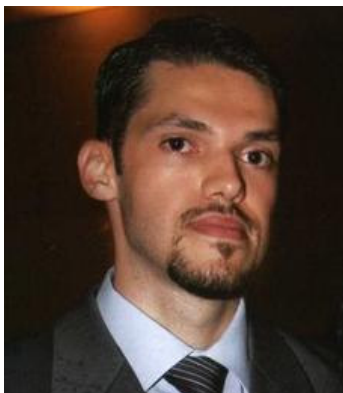


CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DE PADRÕES DE INTERFERÊNCIA ELETROMAGNÉTICOS – TAPETE MÁGICO DE MOORE.

Instrumentação para o ensino I - F-609



Aluno: Rafael Borges Merlo

rbmerlo@yahoo.com.br

Orientador: Juan C. P. Campoy

jccampoy@ifi.unicamp.br

DESCRIÇÃO

O “tapete mágico de Moore” é formado por uma distribuição espacial de esferas magnetizadas que, imersas num campo magnético AC (corrente alternada), podem possibilitar a apreciação de padrões de interferência eletromagnéticos.

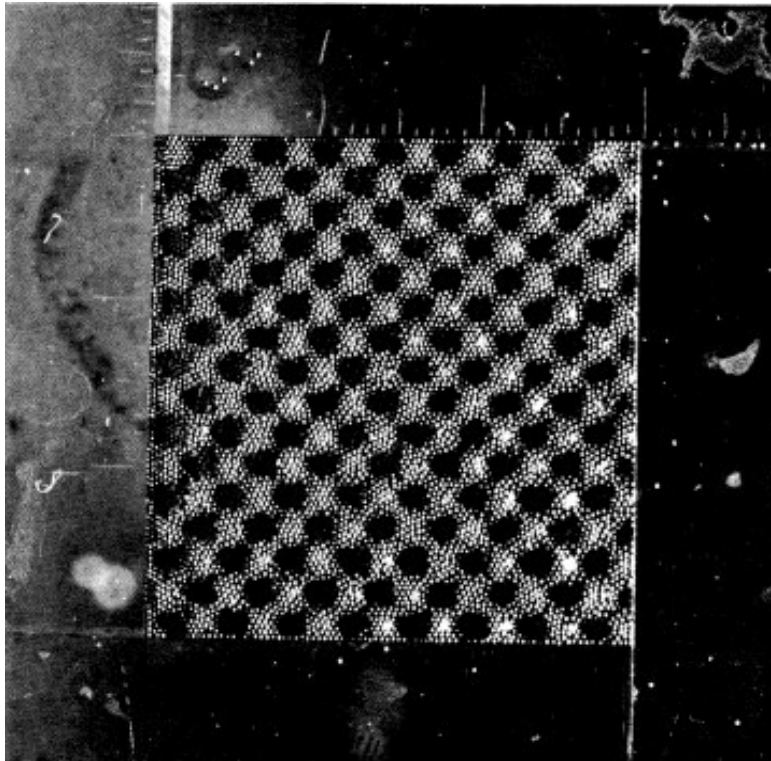


Figura 1: Esquema ilustrativo do “tapete mágico de Moore”

Esferas de aço-carbono de aproximadamente 0.5 mm de diâmetro são suspensas em um recipiente com água de tamanho reduzido. As esferas são magnetizadas fracamente com ímãs permanentes. Evidentemente, a magnetização final das esferas dependerá da distância a qual o ímã seja posicionado, o que poderá a princípio ser controlado. Espera-se que as ditas esferas flutuando sobre a água agrupem-se aleatoriamente, mas na presença de um campo magnético AC possa-se apreciar a formação de um padrão de interferência eletromagnético. Isto dependerá da intensidade e da frequência do campo aplicado.

Existem várias formas de se obter campos magnéticos homogêneos em regiões de espaço reduzidas, mas uma maneira bastante simples é utilizando uma bobina de Helmholtz (ver referência 2, em anexo).

A. D. Moore, no ano de 1962, realizou pela primeira vez experimentos desta natureza e demonstrou no seu artigo “The Magic carpet: water-floated magnetized balls form standing waves when driven by AC magnetic field” [1], que é possível formar padrões de interferência eletromagnética utilizando esferas, da maneira ilustrada linhas acima. Cabe salientar que os campos precisos foram muito baixos. A figura 1, extraída do artigo, mostra o padrão de interferência para 60 Hz. Não encontramos outras referências que tratassem deste mesmo assunto.

Nossa proposta inicial foi a de estudar e caracterizar em função da frequência a formação destes padrões. Para a montagem experimental, usamos esferas de aço-carbono de 0,5 mm de diâmetro utilizadas em sistemas de jateamento, que podem ser encontradas no mercado facilmente, e ímãs permanentes, retirados de discos rígidos de computador, para magnetizar as esferas. Para gerar o campo magnético AC, construímos uma bobina de Helmholtz similar às disponíveis nos laboratórios de ensino do Instituto de Física.

LISTA DE MATERIAIS

Abaixo seguem os materiais que utilizamos nesse projeto:

Esferas de aço-carbono.

Ímãs permanentes.

Recipiente de plástico e de vidro.

Bobina de Helmholtz (ver referência 2, em anexo)

Fonte de corrente alternada AC com tensão regulável (Variac)

Fonte de corrente contínua DC (de computador, 12V)

DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL

Para darmos início ao experimento, o primeiro passo foi obter as esferas de aço. Procuramos por fornecedores de abrasivos e materiais para jateamento

de peças. Encontramos uma empresa em Campinas que comercializa esse produto, a Microesfera. Embora a venda seja apenas em grandes quantidades (acima de 20 kg), a empresa gentilmente cedeu cerca de 1 kg para o nosso experimento. As esferas são de aço-carbono, razoavelmente regulares, com diâmetro variando entre 0,4 mm e 0,6 mm.



Figura 2: Esferas de aço-carbono utilizadas, de aproximadamente 0,5 mm de diâmetro.

De posse das esferas, o primeiro desafio foi colocá-las para flutuar na superfície da água. Depois de muitas horas de tentativas, encontramos a maneira mais eficiente de fazer isso, que é depositar as esferas quase tangenciando a superfície da água. Para tanto, colamos um canudo plástico em um pedaço de palito de sorvete, e prendemos o conjunto por um alicate de pressão. Depois, depositamos as esferas em uma das extremidades do canudo, deixando-as rolar suavemente até a superfície da água, como mostra a figura 3.

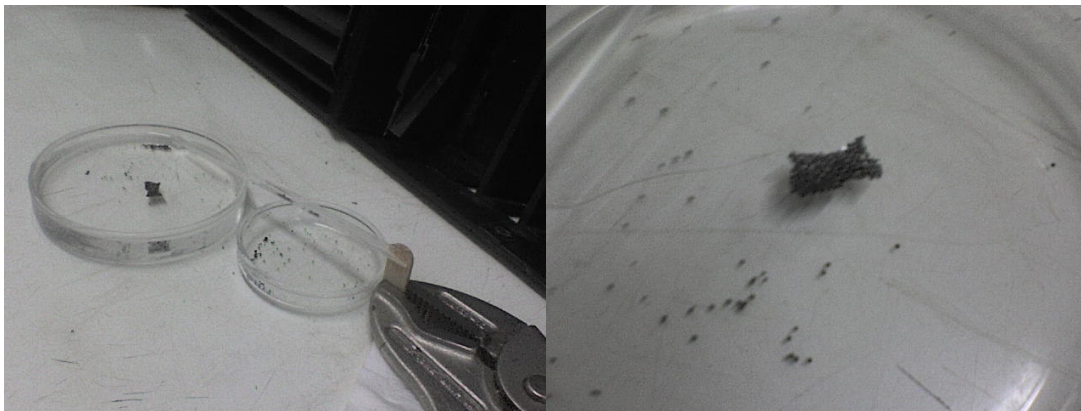


Figura 3: Primeiros resultados da formação do tapete de esferas na superfície da água, sem campo aplicado. À direita, ampliação do primeiro tapete formado. Vê-se no fundo do pirex algumas esferas que romperam a tensão superficial da água e afundaram.

Durante a formação do tapete de esferas, observamos que seria necessário selecionar as esferas antes de depositá-las na água, pois havia, na amostra cedida, esferas oxidadas, com geometria imperfeita e cascas metálicas, que prejudicavam a simetria e a homogeneidade do tapete formado. Depois de algumas tentativas, observamos que a maneira mais rápida e eficaz de eliminar as esferas imperfeitas era deixá-las rolar sobre uma folha de papel sulfite em um plano levemente inclinado, como mostra a Figura 3. As esferas perfeitas rolavam até o fim da folha e caíam em um recipiente, enquanto as imperfeitas ficavam pelo caminho. Esse procedimento mostrou-se bastante satisfatório, eliminando quase totalmente as imperfeições.

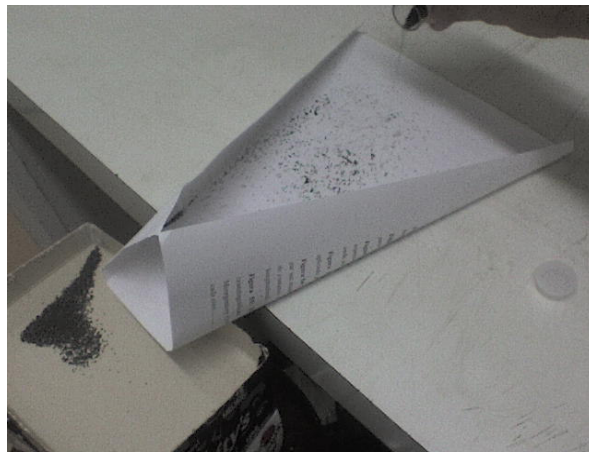


Figura 4: Procedimento usado para selecionar as esferas mais perfeitas, eliminando imperfeições, óxidos e impurezas.

