a intensidade luminosa no fotodetector do interferômetro é constante. No centro, entre estas duas faixas, temos que o comportamento do batimento apresentará maior frequência, ou seja, o Δt apresentado na figura será mínimo.

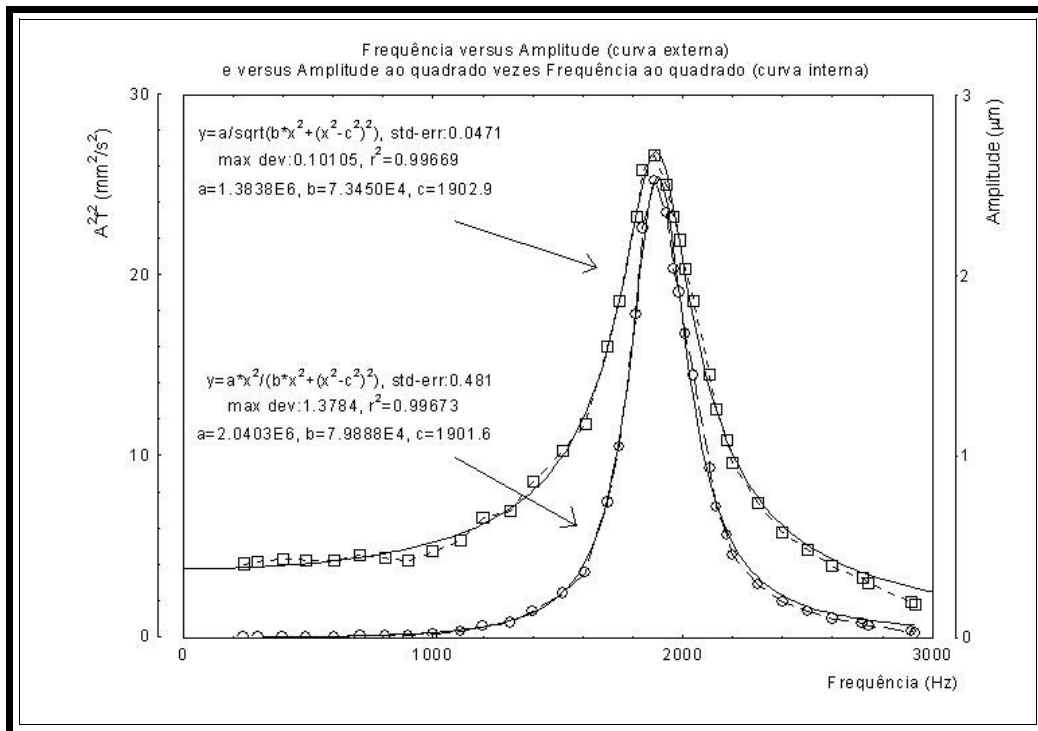


Figura 9 – Freqüência aplicada vs amplitude (bolinhas) de oscilação do alto-falante e freqüência vs Amplitude ao quadrado vezes freqüência ao quadrado (bolinhas)

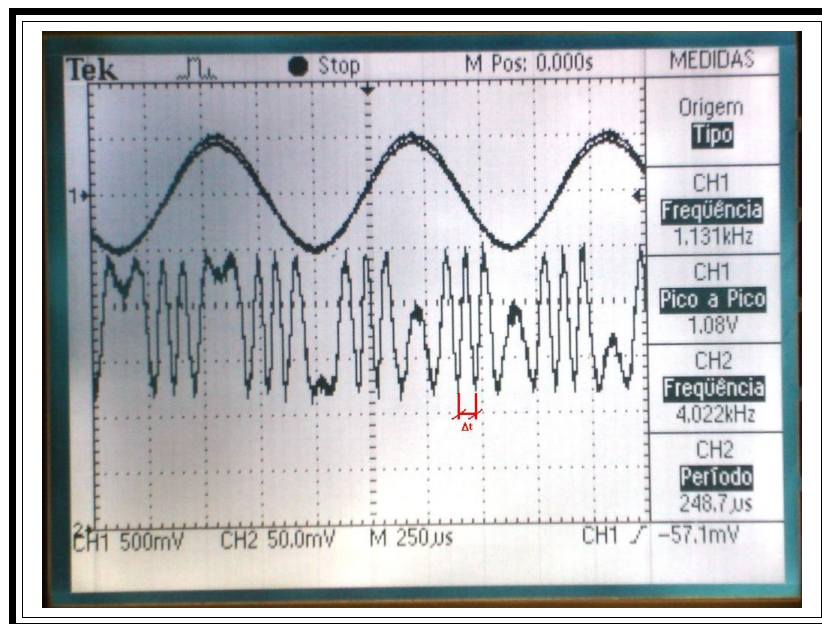


Figura 10 – Detalhe do resultado do batimento Doppler. Em destaque, o menor período do batimento

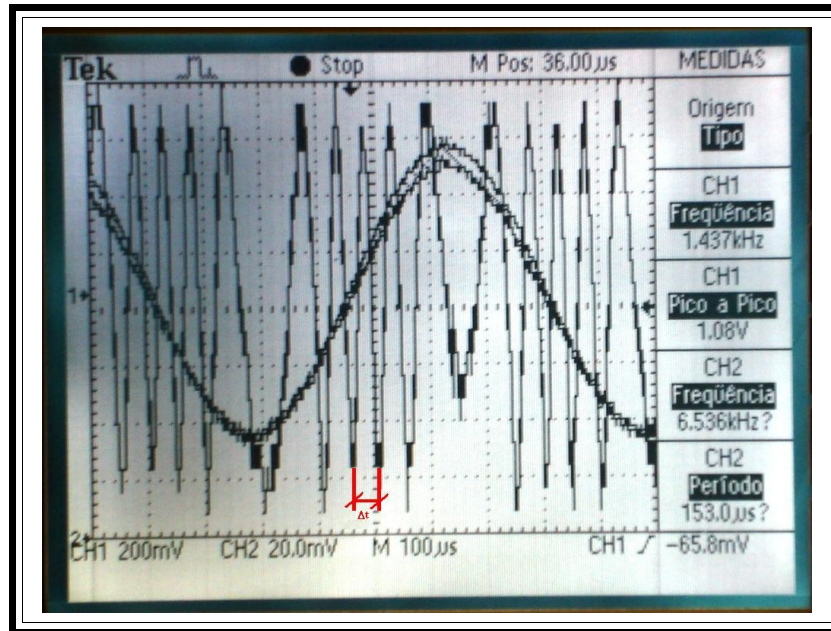


Figura 11 – Novamente detalhe do batimento medido no osciloscópio. Observe que este resultado é para uma frequência aplicada maior (1437 Hz)

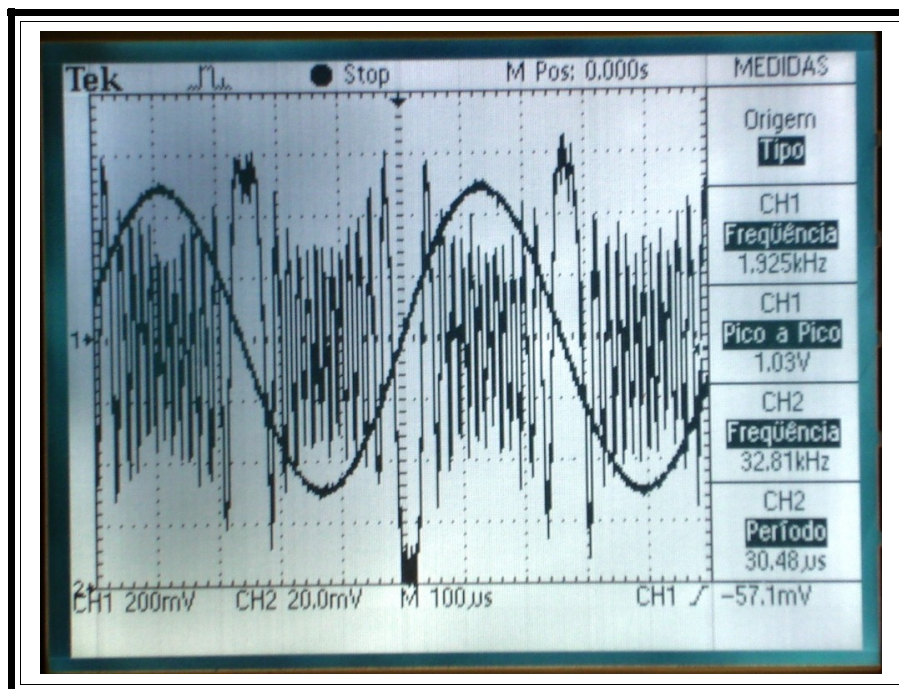


Figura 12 – Agora, o batimento para uma frequência próxima ao pico de ressonância

Por fim, podemos também estimar a potência média máxima, ou seja, a potência dissipada pelo alto-falante na ressonância:

$$\bar{P}_r = \pi b (A^2 f_0^2) = \pi m \left(\frac{a^*}{\sqrt{b^*}} \right) \approx 23 \mu W$$

Conclusão

Talvez seja trabalhoso realizar este experimento em sala de aula, porém os conceitos abordados nele são bastante interessantes. Com relação ao efeito Doppler, por exemplo, podemos sair da teoria e mostrar uma aplicação. Talvez aqueles alunos desinteressados por física, porém que adoram música e tenham, por exemplo, fascínio por música, possam se interessar sobre uma possível forma de se avaliar a potência dissipada pelo alto-falante de acordo com a frequência. Isso ainda parece pouco atraente, porém poderia se fazer uma análise da qualidade do som para faixas de frequências (veja apêndice A). Além disso, poderíamos falar sobre ressonância e citar exemplos do dia a dia, como um balanço, ou eventos catastróficos, como a ponte de Tacoma, nos EUA.

Com relação ao experimento, os ajustes foram bons (veja figura 7), onde obtemos valores não absurdos, visto que tivemos que estimar a massa da membrana. Não inserimos o erro nos valores obtidos, pois estes foram estimados a partir da massa, mas comparando os resultados das duas tabelas, vimos que não se encontra contradições.

Este projeto teve pouca atividade no que se refere a montagens experimentais, assim foi investido no relatório, tentando acrescentar muito conteúdo e detalhe. Os apêndices apresentam a teoria de forma detalhada, embora não seja possível aplicar a teoria contida no apêndice B ao ensino médio hoje.

Apêndice A

Alto-falante

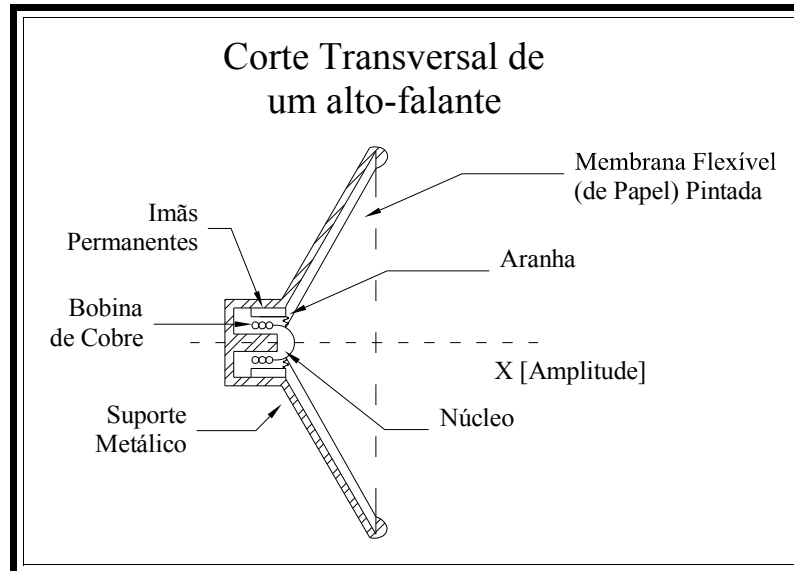


Figura A-1 – Esquema de funcionamento de um alto-falante comum

Um alto-falante é um dispositivo que converte energia elétrica em som. O modelo mais comum consiste no movimento de um cone firmemente fixado a uma bobina cilíndrica no seu centro, como descrito na Fig. A-1. A bobina está em um forte campo magnético de um ímã permanente. Quando os sinais elétricos provenientes do amplificador passam pela bobina, produzem nela um campo magnético que varia de acordo com as vibrações dos sinais. Como a bobina está sob a influência magnética do ímã permanente, ela passa a vibrar, fazendo vibrar também o cone. A vibração transmite-se ao ar, sob a forma de ondas sonoras. Assim, o som produzido pelo alto-falante nada mais é do que a turbulência ritmada do ar provocada pela vibração do diafragma.