Após dominarmos a técnica de formação do tapete, partimos para uma montagem preliminar, com os equipamentos que estavam prontamente ao nosso alcance, que foram uma bobina de Helmholtz do laboratório de ensino do IFGW, um Variac 0V a 140V – 10 A e um multímetro digital. Colocamos no centro da bobina um pirex de 10 cm de diâmetro com uma camada de 1,5 cm de água, e depositamos as esferas na água, conforme descrito anteriormente.



Figura 5: Montagem preliminar, para testar o efeito do campo no tapete.

RESULTADOS PRELIMINARES

Foi formado um tapete de aproximadamente 3 cm x 3 cm. Para observarmos algum efeito no tapete, foi necessário aplicar uma corrente de 6 A na bobina, gerando um campo de aproximadamente 50 Gauss, que é 250 vezes maior do que a intensidade do campo magnético da terra ($\sim 0,2$ Gauss), mas 100 vezes menor do que o campo do ímã de disco rígido usado para magnetizar as esferas ($\sim 5 \cdot 10^3$ Gauss) [2]. Com esse campo, foi possível observar um rearranjo da estrutura do tapete. Algumas esferas nas bordas começaram a vibrar, e no centro do tapete algumas esferas foram expulsas pelo sistema, e afundaram (provavelmente, essas esferas possuem superfície rugosa). As lacunas deixadas foram ocupadas por outras esferas, e o movimento continuou. Com o aumento do campo, observamos uma repulsão das bordas para o centro, e a formação de um arranjo mais compacto no centro do tapete, um vale, que acabou por romper a tensão superficial da água e levou todo o tapete para o fundo do pirex. Repetimos o procedimento para diferentes magnetizações das esferas, e os efeitos foram os mesmos. No entanto, em um tapete formado por poucas esferas, notamos uma repulsão e um rearranjo entre as esferas, com um espaçamento da ordem de 1 mm entre elas, como mostra a Figura 6. Embora não tenha sido possível observar a formação do padrão de interferência de Moore, foi possível observar esse

curioso efeito do campo nas esferas, o que nos leva a crer que estamos no caminho correto.

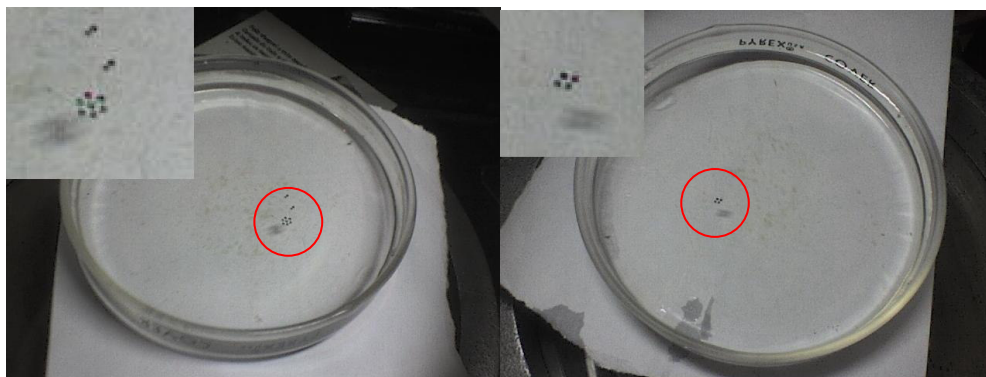


Figura 6: Padrões formados com tapetes de sete e quatro esferas. No canto superior esquerdo das fotos, o detalhe ampliado.

Esse resultado de por si só já foi interessante, porque mostrou um padrão de interferência hexagonal de poucos corpos magnetizados, sob ação de um campo ac. Lembremos que para o tapete de Moore havia a formação de um padrão de interferência quadrado formado por muitos corpos magnetizados (ver figura 1).

Foi possível também verificar que o tapete não ficava plano na superfície da água. Ele formava um vale, mesmo sem a aplicação do campo. Isso poderia significar que as esferas estavam muito pesadas, efeito que poderia ser diminuído com um aumento da densidade do líquido ou com esferas menos densas ou de tamanho menor. Tentativas de diminuir o tamanho das esferas por um método abrasivo (lixar manualmente ou com furadeira) ou corrosivo (solução ácida) não surtiram efeito. A mudança do líquido, onde tentamos óleos de diversas viscosidades e densidades, também não surtiram efeito, pois a tensão superficial não foi capaz de sustentar as esferas.

Como usamos um variac para excitar a bobina, ficamos sujeitos unicamente à frequência da rede elétrica (60 Hz). Imaginamos que o padrão de interferência com muitos corpos poderia se formar para um campo magnético de outra frequência. Para testarmos essa hipótese, seria necessário fabricar uma bobina de Helmholtz que fornecesse um campo da ordem de 50 Gauss mas que necessitasse de correntes mais baixas (~ 2 A), além de controlar eletronicamente a frequência através de uma fonte de corrente transistorada.

MONTAGEM EXPERIMENTAL DEFINITIVA

Partimos então para uma montagem experimental definitiva. Para dimensionar o sistema eletrônico foi preciso antes enrolar a bobina, para obter suas características (corrente máxima suportada, resistência elétrica). Utilizamos um cano de PVC de 50 mm de diâmetro e um fio de cobre de aproximadamente 0,6 mm de diâmetro e 40 metros de comprimento, retirado de uma montagem experimental preliminar de um ex-aluno desta mesma disciplina. A bobina de Helmholtz foi então confeccionada com dois enrolamentos ligados em série de 70 voltas em 4 camadas, com espaçamento entre eles de 30mm, totalizando uma resistência elétrica de 2,65 ohms. Para obter o campo de 50 Gauss, a corrente necessária, para essa bobina, é de 2 A.

Nesse momento, foi possível iniciar a montagem do circuito de que iria fornecer, a partir de uma fonte dc, uma corrente ac. No entanto, decidimos inicialmente testar o efeito de um campo dc, ligando a bobina diretamente em uma fonte de computador. Não foi possível realizar isso antes com a bobina da montagem experimental, porque não conseguimos uma fonte dc que fornecesse aproximadamente 40V e 6 A, que era a corrente necessária para obter o campo mínimo para a observação do fenômeno.



Figura 7: Bobina de Helmholtz e recipiente plástico com água, onde são colocadas as esferas

Para a nossa surpresa, observamos igualmente a formação dos padrões também para um campo dc! Com essa montagem experimental muito mais simples, e que não foi realizada por Moore, foi possível reduzir o fenômeno de

muitos corpos do Tapete de Moore a um fenômeno de poucos corpos, o que tornou a compreensão do fenômeno ainda mais clara e didática. Por esses motivos, nos concentramos nessa montagem.

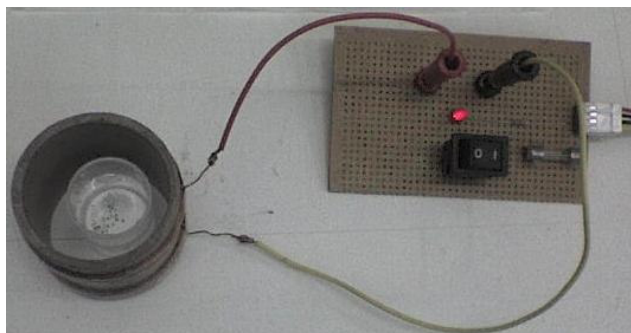


Figura 8: Circuito montado. À direita está o conector da fonte de tensão de computador.

Utilizamos um recipiente de acrílico com água, como mostra a figura 7. Após selecionarmos as esferas conforme descrito anteriormente, separamos 4 conjuntos de amostras para magnetizar. Colocamos, entre as esferas e um ímã de disco rígido, lâminas de microscópio, de maneira obtermos quatro conjuntos de amostras com diferentes graus de magnetização. Montamos um pequeno circuito de segurança com fusível e chave, e alimentamos a bobina diretamente na saída de 12 V da fonte dc de computador. A corrente fornecida pela fonte foi de 2,2 A, o que gerou um campo de aproximadamente 55 Gauss. Abaixo estão demonstrados os padrões formados com até 7 esferas.

Todas as esferas, com diferentes magnetizações, formaram os padrões observados. No entanto, aquelas magnetizadas minimamente e maximamente foram as que apresentaram piores resultados. Isso porque, pouco magnetizadas, não respondem adequadamente ao campo nem se repelem suficientemente; muito magnetizadas, se atraem demasiadamente a ponto de se unirem e não se separarem com a aplicação do campo.