Foram inventados por volta de 1925 para serem usados em fonógrafos elétricos. Um fonógrafo constitui de um equipamento capaz de decodificar sulcos em um disco e transformá-lo em sinal elétrico. Na realidade, se nos aproximarmos de um aparelho destes, podemos ouvir um pequeno som produzido na agulha que toca o disco, e o papel do alto-falante passou a ser de amplificador. Assim, ele reconverteria o sinal elétrico em som! O alto-falante apresentado acima é muito próximo do primeiro invento, não surgindo grandes modificações aparentes, mas muito foi aperfeiçoado desde então. Uma alternativa que surgiu são os piezos-elétricos, cristais que alteram seu volume ao aplicar uma d.d.p. (diferença de potencial, ou seja, uma tensão elétrica em dois pontos do cristal). Variando esta d.d.p. com o tempo, o cristal vibra conforme aumentamos ou

diminuímos a tensão, ou seja, ele tem a mesma função que um alto-falante. Sobre este assunto, não vamos entrar em mais detalhes.

Consideremos então um falante no qual a bobina é alimentada com uma voltagem senoidal, $V = V_0 \cos(\omega t)$ produzindo uma corrente através dos fios da bobina, sabemos que haverá uma força produzida sobre a bobina, resultando assim no movimento, a qual seu modulo é dado por $F = B l i$, pois o campo magnético (B) é sempre perpendicular à direção da corrente (i) que percorre o comprimento do fio (l).

Observe que para um alto-falante comum, não há nada que impeça o ar atrás deste de ir para frente. Essa troca de ar faz com que percamos a qualidade do som, sobretudo para baixas frequências. Para eliminar isto, ou pelo menos minimizar este efeito, foram feitas adaptações. A caixa de som nada mais é do que uma forma de impedir essa troca, melhorando o som, sobretudo para baixas frequências. Numa mesma caixa de som, podemos ter vários alto-falantes, específicos para determinadas frequências. Por exemplo, os tweeters são apropriados para emitirem frequências mais elevadas (acima de 4 kHz). Os woofers são responsáveis para frequências menores (300 e 500 hz) e também colocam outros (normalmente mais um) para uma frequência intermediária.



Figura A-2 – Troca de ar na parte posterior e anterior de um alto-falante (à esquerda) e detalhe de duas caixas de som com três alto-falantes cada (à direita).

Podemos dizer que um alto-falante é um oscilador mecânico amortecido. O fato de ele ser um sistema oscilante é fácil ver, pois a “aranha” (veja a Figura A-1, acima) e a membrana, geralmente de papelão, atuam para fazer com que a massa deste sistema (papelão, espira e demais componentes) volte para a posição original, caso retirarmos a espira da posição de equilíbrio. Utilizando de dados deste experimento, podemos verificar que é amortecido também. Ao aplicarmos uma tensão oscilante na membrana, verificamos que irá surgir uma corrente variável e, por consequência, uma força variável, assim o alto-falante atuará como um oscilador forçado. A seguir, no apêndice B, dermos uma abordagem matemática mais aprofundada sobre o sistema de um oscilador mecânico amortecido onde aplicamos uma força externa (oscilações forçadas).

Apêndice B

Oscilação Amortecida

Como já foi comentado no Apêndice A, o alto-falante é um sistema oscilante forçado, quando aplicamos uma tensão variável nas saídas da bobina. Em nosso caso, a tensão varia em função de uma senoide, ou seja, utilizamos a função seno da trigonometria para descrever a tensão aplicada.

Na realidade, o que nos interessa é a força aplicada ao sistema, por isso temos que saber qual a corrente que passa pela espira do alto-falante. Para isto, não medimos a tensão aplicada diretamente ao alto-falante, mas sim a tensão que surge nos terminais de uma resistência adicionada em série com o alto-falante. Dessa forma, pela Lei de Ohm, temos:

$$U = R * i \Rightarrow i = \frac{U}{R} \quad \text{Eq. (B-1)}$$

Onde U é a tensão aplicada ao sistema, R é o valor da resistência adicionada em série ao sistema e i é a corrente que circula tanto a bobina quanto a que percorre o resistor (veja Figura 2).

Sabemos do magnetismo que a força gerada devido a uma corrente elétrica que passa por uma bobina envolto de um imã é dada por:

$$F = B * l * i \quad \text{Eq. (B-2)}$$

Onde F é a força magnética, B é o campo magnético do imã e l é o comprimento do fio que constitui a bobina.

Voltando ao caso em que a membrana se comporta como um sistema massa-mola amortecido (oscilador mecânico amortecido), e sabendo da lei de Hook que a força aplicada sobre uma mola é proporcional à primeira potência do deslocamento da mola e em direção oposta a este, ou seja:

$$F_{\text{hook}} = - k * x \quad \text{Eq. (B-3)}$$

Sendo que F_{hook} é a força que surge quando retiramos a membrana da posição de equilíbrio, k é a constante elástica da mola, que em nosso caso é positiva (se fosse negativa, a força teria mesmo sentido que o deslocamento) e x é o deslocamento. Note que as grandezas aqui são vetoriais! Mas como estamos trabalhando em um único eixo, podemos trabalhar como se a força e o deslocamento fossem escalares. Note que o alto-falante está envolto de ar, ou seja, para frequências altas onde a sua membrana vibra em alta velocidade, a força de resistência do ar não é desprezível, assim sendo, temos:

$$F_{\text{res}} = - b \dot{x} \quad \text{Eq. (B-4)}$$

Sendo F_{res} a força de resistência do ar, b a constante de amortecimento e \dot{x} a velocidade da membrana. Note que aqui utilizamos a notação \dot{x} , que significa a variação do espaço de um objeto num intervalo de tempo muito pequeno (no limite, tende a zero) dividido por este intervalo de tempo, ou seja, é a velocidade instantânea da membrana. Como este texto foi escrito para poder ser lido por alunos de ensino médio, tentamos esclarecer cada parte neste apêndice, embora o conteúdo abordado daqui até o fim deste apêndice requer conhecimento de cálculo diferencial. Para quem tiver interesse, procure algum livro de cálculo utilizado em cursos superiores de ensino de engenharia e de ciências exatas. Agora, pela segunda Lei de Newton, sabemos que a somatória de forças resultantes do sistema é igual à massa deste mesmo sistema vezes a sua aceleração. A seguir, indicamos isto, utilizando o mesmo tipo de notação descrito anteriormente, ou seja, \ddot{x} é a aceleração instantânea do sistema.

$$m \ddot{x} = F_{\text{res}} + F_{\text{hook}} \quad \text{Eq. (B-5)}$$

Sendo m a massa do sistema, \ddot{x} a aceleração, e F_{res} e F_{hook} as únicas forças que atuam no sistema, discutidas anteriormente. Substituindo as equações B-4 e B-3 nesta equação e isolando todas as variáveis em um mesmo lado, temos:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad \text{Eq. (B-6)}$$

reescrevendo esta equação:

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

a solução desta equação é uma exponencial:

$$x_h = Ae^{rt} \Rightarrow \dot{x}_h = rAe^{rt} \Rightarrow \ddot{x}_h = r^2 Ae^{rt}$$

substituindo na equação anterior, obtemos:

$$Ae^{rt} \left(r^2 + \frac{b}{m}r + \frac{k}{m} \right) = 0, \text{ mas } e^{rt} \neq 0 \text{ e assumindo } A \neq 0, \text{ temos:}$$

$$r^2 + \frac{b}{m}r + \frac{k}{m} = 0, \text{ assim } r = \frac{-\frac{b}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{m}\right)^2 - \frac{4k}{m}}}{2} = \frac{-b}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}$$

por conveniência e por razões que mais tarde serão explicadas, definimos três novos parâmetros:

$$\gamma \equiv \frac{b}{m}, \quad \omega_0^2 \equiv \frac{k}{m} \quad \text{e} \quad \omega_f^2 \equiv \omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \quad \text{Eq. (B-7)}$$

logo:

$$r = \frac{-\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2} = \frac{-\gamma}{2} \pm \sqrt{-\left(\omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2\right)} = \frac{-\gamma}{2} \pm i\omega_f$$

que, por conveniência, escrevemos:

$$r_+ = \frac{-\gamma}{2} + i\omega_f \quad e \quad r_- = \frac{-\gamma}{2} - i\omega_f \quad \text{Eq. (B-8)}$$

para satisfazer as condições iniciais da equação linear homogênea de 2ª ordem (Eq. B-6), precisamos de duas constantes arbitrárias, assim:

$$x_h = ae^{r_+ t} + ce^{r_- t}$$

sabendo que, da definição da função exponencial no campo dos números complexos,

$$e^{iy} = \cos y + i \operatorname{sen} y$$

temos:

$$x_h = ae^{\left(\frac{-\gamma}{2} + i\omega_f\right)t} + ce^{\left(\frac{-\gamma}{2} - i\omega_f\right)t} = a e^{\frac{-\gamma}{2}t} e^{i\omega_f t} + c e^{\frac{-\gamma}{2}t} e^{-i\omega_f t}$$

$$x_h = (a + c) e^{\frac{-\gamma}{2}t} \left[a e^{i\omega_f t} + c e^{-i\omega_f t} \right]$$

neste caso, temos uma solução que pertence aos números complexos. Para resolvermos isto, temos que escolher as constantes a e c tais que sejam uma o complexo conjugado da outra. Dessa forma, continuamos com duas constantes arbitrárias reais:

$$a = d + i f \quad e \quad c = d - i f \quad \text{logo: } a + c = 2d$$

como

$$e^{i\omega_f t} = \cos \omega_f t + i \operatorname{sen} \omega_f t \quad e$$

$$e^{-i\omega_f t} = \cos(-\omega_f t) + i \operatorname{sen}(-\omega_f t) = \cos \omega_f t - i \operatorname{sen} \omega_f t$$

assim:

$$a e^{i\omega_f t} + c e^{-i\omega_f t} = (d + i f)(\cos \omega_f t + i \operatorname{sen} \omega_f t) + (d - i f)(\cos \omega_f t - i \operatorname{sen} \omega_f t) =$$

$$= (d \cos \omega_f t + d i \operatorname{sen} \bar{\omega}_f t + i f \cos \omega_f t - f \operatorname{sen} \bar{\omega}_f t) + (d \cos \omega_f t - d i \operatorname{sen} \bar{\omega}_f t - i f \cos \omega_f t - f \operatorname{sen} \bar{\omega}_f t) = 2 d \cos \bar{\omega}_f t - 2 f \operatorname{sen} \bar{\omega}_f t = 2 (d \cos \bar{\omega}_f t - f \operatorname{sen} \bar{\omega}_f t)$$

Conforme foi comentado, a solução continua com dois parâmetros:

$$x_h = 2 d e^{\frac{-\gamma t}{2}} \cdot 2 (d \cos \bar{\omega}_f t - f \operatorname{sen} \bar{\omega}_f t)$$

Podemos reescrever esta equação, mantendo dois parâmetros arbitrários e utilizando apenas uma função trigonométrica:

$$x = A e^{\frac{-\gamma t}{2}} \cdot \cos(\bar{\omega}_f t + \phi) \quad \text{Eq. (B-9)}$$

Agora, com relação à energia total do sistema, temos:

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \quad \text{Eq. (B-10)}$$

Essa energia não é conservada, e a dissipação é dada por

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \dot{E} = m \dot{x} \ddot{x} + k x \dot{x} = \dot{x} (m \ddot{x} + k x) = \dot{x} (F_{hook} + F_{res} - F_{hook}) = \dot{x} F_{res} \\ \therefore \frac{dE}{dt} &= \dot{E} = -b \dot{x}^2 = -m \gamma \dot{x}^2 \quad \text{Eq. (B-11)} \end{aligned}$$

Como $b > 0$ e $\dot{x}^2 \geq 0$, a variação da energia dos sistema é menor que zero ou nula quando a velocidade for nula ($\dot{E} \leq 0$), concordando com o que foi dito anteriormente: o sistema é dissipativo. Em cada instante, a energia do sistema será:

$$E(t) = \frac{1}{2} m A^2 e^{-\gamma t}$$

$$\left[\left(\bar{\omega}_0^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right) \cos^2(\bar{\omega}_f t + \phi) + \bar{\omega}_f^2 \operatorname{sen}^2(\bar{\omega}_f t + \phi) + \frac{\gamma}{2} \bar{\omega}_f 2 \operatorname{sen}(\bar{\omega}_f t + \phi) \cos(\bar{\omega}_f t + \phi) \right]$$

$$\text{Eq. (B-12)}$$

Note que

$$\operatorname{sen}(2[\bar{\omega}_f t + \phi]) = \operatorname{sen}(\bar{\omega}_f t + \phi) \cos(\bar{\omega}_f t + \phi) + \operatorname{sen}(\bar{\omega}_f t + \phi) \cos(\bar{\omega}_f t + \phi) =$$

$$= 2 \operatorname{sen}(\omega_f t + \phi) \cos(\omega_f t + \phi)$$

e que

$$\cos(2[\omega_f t + \phi]) = \cos^2(\omega_f t + \phi) - \operatorname{sen}^2(\omega_f t + \phi)$$

$$\begin{aligned} \therefore \left(\omega_0^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right) \cos^2(\omega_f t + \phi) + \omega_f^2 \operatorname{sen}^2(\omega_f t + \phi) &= \\ &= \left(\omega_0^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right) \cos^2(\omega_f t + \phi) + \left(\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4} \right) \operatorname{sen}^2(\omega_f t + \phi) = \\ &= \omega_0^2 (\cos^2(\omega_f t + \phi) + \operatorname{sen}^2(\omega_f t + \phi)) + \frac{\gamma^2}{4} (\cos^2(\omega_f t + \phi) - \operatorname{sen}^2(\omega_f t + \phi)) = \\ &= \omega_0^2 + \frac{\gamma^2}{4} \cos(2[\omega_f t + \phi]) \end{aligned}$$

Logo, a equação B-12 fica:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 e^{-\gamma t} \left[\frac{\gamma^2}{4} \cos(2\omega_f t + 2\phi) + \omega_0^2 + \frac{\gamma \omega_f}{2} \operatorname{sen}(2\omega_f t + 2\phi) \right] \quad \text{Eq. (B-13)}$$

Podemos calcular a energia média do sistema calculando a média temporal de um ciclo:

$$\bar{E} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} E(t') dt' \quad \text{Eq. (B-14)}$$

Para resolver esta equação em cálculo, podemos verificar graficamente que os termos em seno e co-seno da equação B-12 possuem médias temporais dadas por:

$$\langle \cos^2(\omega_f t + \phi) \rangle = \langle \operatorname{sen}^2(\omega_f t + \phi) \rangle = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \langle \operatorname{sen}(2[\omega_f t + \phi]) \rangle = 0$$

Logo:

$$\bar{E}(t) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 e^{-\gamma t} = \bar{E}(0) e^{-\gamma t} \quad \text{para } \gamma \ll \omega_0 \quad \text{Eq. (B-15)}$$

Assim, sua variação temporal é:

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = -\lambda \bar{E} \text{ para } \gamma \ll \omega_0 \quad \text{Eq. (B-16)}$$

Chamamos de fator de *mérito* (ou fator de qualidade) a grandeza Q dada pela relação:

$$Q = 2\pi \left(\frac{\text{Energia Armazenada no oscilador}}{\text{Energia Dissipada por Ciclo}} \right)$$

logo:

$$Q = 2\pi \frac{\bar{E}}{\Delta E}$$

Como a energia dissipada por cada ciclo é dada por:

$$\Delta \bar{E} = -\frac{d\bar{E}}{dt} \cdot T = \gamma \bar{E} T$$

então:

$$Q = \frac{2\pi}{\gamma T} = \frac{\omega_0}{\gamma} \quad \text{Eq. (B-17)}$$

Voltaremos a discutir esta grandeza quando formos abordar o assunto de oscilações forçadas, logo a seguir.

Oscilação Forçada Amortecidas

Seja o nosso sistema considerado anteriormente onde, agora, aplicamos uma força externa. A fonte desta força é o nosso gerador de áudio (ou gerador de função – equipamento que fornece uma tensão variável) que fornecerá uma corrente elétrica ao alto-falante. Pela equação B-2, sabemos que o nosso sistema sofrerá uma força, sendo a tensão aplicada ao sistema dada por:

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t) \quad \text{logo}$$

$$i(t) = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \cos(\omega t) \quad \text{e a força:}$$

$$F(t) = B l i(t) = \frac{b l U_0}{R} \cos(\omega t) \quad \text{Eq. (B-18)}$$

definindo $F_0 \equiv \frac{B l i}{R}$, então temos $F(t) = F_0 \cos(\omega t) = F_0 \cos(2\pi f t)$ **Eq. (B-19)**

onde f é a frequência aplicada ao sistema fornecida pelo gerador de áudio.

Logo, a equação B-6 vai ficar:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F(t) = F_0 \cos(\omega t)$$

ou, de forma equivalente, dividimos toda a equação pela massa do sistema

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t) \quad \text{Eq. (B-20)}$$

Anteriormente encontramos a solução da equação homogênea desta equação diferencial de segunda ordem, que chamamos de x_h , ou seja, a solução particular para $F_0 = 0$.

A solução mais geral pertence aos números complexos, mas precisamos apenas da sua parte real, assim a solução complexa será:

$$z(t) = Ae^{i(\omega t + \phi)}$$

Vamos mostrar aqui a solução sem demonstrações. Quem tiver interesse, poderá recorrer à bibliografia extra, em livros de cálculo III, ou poderá ver uma possível abordagem dada na referencia [1], pp. 82.

A solução será:

$$x(t) = \text{Re } z(t) = A(\omega) \cos[\omega t + \phi(\omega)] \quad \text{Eq. (B-21)}$$

sendo

$$A^2(\omega) = \frac{F_0^2}{m^2} \frac{1}{\gamma^2 \left(\omega_0^2 + \frac{\gamma^2}{2} \right) + \left(\frac{\gamma^2}{2} \right)^2} \quad \text{Eq. (B-22)}$$

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{\gamma \omega}{\omega^2 - \omega_0^2}\right) = \arctan\left(\frac{\gamma \omega}{\omega^2 - \frac{k}{m}}\right) = \arctan\left(\frac{b \omega}{m \omega^2 - k}\right) \quad \text{Eq. (B-23)}$$

A amplitude A será máxima quando $\omega = \omega_0$:

$$A = A(\omega_0) = \frac{F_0}{m \omega_0 \lambda} = \frac{2 F_0}{b \omega_0} \quad \text{Eq. (B-24)}$$

O fator de qualidade, que já foi comentado anteriormente, é definido como:

$$Q \equiv \frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_1} \quad \text{Eq. (B-25)}$$

Sendo $\bar{\omega}_1$ e $\bar{\omega}_2$ as frequências de meia potência.

De forma equivalente, Q é a razão entre a amplitude máxima $A(\bar{\omega}_0)$ e a amplitude para baixas frequências $A(0)$. Como

$$A(0) = \frac{F_0}{m \bar{\omega}_0^2} \quad \text{e} \quad A(\bar{\omega}_0) = \frac{F_0}{m \bar{\omega}_0 \gamma}$$

então:
$$Q = \frac{A(\bar{\omega}_0)}{A(0)} = \frac{\bar{\omega}_0}{\gamma} \quad \text{Eq. (B-26)}$$

Podemos interpretar o valor de Q como sendo o valor de amplificação da ressonância [1]. Quanto mais estreita for a curva de ressonância, maior será o fator de qualidade do alto-falante.