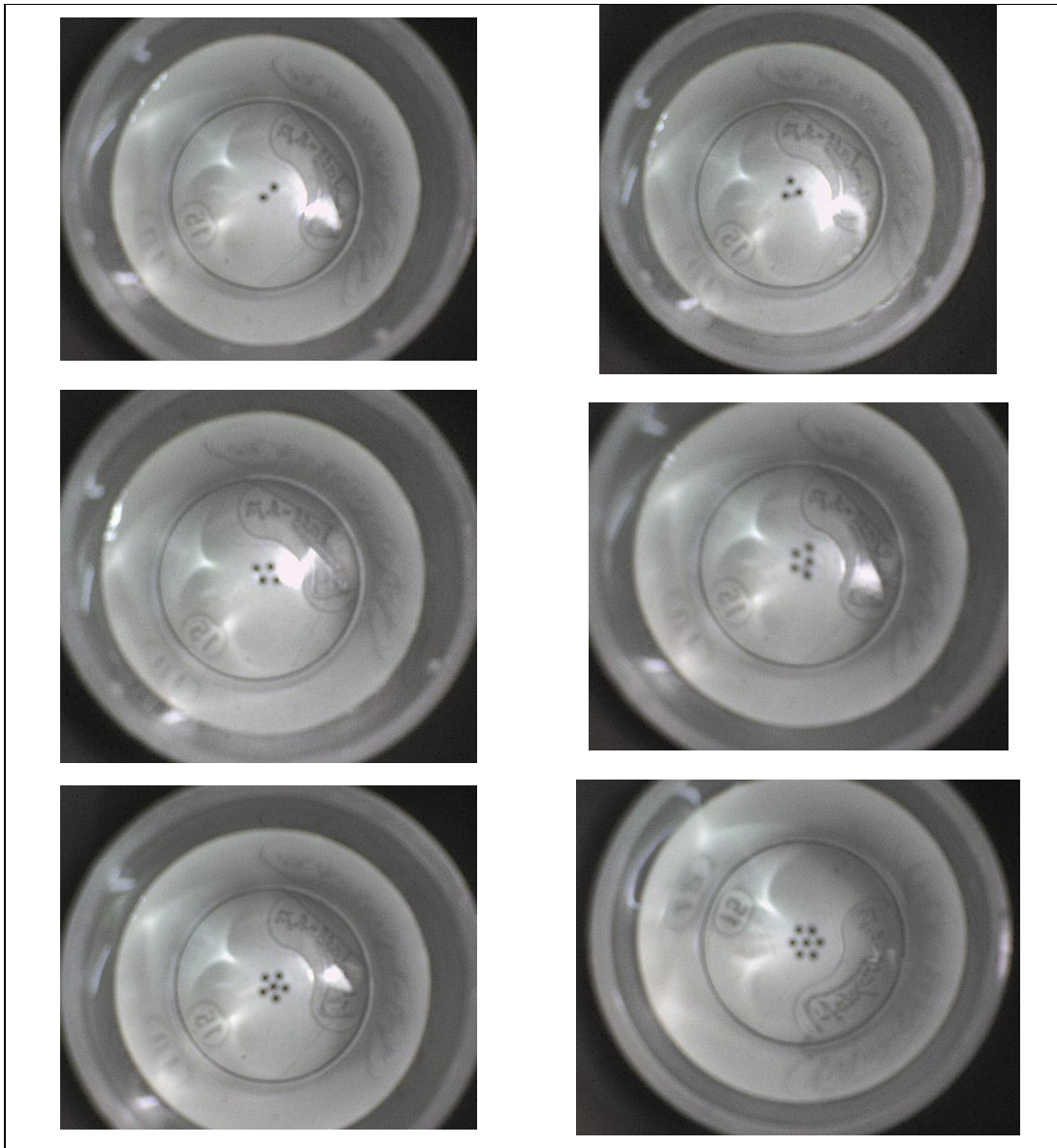


Figura 9: Padrões formados entre 2 a 7 esferas magnetizadas. As fotos foram tiradas com o campo aplicado, focalizando as esferas no recipiente, dentro da bobina.

FENOMENOLOGIA

Para explicarmos este experimento, precisamos entender algumas características do que é magnetismo. Desde a Grécia antiga já se tinha notícia do poder de uma rocha, a magnetita (Fe_3O_4), de atrair certos metais. No entanto, o fenômeno só passou a despertar real atenção (além das superstições e crendices) quando no século XIII foi inventada a bússola. A bússola possui uma agulha magnetizada que sempre aponta na direção norte-sul. Logo, de grande utilidade no período das navegações. Isso ocorre porque

a Terra possui no seu núcleo materiais magnéticos, que, devido ao movimento de rotação da Terra, acabam induzindo esse magnetismo em uma região do espaço, ou, em outras palavras, geram um campo magnético, formando pólos norte e sul magnéticos. É esse campo que faz com que a agulha da bússola se alinhe.

A magnetita nada mais é do que um ímã natural, e possui pólos magnéticos norte e sul, assim como a Terra. Se aproximarmos dois ímãs, veremos uma propriedade dos pólos magnéticos: os opostos se atraem e os iguais se repelem. Colocando um ímã em contato com um material atraído por ele, como por exemplo, o ferro, este também se torna magnético, ou seja, se torna um ímã, podendo manter as propriedades magnéticas mesmo se o ímã original for afastado. Os materiais que se comportam dessa maneira são chamados de ferromagnéticos. Dentre esses materiais está o aço-carbono, uma liga de ferro e carbono, matéria prima das esferas do nosso experimento.

Portando, quando em nosso experimento aproximamos um ímã das esferas, estamos induzindo nas esferas propriedades magnéticas, ou seja, estamos produzindo pequenos ímãs esféricos. Em uma analogia, podemos pensar em cada uma das esferas como sendo miniaturas do planeta Terra, pelo menos no que diz respeito ao comportamento do campo magnético: elas também passam a ter pólos norte e sul magnéticos. Quando as esferas são colocadas a flutuar sobre a água, o pólo sul de uma esfera é atraído pelo pólo norte de outra esfera, e elas vão se unindo, alinhando os pólos magnéticos paralelamente à superfície da água. Em seguida, quando um campo magnético é aplicado, perpendicular à superfície da água e alternado (que oscila, apontando ora para cima, ora para baixo), isso supostamente faria com que as esferas oscilassem, tentando alinhar seus pólos no sentido do campo alternado, como faz a agulha da bússola com o campo magnético terrestre. No entanto, existem forças de atração entre as esferas que tentam manter a cadeia em contato, além da tensão superficial da água que sustenta as esferas e o atrito entre as esferas com superfície rugosa. E são as conseqüências dessa disputa entre diversas forças que vão produzir o fenômeno do Tapete de Moore.

Quando conseguimos formações com poucas esferas e em campo dc, foi possível entender os mecanismos necessários para a formação de um

tapete completo. Começamos entendendo o perfil da camada superior da água, e como ela influencia o fenômeno. A tensão superficial da água tende a manter as moléculas ligadas. Mas como elas sofrem a ação da gravidade, essa camada superior, em um recipiente cilíndrico, tende a se arranjar em uma formação côncava e não plana. Quanto menor o diâmetro do recipiente, mais pronunciada é essa formação. Esse efeito é bastante conhecido por quem trabalha com química e pipetas graduadas, onde a precisão da pipeta só é garantida se a parte inferior da formação côncava for alinhada na marca da pipeta: esse processo é comumente conhecido como “acertar o menisco”.

Quando colocávamos uma esfera em nosso recipiente, devido à concavidade da superfície, ela tendia a seguir para o centro do recipiente. Além disso, o seu próprio peso deformava a superfície, formando um vale ao seu redor. A próxima esfera colocada também seguia para o centro, e o vale formado pela primeira esfera intensificava esse movimento, até que as esferas se tocavam. Nesse momento, seus pólos magnéticos se alinhavam horizontalmente.

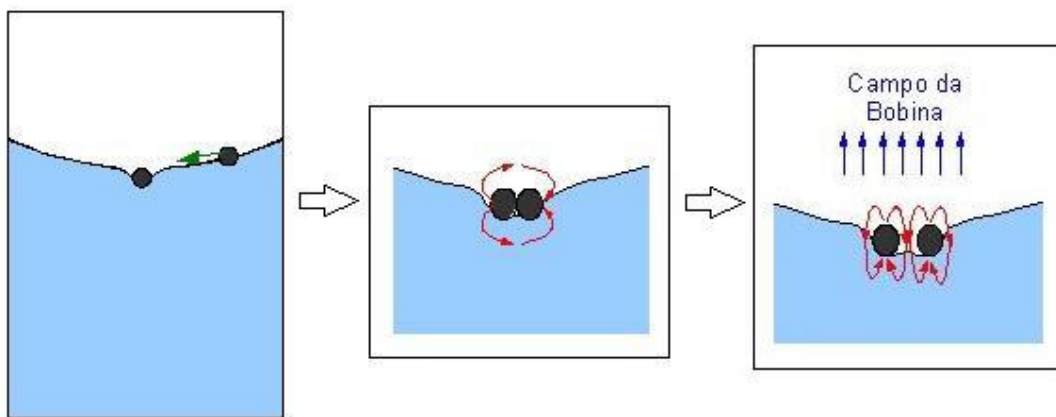


Figura 10: Esquema demonstrando a deformação da superfície da água e o arranjo de duas esferas sem e com campo magnético aplicado.

Quando o campo magnético era ligado, ele fazia com que os pólos das esferas se alinhassem verticalmente, o que causava repulsão entre elas. Mas havia ainda o efeito do peso dessas esferas deformando mutuamente a camada da água, o que tendia a mantê-las unidas no centro. A figura 10 ilustra esse processo de acomodação do sistema. Essa disputa, entre a deformação causada pelo peso das esferas e a repulsão magnética dos pólos alinhados verticalmente, é responsável pela formação dos padrões demonstrados neste experimento.