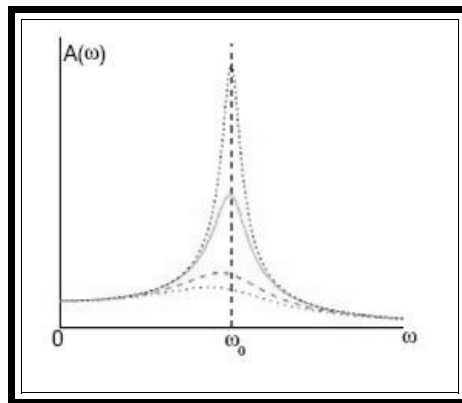


Figura B-1.— Curvas de ressonância para vários valores de Q . Quanto mais estreita, maior o valor de Q : 20,85, 4, 10 e 20 para as curvas em ordem crescente de $A(\bar{\omega}_0)$ [5]

A potência dissipada pelo alto-falante é dependente da força resistiva e dada por:

$$P_d = b \dot{x}^2$$

Veja a equação B-11. A sua média temporal pode ser calculada pela integral

$$\bar{P}_d = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} P_d(t') dt'$$

Cuja solução é:

$$\bar{P}_d = \frac{1}{2} b A^2 \bar{\omega}^2 = \frac{1}{2} b \left(\frac{F}{m} \right)^2 \frac{\bar{\omega}}{\gamma^2 \bar{\omega}^2 + (\bar{\omega}^2 - \bar{\omega}_0^2)^2} \quad \text{Eq. (B-27)}$$

Para o caso da ressonância, ou seja, $\bar{\omega} = \bar{\omega}_0$, a potência média dissipada será:

$$\bar{P}_{d0} = \frac{1}{2} b \left(\frac{F}{\gamma m} \right)^2 \quad \text{Eq. (B-28)}$$

$$\bar{P}_{d1} = \frac{1}{2} b \left(\frac{F}{m} \right)^2 \frac{\bar{\omega}_1^2}{\gamma^2 \bar{\omega}_1^2 + (\bar{\omega}_1^2 - \bar{\omega}_0^2)^2} = \frac{1}{4} b \left(\frac{F}{\gamma m} \right)^2 \quad \text{Eq. (B-29)}$$

$$\bar{P}_{d2} = \frac{1}{2} b \left(\frac{F}{m} \right)^2 \frac{\bar{\omega}_2^2}{\gamma^2 \bar{\omega}_2^2 + (\bar{\omega}_2^2 - \bar{\omega}_0^2)^2} = \frac{1}{4} b \left(\frac{F}{\gamma m} \right)^2 \quad \text{Eq. (B-30)}$$

Cálculo da Amplitude de Oscilação

Observe que podemos também obter a amplitude de oscilação a partir de dados experimentais, sem a parte teórica de oscilações. Cada período obtido no osciloscópio do sinal Doppler, representa um deslocamento de $\lambda/2$ do alto-falante, pois o caminho ótico que a luz percorre aumenta de λ ($\lambda/2$ na ida em direção ao alto-falante e $\lambda/2$ no caminho de volta para o interferômetro, após ser refletida). Sendo assim, podemos calcular a amplitude de oscilação contando o número de períodos Doppler para meio período de oscilação, obtendo:

$$A = \frac{n * \lambda}{4} \quad \text{Eq. (B-31)}$$

Note que no sinal Doppler, há uma variação do período das oscilações ao longo da curva. A região onde os picos estão mais próximos, ou seja, onde o período é o menor indica que a membrana possui máxima velocidade, assim podemos calculá-la:

$$u_m = \frac{\lambda}{2 * \Delta t} \quad \text{onde } \Delta t \text{ é o menor período do sinal Doppler.}$$

Note que

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (A \cos(\bar{\omega} t + \phi_f))$$

Assim, o módulo da velocidade máxima da membrana é $u_m = \bar{\omega} A$. Isto é verdade no caso em que A é proporcional à força elástica \underline{kx} , ou seja, quando estiver oscilando em regime elástico.

Assim, da equação podemos obter

$$A = \frac{\lambda}{4\pi * \Delta t * f}$$

Eq. (B-32)

Apêndice C

Efeito Doppler

Como comentado no início deste experimento, podemos perceber o efeito Doppler quando, por exemplo, um carro de formula 1 se aproxima (o som do motor fica mais agudo) e depois, quando ele se afasta (o som fica mais grave).

Como a velocidade da luz não pode ser somada com a velocidade da fonte, as únicas grandezas que se alteram são a frequência e o comprimento de onda. Sendo assim, se imaginarmos que a membrana é uma fonte móvel emitindo o feixe sinal, este feixe será infinitamente ($\dot{x} \ll c$) alterado pela ação do efeito Doppler. Desta forma teremos as condições necessárias para que haja uma interferência do tipo batimento chegando ao fotodetector, podendo ser visualizada no osciloscópio.

Diferente da onda eletromagnética (por exemplo, a luz), ondas mecânicas, como o som, possui uma velocidade constante em relação a apenas ao meio em que se propaga. Em geral, para o som, podemos considerar que esse meio é a atmosfera, assim consideramos o observador se movendo com velocidade u , podendo ser nula, mas sempre inferior à velocidade da onda v . Sendo f_0 a frequência da onda emitida pela fonte e λ_0 o comprimento de onda na fonte, podemos ter três casos:

- A fonte está parada e o observador se move com velocidade v em relação ao meio

A velocidade com que o observador encontra cada franja da onda será $v + u$ caso esteja se aproximando da fonte, e $v - u$ se estiverem se afastando, assim a frequência observada será:

$$f = \frac{v \pm u}{\lambda_0} = f_0 \pm \frac{v u}{v \lambda_0} = f_0 \left(1 \pm \frac{u}{v} \right) \quad \text{Eq. (C-1)}$$

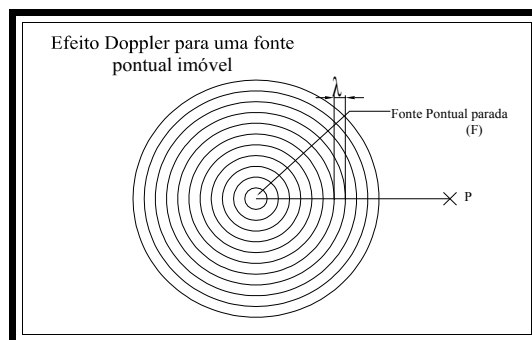


Figura C-1.– Esquema representando frentes de ondas emitidas por uma fonte pontual imóvel ($\lambda = \lambda_0$)

- A fonte se move com velocidade V em relação ao meio

A equação será [1]:

$$f = \frac{v_0}{1 \mp \frac{V}{v}} \quad \begin{array}{l} - \text{ para aproximação} \\ + \text{ para afastamento} \end{array} \quad \text{Eq. (C-2)}$$

Se $V/v \ll 1$:

$$f = f_0 \left(1 \pm \frac{u}{v} \right) \quad (V \ll v) \quad \text{Eq. (C-3)}$$

Ou seja, volta ao caso anterior.