CONCLUSÃO

Neste experimento, conseguimos sintetizar um fenômeno de muitos corpos e com uma dinâmica complexa, o Tapete de Moore, através de um sistema de poucos corpos, de uma forma mais compreensível e didática. Além disso, conseguimos reproduzir padrões de grande interesse na física, como o padrão hexagonal, tão importante no estudo da física de estado sólido quando se estuda formações de cristais e sistemas de vórtices em supercondutores; ou os padrões com três ou mais corpos, cuja solução através do eletromagnetismo é extremamente complexa, e frequentemente, não apresentada a alunos de graduação. Nesse sentido, este experimento poderia servir como uma útil analogia para o ensino desses e de outros temas da física.

REFERÊNCIAS

[1] A. D. Moore, "The Magic carpet: water-floated magnetized balls form standing waves when driven by AC magnetic field", IEEE Trans. on Commun. and Elect. **83**, 758 (1964). É o artigo de Moore, onde ele estuda a formação dos padrões de interferência.

[2] René Robert, *Bobina de Helmholtz*, Revista Brasileira de Ensino de Física, **25**, 40 (2003). Apresenta uma técnica de cálculo do campo magnético da bobina de Helmholtz e detalhes construtivos.

Endereços na internet contendo noções introdutórias sobre magnetismo, pólos magnéticos, ímãs e campo magnético terrestre.

<http://br.geocities.com/jcc5000/oqueecampomagnetico.htm>

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Magnetismo>

THE UNIVERSITY OF MICHIGAN
INDUSTRY PROGRAM OF THE COLLEGE OF ENGINEERING

THE MAGIC CARPET: WATER-FLOATED MAGNETIZED BALLS FORM
STANDING WAVES WHEN DRIVEN BY A-C MAGNETIC FIELD

A. D. Moore

November, 1962

IP-591

TABLE OF CONTENTS

	<u>Page</u>
SUMMARY.....	1
BACKGROUND.....	2
The Free Raft.....	3
The Patterned Raft.....	3
The Magic Carpet.....	6
First Results.....	6
Stopping and Controlling the Action.....	6
From Chaos to Order.....	8
Magnetic Organization.....	11
Parallel Waves.....	11
Pattern of Unframed Raft.....	13
Frames Other Than Square.....	13
Tight and Elastic Chains; Ball Movement.....	14
The Magic Carpet, and Implications.....	15
Wave Length.....	16
The Field, and Ball Magnetization.....	17
Phase Relations; Power Input.....	18
Operating Techniques.....	20
CONCLUSIONS.....	21
REFERENCES.....	22

LIST OF FIGURES

<u>Figure</u>		<u>Page</u>
1	The Magic Carpet on Water, in Free-Raft Form. A Dynamic Carpet of Magnetized Balls Driven by a Vertical a-c Magnetic Field.....	4
2	More Compact Raft, at Lower Field Strength.....	5
3	Checkerboard Standing Wave Pattern of Carpet in 3 cm. Square. Bright areas are hills; dark areas, hollows. The array is reversed in the next half cycle.....	7
4	Magnetic Organization of the Carpet (see text).....	10
5	Phase Relations. The carpet lags about 45 degrees behind the alternating field.....	19

SUMMARY

Thousands of magnetized balls, floating free on water and activated by an a-c magnetic field, form a dynamic, ever-changing raft. With the raft confined within a square frame, the "magic carpet" appears: a checkerboard array of hill-and-hollow standing waves, the waves being driven by elastic chains of balls. This new phenomenon is an extension of magnetospherics.^(1,2) The magnetic organization is worked out, wave phenomena are discussed, and phase relations established.

BACKGROUND

In earlier papers,^(1,2) the floating organism was described. Hard cast-iron size 50 balls (about 1/50 inch) freely float in water. Magnetized, floated, and subjected to a vertical a-c magnetic field, single balls and chains of balls will orient their magnetic axes horizontally. A chain oscillates, seesawing, driven by the field. It sets up waves. Several chains and single balls may form in line on the waves, with spaces between. All this makes a backbone. Symmetric pairs and triplets may join the array along it, or at the ends, or both. Thus a linear "organism" is formed, producing standing waves which, in turn, affect and maintain the organized array. The organism may remain stationary, or it may propel itself in lifelike manner.

The units are not only spaced within the waves. There is repulsion between the balls and chains, crosswise of the vertical field. Without repulsion the balls would mass together with varied contacts. It would be active, but no organism would form.

Another phenomenon described was the sinking of a compact raft of unmagnetized balls. This is what led to the present discovery. With field off, the raft is dish-like, with the central area depressed by the weight of the raft. Now, if the field is slowly applied, repulsion tends to separate the balls; but with balls as large as size 50, stack-up dominates: the tendency to line up vertically with the field. The stronger field increases the tilting of the edges, and the central depression. The edges fold together and the raft, as a globule, sinks.

In demonstrating on July 4, 1962, it was intended to sink the raft. By chance, smaller size 80 (about 1/80 inch) balls were floated on, and they happened to be already magnetized. This raft did not sink. It was then, by accident, that the organism, theretofore one-dimensional, showed that it could be two-dimensional. Thousands of balls were poured on, with effects as seen in Figures 1 and 2.

The Free Raft

The Patterned Raft

The raft, Figure 1, is not static, as the picture might indicate. It is a shifting, changing, dynamic phenomenon. The arms are forever moving, changing in form and merging with each other. It holds the attention as few things can. A reduction of field reduces repulsion, Figure 2, and lets the arms aggregate into a more or less single-raft formation, but it too is always changing form and location.

In both, there are hills and hollows. These appear to want to form a pattern, here and there. If the field is further reduced, a compact raft forms (not shown) and at once, regularity becomes evident. There is a grid pattern, not perfect, but obvious. The raft may have several areas in which each tries to have its own grid, and these disturb each other.

Here is a remarkable organization of the ball magnets, intimately integrated with the waves they are driving. If this happens for the imperfect free raft, what might ensue if it were given a full chance to organize? The obvious step was to acknowledge the grid effect, and give the raft a square boundary.

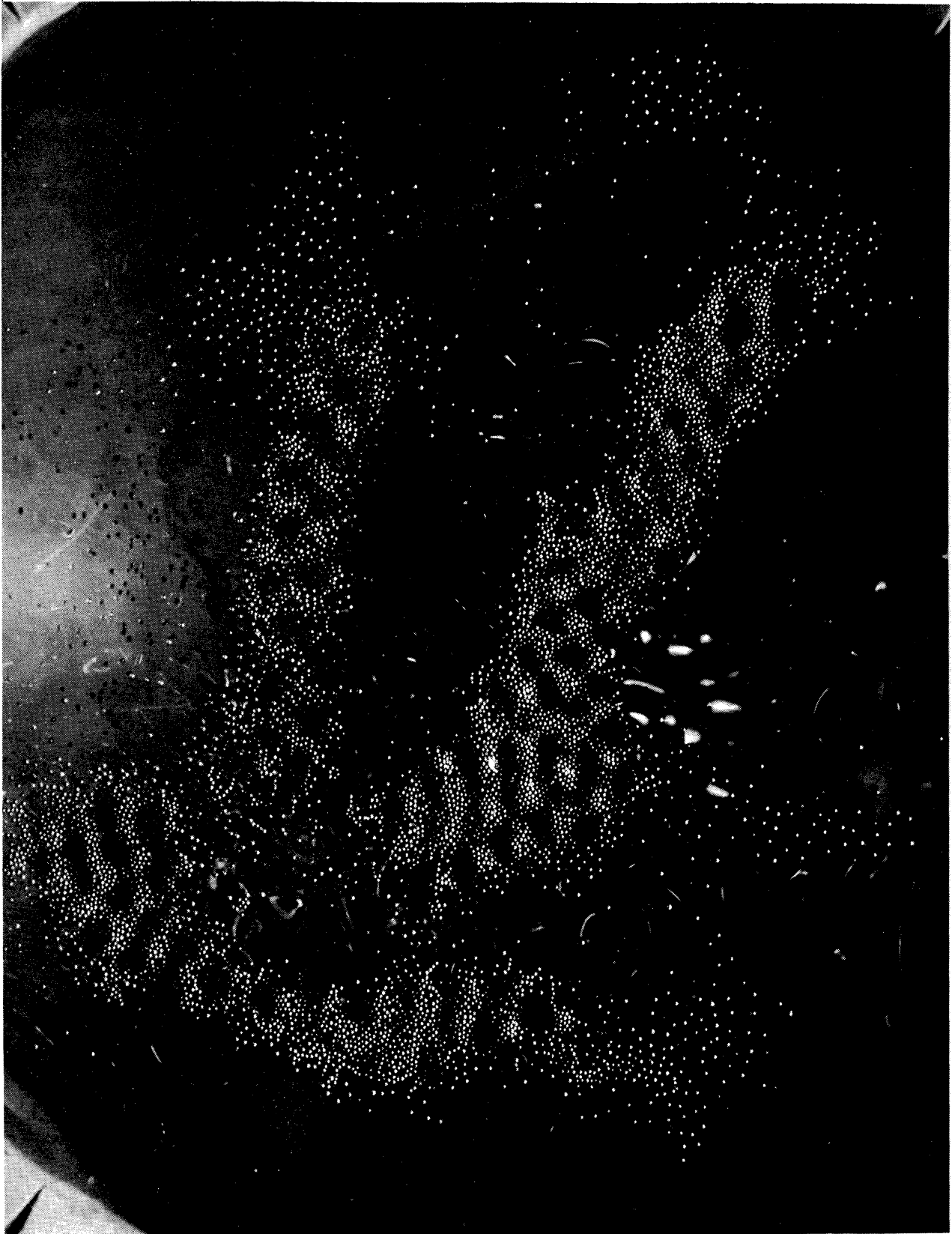


Figure 1. The magic carpet on water, in free-raft form. A dynamic carpet of magnetized balls driven by a vertical a-c magnetic field.

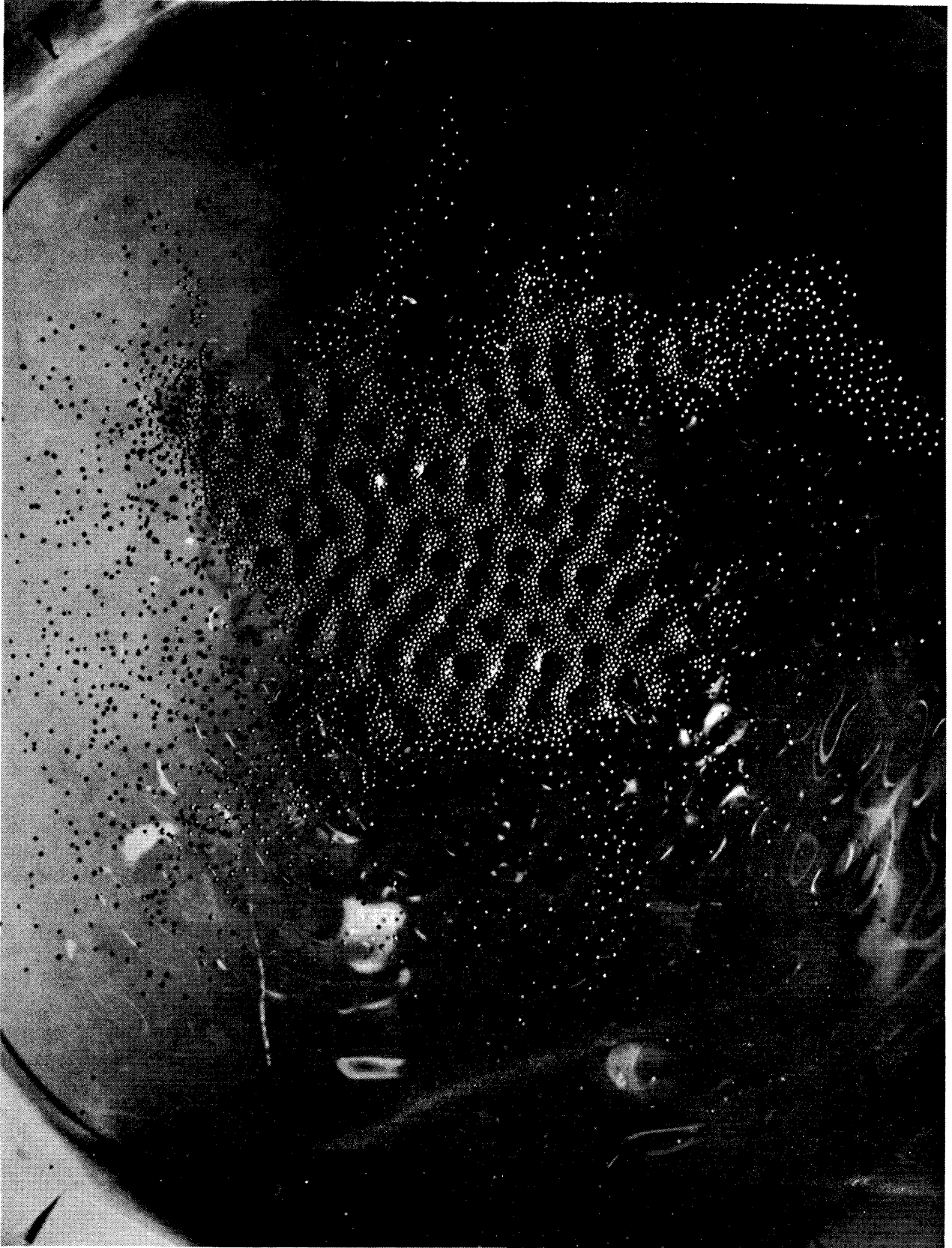


Figure 2. More compact raft, at lower field strength.

The Magic Carpet

First Results

The first frame was an aluminum strip, $1/2$ inch wide, bent into a square $1-5/8$ inches on a side. It was set in the water pool, with water level at the frame top, and a raft of some 15,000 size 80 balls was poured on. There was immediate success. The pattern was somewhat imperfect and changing, but was certainly trying to achieve uniformity. It promised that relative perfection might lie ahead, if conditions were improved.

A long series of experiments gradually showed that pattern perfection is sensitive to water level, levelness of frame top, number of balls for a given area, degree of ball magnetization, and strength of the magnetic field. To these five factors, add a sixth: a burnished copper plating on the balls, discussed later.

Early attempts to diagnose what was seen in ordinary light, were ridiculously far from the mark.

Stopping and Controlling the Action

By turning off the lights and using a Strobotac at line frequency, the striking beauty of the magic carpet is revealed. One sees the whole surface, Figure 3, covered with hills and hollows in checkerboard order. Using burnished copper-plated balls, the copper mounds make a dramatically lovely landscape. This stopped view of the carpet is startling; but even more striking is the effect when Strobotac frequency is changed to near 60 cycles to put the carpet

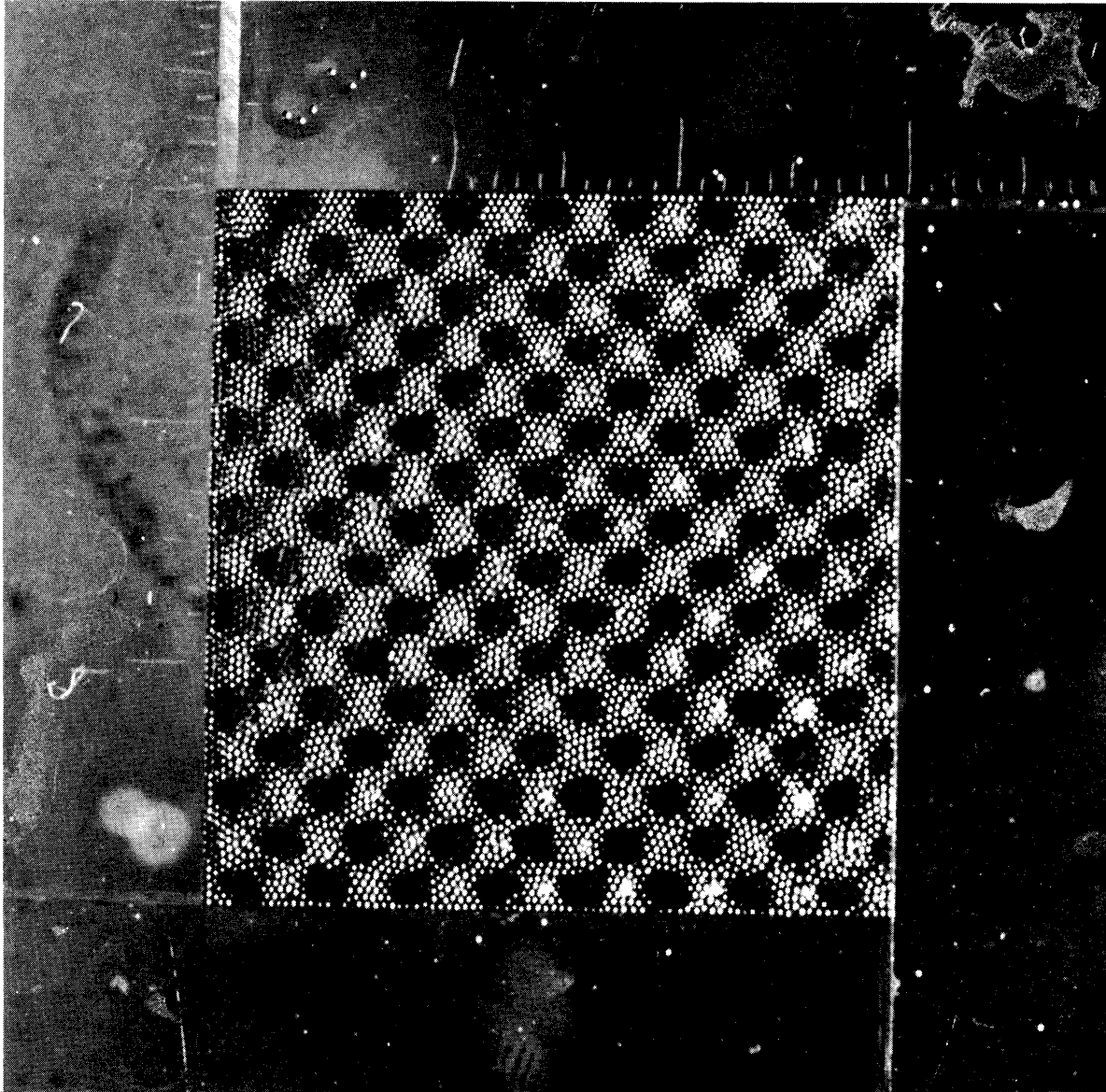


Figure 3. Checkerboard standing wave pattern of carpet in 3 cm. square. Bright areas are hills; dark areas, hollows. The array is reversed in the next half cycle.

into slow motion. The hills sink down to become hollows, and the hollows come up to become hills. Here are standing waves, with the balls riding the waves, and furnishing the driving energy.