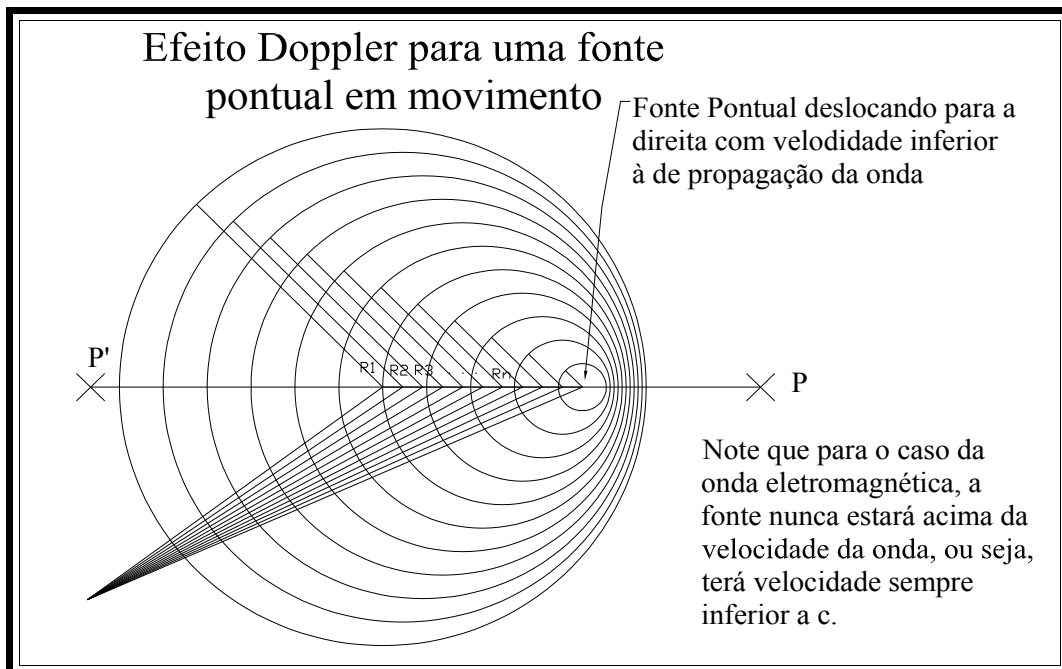


Figura C-2. – Esquema representando frentes de ondas emitidas por uma fonte pontual se movendo com velocidade constante

- A fonte e o observador se movem em relação ao meio

$$v = \frac{1 \pm \frac{u}{v}}{1 \mp \frac{V}{v}} \quad \text{Eq. (C-4)}$$

Para a velocidade da fonte superior à velocidade da onda, temos o efeito do cone de Mach. Veja referência [1] para mais detalhe, pp. 151.

Veja a seguir trecho retirado de uma das referências [3]:

“Um outro uso da espectroscopia (também usado para a Classificação Luminosa) é a derivação da velocidade radial, isto é, a velocidade do objeto na linha visada, utilizando o **Efeito Doppler**.

“Em 1842, Christian Doppler (1803-1853) deduziu que, para um corpo luminoso se aproximando (ou se afastando) do observador, o comprimento de onda da luz diminui (ou aumenta) em relação àquele observado em laboratório. O comprimento de onda de uma fonte que esta se movimentando com velocidade v em relação ao observador é deslocado por:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \cos \theta \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) \quad \text{Eq. (C-)}$$

“Onde θ é o ângulo entre o vetor velocidade e a linha de visada. Se a velocidade for muito menor que a velocidade da luz, e considerando v_r como a componente da velocidade na direção do observador:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} \quad \text{Eq. (C-)}$$

“Em 1868, *Sir Willian Huggins* deduziu a velocidade radial de Sírus observando a pequena diferença no comprimento da onda da linha F (H β) do hidrogênio. Mais tarde, foram observadas variações nessa velocidade (veja seção 20.2).” [3]

Apêndice D

O experimento de Michelson-Morley

O texto a seguir foi extraído da referência [2].

“Em 1887 Michelson e Morley fizeram uma experiência que se mostrou de grande importância. A experiência foi planejada com a intenção de estudar o movimento da Terra em relação ao referencial éter¹. Como a Terra se move em torno do Sol, parecia não realístico fazer *a priori* fazer a hipótese de que o éter se moveria com a Terra, e, como vamos indicar mais tarde, já eram conhecidas na época observações experimentais que contradiziam esta hipótese. Seria muito mais razoável supor que o éter estivesse em repouso em relação ao centro de massa do sistema solar, ou ao centro de massa do universo. No primeiro caso, a velocidade da Terra em relação ao referencial do éter teria um módulo da ordem de 10^4 m/s; no segundo caso, ele seria um pouco maior. A idéia básica da experiência era medir a velocidade da luz em duas direções perpendiculares a partir de um sistema de referência fixo na Terra². Se considerarmos por momentos a teoria clássica, resumida na adição vetorial (abaixo), veremos que a teoria prevê que as velocidades medidas deverão ter valores diferentes quando a luz se propaga em direções diferentes em relação à direção de movimento do observador através do éter.

$$\mathbf{V}_{\text{luz em relação a referencial em movimento}} = \mathbf{V}_{\text{luz em relação ao éter}} - \mathbf{V}_{\text{referencial em movimento em relação ao éter}}$$

“Embora a diferença esperada entre as duas velocidades da luz medidas fosse pequena, devido ao fato de que a velocidade da Terra em relação ao éter é pequena comparada a velocidade da luz em relação ao éter, Michelson e Morley construíram um aparelho com um interferômetro que seria suficientemente sensível para detectar e medir esta diferença. E eles se surpreenderam extremamente ao verificar que não puderam detectar nenhuma diferença. Eles, e muitos outros investigadores depois deles, repetiram as medidas com equipamentos aperfeiçoados, mas nunca se observou diferença alguma. Apesar das previsões da teoria clássica, a experiência de Michelson-Morley mostrou que a velocidade da luz tem o mesmo valor, c , medidas em direções perpendiculares em um sistema de referência que se supõe estar em movimento através do referencial do éter.

“Estes resultados chamaram a atenção da maioria dos físicos, e muitos deles tentaram inventar explicações que seriam consistentes com os resultados de Michelson-Morley e que ainda mantivessem o máximo possível das teorias físicas

¹ Éter é o referencia absoluto, segundo a teoria clássica da mecânica. Acreditava-se que haveria algo no universo que permearia todas as coisa e que seria o referencial absoluto, ou seja, quem estivesse em repouso com relação à este referencial, estaria em repouso absoluto. O experimento discutido acima comenta porque esta teoria passou a ser considerada errônea.

² Isto funcionaria, pois a luz teria uma velocidade constante em relação ao éter apenas.

então existentes. Entre essas explicações, foram notáveis a ‘hipótese do arrastamento do éter’ e a ‘teoria da emissão’.