It is now clear as to why the magic carpet is so confusing in ordinary light. The eye picks up a double pattern - one for each half cycle - the one interposed within the other. Until this is recognized, no sense can be made of what takes place. And now comes the question: how can the beautifully organized action of the carpet come about, when started from chaos?

From Chaos to Order

Let the raft be formed without the field: it is a mass of chaotically interlocking chains. Apply the field then: repulsion breaks the interlocks; the chains separate and begin to seesaw. Each would start a tiny component train of travelling waves, away from its ends in both directions. There would still be chaos, and much cancellation. But somewhere, a group of chains, magnetically oriented in parallel, would occur, making a stronger pair of wave trains.

What we will call the slope-oriented effect ensues, and it is now described. When the stronger, more dominant wave comes along, the chaotic chains it approaches may be oriented in any direction; but when they start riding the wave train, they will swing around as they oscillate, to point up and down the greatest slope of the wave - since the wave has the same frequency they have. They become slope-oriented; and in doing so, they add their driving energy and accentuate the wave train.

Thus, wave train accentuation in general, is present. But in particular, strong build-up comes from the square frame. Any travelling wave components going diagonally will strike the wall at 45 degrees, be reflected at the same angle, go to the next wall and be again reflected, and so on. These will all accentuate each other, if in phase, and furnish rapid build-up. Components in other directions tend to get lost by cancellation.

A small region of the carpet is drawn in Figure 4. The AA lines represent coincident peaks of transverse travelling waves going northeast and southwest; the BB lines, of waves going northwest and southeast. Next, an A-set of travelling waves, equal and opposite, will yield an A-set of transverse standing waves, the crests now being the AA lines, and troughs being the A'A' lines. Likewise for the B-set. Finally, the transverse A-set and B-set standing waves combine to form the observed hill-and-hollow standing waves, with peaks now at points marked P, hollows marked H, and nodes marked N.

Such a grid of hill-and-hollow standing waves has been observed in the writer's boat, in a little pool of water at the stern. Vibrated by the outboard motor, the pool usually shows ordinary wave trains; but at times, a central patch appears with trains at right angles to each other. Then the hills and hollows are identical in appearance to those of the magic carpet, and are not far from having the same size.

The magic carpet is rugged, soon re-forming after being disturbed. Stir it with a plastic rod, and it will resume regular order in a few seconds. Achievement of order is really not as fast as it seems.

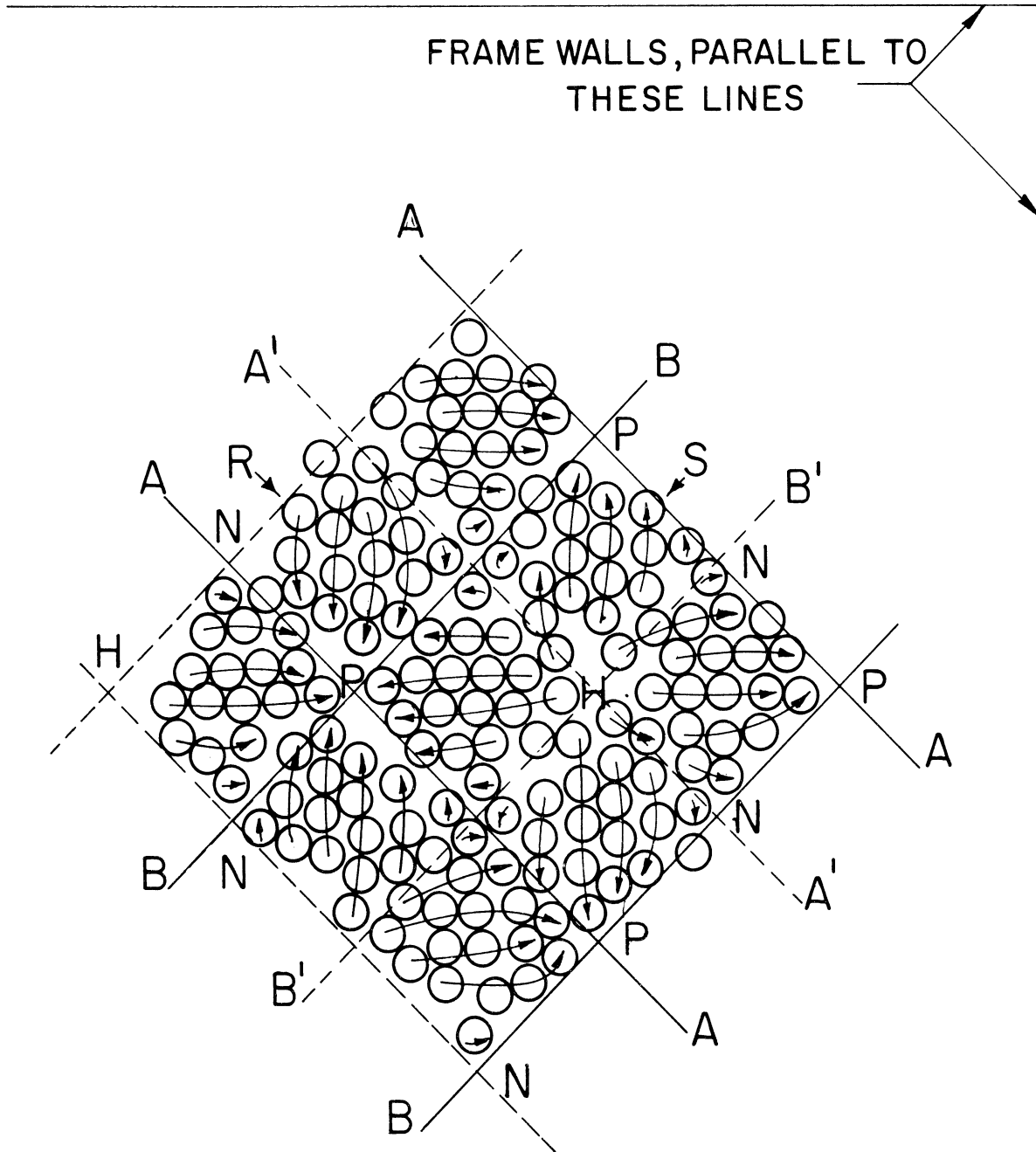


Figure 4. Magnetic organization of the carpet. (See text).

Suppose order is achieved in five seconds: at 60 cycles, the carpet has had 300 shufflings of balls, to organize them for dynamic stability.

Magnetic Organization

An approach to the problem of organization is as follows. Suppose we start with plain water, and make the hill-and-hollow waves by vibrating the frame. With a field, let the balls be poured on. Chains would form and interlock while being thrown about by the waves, with chaotic results. Next, putting the field on would break the interlocks, and the slope-oriented effect would make the chains conform to the waves as in Figure 4. Next, if the energy furnished by the electromagnetic system is sufficient, the external frame vibration could be stopped, and the balls would maintain the wave action.

It is most interesting to find that the nodes are double nodes: they are wave nodes, and also "magnetic nodes" - magnetic singularities.

The one magnetic organization that meets all requirements is that of Figure 4. At this instant, an upward field has tilted the North ends of chains up toward the peaks, and the South ends into the hollows.

Parallel Waves

The dominant pattern so far discussed is due to diagonal waves, reinforced by succeeding 45 degrees reflections, and having the checker-board pattern. There is another possibility. What if, somehow, parallel waves initially happened to dominate? Such waves, parallel to two frame sides, would build up by back-and-forth reflection between those sides.

And, if the other set of parallel waves also took place, the complete magnetic organization might occur, and such a pattern - a square pattern rather than checkerboard - might ensue. In all of the very numerous trials, this happened only twice. The first time, the pattern was crude, and soon broke up to re-form in the diagonal mode. Some weeks later, the second instance came. It was much more regular, and persistent, but it never achieved anything like the relative perfection of the diagonal mode pattern. Perfection cannot be expected, since the two sets of back-and-forth waves cannot very well correct each other's deficiencies; whereas, in the usual diagonal mode, the continuous 45 degree reflections of waves, once started, should serve to iron out imperfections and tend to shuffle the balls into a "perfect" magnetic organization.

There is purpose in mentioning this rarity. Sometimes the usual pattern shivers. Irregular shivers may indicate ball insufficiency, or other trouble; but periodic shivering, difficult to describe, can occur. With the Strobotac at near line frequency, alternate bands of stripe, or even alternate stripes, are sometimes seen to shift lengthwise a little, abruptly. This is not understood. Perhaps it is due to a small parallel wave component. But if so, how could the regular magic carpet organization make such a component? We cannot find such a driving source in Figure 4, if equal numbers of balls are assumed to be in each of the smallest squares. A gang of balls in the R-square, trying, with like gangs, to generate parallel waves, would be nullified by the S-square and its mates. However, while the regular pattern is still forming,

a parallel wave component could use the slope-oriented effect to put fewer chains in, say, the R-gangs, and more in the S-gangs. This would maintain a parallel wave component.

This may happen, for something is needed to explain why the regular pattern sometimes prefers to have unequal numbers of hills, counted each way. It might account for another imperfection: a diagonal row starting in one corner of the square may miss the other corner by a notch or two. Of course, the anomalies may also be saying that conditions are not ideal: that the balls, for example, are notably imperfect.

Pattern of Unframed Raft

The build-up for diagonal waves accounts for the carpet pattern in its frame. But, with a compact, free raft floating in a large round pool, reflected waves would be weak, and more or less of random effect. Why then does the free raft do its best to display the carpet pattern? Presumably, in an infinitely large set-up, great patches would occur, with the magic carpet geometry. They would not need reflection, being self-sufficient; but, why take this form? Why not a triangular, or hexagonal arrangement? Now, to achieve dynamic stability, there must not only be a stable wave form; there must also be a stable magnetic organization to fit that form and also serve to shape and drive it. This double restriction seems to limit possibilities to the single one portrayed. No others have been found that satisfy all conditions.

Frames Other Than Square

These analyses seem to be borne out by tests run with various frames. Rectangular frames work as well as square frames, even when

re-entrant corners are added. But the carpet refuses to have a new pattern imposed on it by round or hexagon frames. The regular pattern forms as best it can, over much of the area, and with outer regions confused and irregular.

Tight and Elastic Chains; Ball Movement

Some tight magnetic chains are seen in arm margins, Figure 1, where wave action is subdued. A tight chain is one with the balls stuck together. More appear in Figure 2, with weaker field and less repulsion. Now, with balls properly magnetized, repulsion by the field can separate the balls, and yet let them retain chain identity. This makes an elastic chain. Elastic chains are of paramount importance to the magic carpet.

Proof comes in motion pictures taken at 3200 frames per second, and shown at normal speed. A few balls move slightly sidewise, but nearly all of the balls have virtually no horizontal motion. Their paths are vertical. If the chains are tight in the flat period when hills and hollows are smoothed out, then, at maximum wave amplitude, a chain is stretched in fitting to the profile of the wave. The stretch is considerable: by visual inspection, the difference in level from peak to hollow is about equal to the wave length.

There is more evidence. These balls had been copper-plated and burnished,⁽²⁾ for magnetospherics. After much use, the plating may have worn: it became difficult to get a good carpet. After replating and reburnishing, performance was much improved. Plating prevents iron-to-iron contact, making it easier for the field to turn tight chains into elastic chains.

In Figure 3, the 3 cm. square has about 6,800 balls. They have ample room to maneuver, for they cover only 0.6 of the flat-water area. They are divided among some 125 units, a unit being a square, Figure 4, having four adjacent peaks for corners. This gives about 54 balls per unit, which is roughly the number drawn in the figure.

The Magic Carpet, and Implications

First and foremost, the magic carpet is a fantastically beautiful demonstration of how a complex interweaving of the laws of physics can start with chaos, and bring it into complete dynamic order. In watching the cycles of movement (Strobotac or motion pictures) and realizing that these iron balls are perfectly adapting themselves at 60 times per second, a better appreciation comes of how molecules, atoms and electrons, on their incomparably smaller scale, not only can achieve order, but can make their movements at an incomparably higher frequency.

Colleagues viewing the carpet have repeatedly mentioned similarities to phenomena in wave guides, and to plasma frequency. These ideas are passed on. In the gyrations of the free raft with its changing arms and striations, the writer has often seen formations reminiscent of galactic formations. Astrophysicists may wish to make their own observations. Just possibly, a helpful analogy for some galactic behavior might be present.

The magic carpet also may be our only example of self-energized standing waves, in which the driving forces come from an intimate part of the wave itself.

Wave Length

In Figure 3 the wave length (diagonally) is about 2.8 mm. Approximately, the wave length remains constant, for frame dimensions from 1 to 4 cm., and water depths from 1/8 to 1/2 inches. Since water waves alone would have the wave length depend on both frame size and water depth, it is clear that water wave theory does not explain this phenomenon. What then does fix the wave length? The clue comes from watching smaller formations, as in the linear organism. The backbone will be made of chains of from one to six balls, separated by short gaps. Or again, strictly isolated chains will have two or four balls, sometimes five, occasionally six. Obviously, when a chain is too long, it is too weak to maintain integrity when acted upon by the water movement it sets up, and will break. Now note that in Figure 4, chains have up to five balls, and six might at times occur. Thus, it appears that the magnetic organization can have, and does have, about a five-ball chain limit, and that this is the factor that determines wave length. As far as the water is concerned, it is in forced vibration.

The simple guess would be that with balls of half the diameter, wave length would be halved. However, ball mass, attraction between balls in a chain, repulsive forces, and field action on a chain, would not all necessarily change proportionately with change in diameter. The actual result will have to await trial.

One test was run at 180 cycles, and no pattern was observed. It is presumed that chain length was reduced to about one ball, and that the required magnetic organization could not take place.

The Field, and Ball Magnetization

The balls are hard-cast iron shot, meant for shot-peening, air-blast cleaning of castings, and so on. The raw shot is heavily loaded with imperfect shapes. Selected balls were winnowed out,^(1,2) and further selected by slow visual inspection. There are no true spheres - merely a majority of pretty good spheres. The diameter is close to 1/80 inch, but varies each way by perhaps 10%. The balls, in a plastic bowl, are magnetized by moving an Alnico U magnet underneath several times, with a spacer between bowl and magnet. Spacer thickness is critical, to be found for any one magnet only by trial. Balls weakly magnetized will separate by repulsion and be too inactive. If over-magnetized, it takes too strong a field to break interlocks and have elastic chains: the carpet goes wild. Note this: good performance of the free raft requires balls more strongly magnetized, than for the framed carpet.

It is interesting that very good carpet performance occurs with "diluted" balls (suggested by Professor Richard E. Balzhiser) - which is done by magnetizing, say, only half of the balls.

True spheres such as ball bearing balls might give better and more consistent performance; but this must await trial.

A pair of Helmholtz coils could furnish the vertical field. The writer uses the two coils already available for 'spherics.'^(1,2) The r.m.s. field density for best results is about 350 maxwells per sq. in. (54.5 gauss); but it must be remembered that field strength depends on degree of ball magnetization.

Phase Relations; Power Input

Phase relations would be as in Figure 5a, if the carpet had no losses. The upward field in the first half cycle is matched by all peaks being North, maximum wave and field amplitudes occurring together. Likewise, but in reverse, in the next half cycle.

The power input curve (dash line) can qualitatively be drawn. Considering a magnetic chain as a dipole, instantaneous power is force times vertical velocity of poles of the dipole; force being proportional to field B. Power is zero at zero B; also when pole velocity is zero, at maximum wave amplitude. From 0 to 90 degrees, the poles are going with the forces on them, and energy is put into the waves. Input energy is taken positive. From 90 to 180 degrees, the wave carries the poles against the forces on them, and puts an equal amount of energy back into the power supply. Net energy transfer is zero. If vertical movement is taken as sinusoidal (and it looks very much like this, in slow motion) then the power wave is a double frequency sine wave.

Now suppose that the above lossless system prevails up to the start of the cycle, and that then, loss is introduced. The standing wave would not rise as much, its peak amplitude would lag; and when the transient thus started ends in a steady state, the conditions of Figure 5b would prevail. Positive power exceeds negative power, and there is a net energy input.

The drawing shows maximum wave amplitude lagging 45 degrees. This is approximately what was found, by use of a synchronous contactor adjustable as to angle and set to zero by oscilloscope, devised for firing Ne 2 (neon) bulbs to illuminate the carpet. A 45 degree lag was used for the Figure 3 picture, showing the carpet about at maximum amplitude.