“A hipótese do arrastamento do éter supunha que o referencial do éter fosse localmente fixo a todos os corpos de massa finita. Era atrativa porque explicaria os resultados de Michelson-Morley, e não envolveria modificações nas teorias existentes. Mas não poderia ser aceita por muitas razões, entre as quais a principal se relacionava ao fenômeno astronômico chamado aberração da luz. Era sabido, desde o século XVIII, que as posições aparentes das estrelas se movem anualmente em círculos de diâmetros muito pequenos. Este é um efeito puramente cinemático, devido ao movimento da Terra em torno do Sol; de fato, é o mesmo efeito que faz com que a chuva pareça cair fazendo um ângulo com a vertical para um observador em movimento. A partir desta analogia, é fácil ver que a aberração da luz não existiria caso a luz devesse se propagar com velocidade de módulo constante em relação ao referencial do éter, e se este referencial fosse arrastado pela Terra.

“Na teoria da emissão, as equações de Maxwell³ são modificadas de forma a que a velocidade da luz fique associada à velocidade de sua fonte. Isto também explicaria os resultados de Michelson-Morley, já que sua fonte luminosa estava fixa ao interferômetro utilizado para medir a diferença das velocidades da luz; mas essa teoria deveria ser rejeitada porque estava em conflito com medidas astronômicas relativas à estrelas binárias. Estrelas binárias são pares de estrelas que giram rapidamente em torno de seu centro de massa comum. Considere esse par num instante em que uma esteja se movendo na direção da Terra e a outra se afastando. Então, se a teoria da emissão é válida, em relação à Terra, a velocidade da luz de uma das estrelas seria maior do que a da luz da outra estrela. Isto faria com que as estrelas parecessem se mover em órbitas muito estranhas. No entanto, em 1912 De Sitter mostrou que o movimento observado das estrelas binárias são explicados de forma precisa pela mecânica newtoniana quando a velocidade da luz por elas emitida é considerada com módulo independente de seu movimento.

“Todas as evidências experimentais (incluindo as evidências de uma série de experiências contemporâneas extremamente precisas) eram consistentes apenas com a conclusão de que não há um *sistema especial* de referência, ou referencial do éter, com a propriedade única de que apenas neste referencial a velocidade da luz tenha módulo igual a c . exatamente da mesma forma que para referenciais inerciais e fenômenos mecânicos, *todos os referenciais* em movimento relativo com velocidade constante são equivalentes, no sentido que a velocidade da luz medida em cada referencial tem o mesmo módulo c . Colocando de forma mais sucinta a *evidência experimental*:

“*A velocidade da luz no vácuo independe do movimento do observador e do movimento da fonte.*”

³ Essas equações possibilitaram a união entre eletrodinâmica e magnetismo explicando o caráter eletromagnético de ondas dessa natureza (ondas de rádio, microondas, infravermelho, luz, ultra violeta, raios x e raios γ).

Apêndice E

Bibliografia

- [1]. Nussenzveig, H. M.; **Física Básica**; vol. 2, Ed. Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1997, 4ª ed., cap. 4 – pp. 71 à 94 (veja principalmente pp. 77, sobre oscilações); e cap. 6 – pp. 147 à 151 (efeito Doppler)
- [2]. Eisberg, R.; Resnick, R.; **Física Quântica – Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**; Ed. Campus, 1979, 25ª Tiragem; Apêndice A – A Teoria da Relatividade Especial (pp. 833)
- [3]. Filho, K. S. O.; Saraiva, M. F. O.; **Astronomia & Astrofísica**, Ed. Livraria da Física, São Paulo, 2004, 2ª ed.; cap. 22.6 (pp. 177)
- [4]. Relatório do experimento feito pela Renata, ex-aluna desta disciplina: http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2_003/982004RenataM-Jaime_F809_RF10_0.pdf (acessado em 02 de junho de 2008)
- [5]. <http://www.fis.ufba.br/~ossamu/fis2/textos/Forçadas.pdf> (acessado em 02 de junho de 2008). Este artigo apresenta um bom resumo no tratamento de oscilações forçadas.
- [6]. Freschi, A. A.; Cartano, N. R.; Santarine, G. A.; e Hessel, R.; Laser interferometric characterization of vibrating speaker system, American Association of Physics Teachers, <http://scitation.aip.org/getpdf/servlet/GetPDFServlet?filetype=pdf&id=AJPIAS00007100011001121000001&idtype=cvips&prog=normal> (Acesso restrito para associados).
- [7]. Marion Jerry B., Thornton Stephen T.; **Classical Dynamics**, Ed. Thomson Brooks/Cole, 5ª ed., cap. 3, pp. 99 à 136 (mais detalhe sobre ressonância pp. 108 e pp. 120).
- [8]. FOWLES, Grant R. **Introduction to Modern Optics**. 2ª ed. University of Utah; Dover Publication, Inc., New York. The Relativistic Doppler Formula (pp. 312), The Transverse Doppler Shift (pp. 313), The Michelson-Morley Experiment (pp. 63 e pp. 306), Spatial Coherence (pp. 74).
- [9]. FREJLICH J., FRESCHI A. A., KAMSHILIN, A. A. Doppler velocimetry for photo detector frequency response measurement. **Optics Communications**, v. 90, n. 4,5,6, p. 193-196, jun. 1992.
- [10]. FREJLICH, J., RAPOSO, A., CASTELIN, C.; **Laser Doppler Velocimetry**. Abr. 2002.
- [11]. <http://www.cdcc.sc.usp.br/ondulatoria/batim.html> (acessado em 02 de junho de 2008 – todo o conteúdo)
- [12]. Young, M.; **Óptica e Lasers**, Ed. Edusp, São Paulo, 1998
- [13]. <http://pt.wikipedia.org/> (acessado em 02 de junho de 2008)

PARECER DO ORIENTADOR

O trabalho foi bem feito, com bastante trabalho experimental no laboratório de ensino de Óptica e com bastantes referências bibliográficas.

Os resultados finais aparecem na forma de um gráfico de Amplitude vs. Frequência, para calcular a frequência de ressonância e as frequências de meia altura para poder calcular o fator de qualidade. O mais apropriado seria fazer o gráfico da potência média e não da amplitude pois nesse caso a curva seria mais simétrica e assim mais fácil calcular o fator de qualidade.

O apêndice com a teoria incluído no final do relatório baseia-se num texto que eu forneci ao estudante.

Considerando o trabalho experimental, cálculos, busca bibliográfica e apresentação geral, considero que numa escala de 0 a 10, o trabalho merece nota 8.

Nota final sugerida: 8 (OITO)

Jaime Frejlich

Orientador