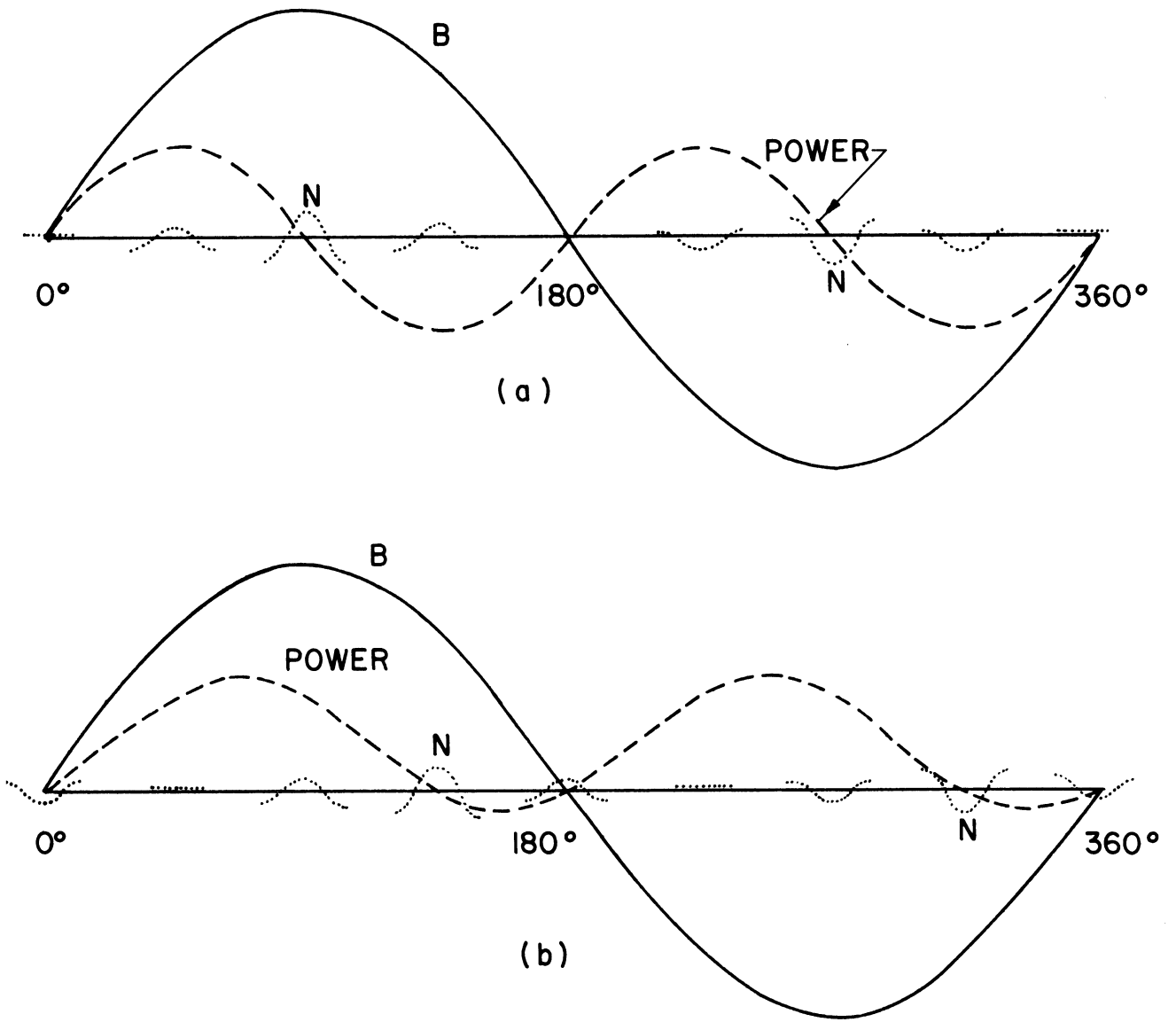


Figure 5. Phase relationships. The carpet lags about 45 degrees behind the alternating field.

Operating Techniques

Balls dropped too far will pierce the water film and sink. To pour the balls close to the surface, and direct them to remaining bare spots, a feeder is needed. This is a waxed paper soda straw bent at right angles in inch from one end, with the top of the boot slit open. The balls will cling together in the boot, until some field is turned on to induce activity; they then stream out. A medicine dropper can be inserted through the carpet for accurate adjustment of water surface to frame top level. The frame, Figure 3, is made of four pieces of Plexiglas, held to plate glass by modeling clay.

If the carpet shivers considerably with full field, it needs more balls. Fed onto the carpet in limited numbers, most of them promptly fit in. Those who work with monolayers should certainly observe the others, busily skipping around on the monolayer, until they find a home in it.

After operation, balls are collected on the end of a smooth Alnico rod magnet and dried on a paper towel. The retriever magnet overmagnetizes them. To demagnetize, the balls are put in the bowl, and the bowl bottom is moved in contact with the upper coil in which high momentary current is used.

CONCLUSIONS

A raft of thousands of tiny magnetized balls, floating on water in a square or rectangular frame, is turned into a dynamic magic carpet of ball-coated hill-and-hollow standing waves organized in checkerboard fashion, by applying a vertical a-c magnetic field.

An extension of magnetospherics, this new phenomenon is sensitive to a number of physical factors. These have been worked out experimentally and described, so that others may duplicate the performance.

Why the physical laws involved should bring order out of chaos and then sustain that dynamic order, requires analysis of the magnetic organization of the carpet, discussion of wave action, and phase relationships. These have been worked out and discussed. The wave length is not dependent on frame size or water depth, and thus is not to be predicted from water wave theory; instead, it is determined by the chain-length limit set by the organization itself.

This may be our first example of self-energized standing waves. The magic carpet is a thing of beauty; and as a visual demonstration of how the complicated interplay of natural forces can quickly establish order out of disorder, it may have few competitors.

Various observers have remarked on similarities to wave guide and plasma frequency phenomena.

When the carpet is allowed to roam at will in a large pool, forming arms and striations, effects are seen reminiscent of galactic formations. It is suggested that astrophysicists observe these effects for themselves: the interest aroused might possibly lead to the discovery of a useful analogy.

Every aspect of the phenomenon is open to improvement, and to further research: experimental research into the effect of ball size, surface tension, specific gravity of fluid, frequency, and so on; and theoretical analysis to round out the picture, and perhaps to find analogs for other phenomena.

REFERENCES

1. Electrospherics and Magnetospherics, A. D. Moore. Electrical Engineering, Part I, February 1959, pages 148-155; Part II, March 1959, pages 229-235.
2. Electrospheric and Magnetospheric Phenomena, A. D. Moore. AIEE Transactions, Communications and Electronics, Vol. 81, 1962. (Much the same as 1, but brought up to date in some respects).

Bobina de Helmholtz

(The Helmholtz coil)

Renê Robert

Departamento de Eletricidade da UFPR
CP 19047, CEP 81531-990, Curitiba, PR

Recebido em 24 de outubro, 2002. Aceito em 27 de janeiro, 2003.

É mostrada uma técnica para o cálculo do campo magnético gerado por uma bobina de Helmholtz em torno de seu centro de simetria. São descritos detalhes experimentais e citados experimentos que podem ser realizados com esta bobina, enfatizando que alguns são de custo baixo.

It is shown a technique for the calculation of the magnetic field generated by a Helmholtz coil around his symmetry center. They are described experimental details and cites experiments that can be accomplished with this coil, emphasizing that some have low cost.

I Introdução

Freqüentemente é necessário produzir um campo magnético uniforme de baixa intensidade sobre um volume relativamente grande. Para cumprir tal tarefa é, em geral, utilizada a bobina idealizada por Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894), conhecida atualmente como bobina de Helmholtz, a qual consiste de duas bobinas circulares, planas, cada uma contendo N espiras com correntes fluindo no mesmo sentido conforme esquematizados na figura 1. A separação entre estas bobinas é igual ao raio R comum a ambas. A corrente elétrica de alimentação das bobinas pode ser contínua (CC) ou alternada (CA). As aplicações da bobina de Helmholtz são várias; por exemplo: determinação das componentes vertical e horizontal do campo magnético terrestre; anulação em determinado volume do campo magnético terrestre; calibração de medidores de campo magnético de baixa freqüência; estudo dos efeitos de campos magnéticos em componentes ou equipamentos eletrônicos; medidas de susceptibilidade magnética; calibração de equipamentos de navegação; estudo de efeitos biomagnéticos; ajuste de tubos de raios catódicos; estudo da performance de tubos de fotomultiplicadoras em campos magnéticos; medidas de magnetorresistência; desmagnetização de pequenas peças de materiais ferromagnéticos usados na ciência de naves espaciais. Na área de ensino de física ela é usada principalmente em experimentos para a determinação da carga específica do elétron.

Se as correntes nas bobinas tiverem sentidos opostos, os campos magnéticos gerados por elas terão sentidos opostos. Esta configuração gera um gradiente de campo que é utilizado para o cálculo da força sobre uma amostra material, fato este normalmente usado em balanças de susceptibilidade.

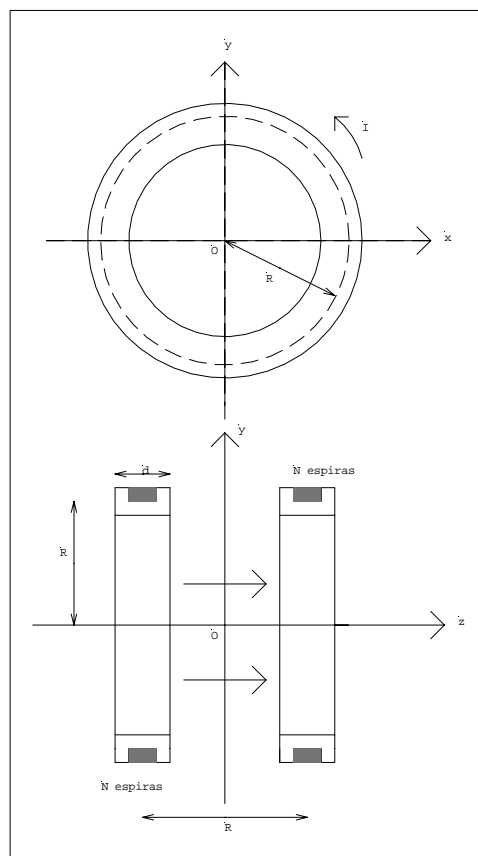


Figura 1. Esquema da bobina de Helmholtz e sua orientação com relação aos eixos xyz . Nesta bobina em geral fazemos para efeito de cálculo $d \ll R$.

O objetivo deste trabalho é mostrar como calcular o campo magnético no interior da bobina usando o método de expansão axial e incentivar a sua construção e utilização.

II Método de cálculo

A solução analítica da equação de Laplace para um potencial com simetria axial (potencial eletrostático, magnetostático ou gravitacional) é dada por [1]

$$V(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n+1}} \right) P_n(\cos \theta), \quad (1)$$

onde (r, θ, φ) são as coordenadas esféricas de um ponto no referencial cujo eixo Oz coincide com o eixo de simetria axial, $P_n(\cos \theta)$ é o polinômio de Legendre de 1^a. espécie, A_n e B_n são constantes.

Para pontos sobre o eixo Oz onde $\theta = 0$ e $r = z$, a equação (1) se reduz a

$$V_{eixo} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n z^n + \frac{B_n}{z^{n+1}} \right). \quad (2)$$

Existem casos em que o potencial pode ser calculado facilmente ao longo do eixo de simetria oz e que quando expandido em série de potências de z , assume a forma

$$V_{eixo} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(a_n z^n + \frac{b_n}{z^{n+1}} \right). \quad (3)$$

Comparando as equações (2) e (3) conclui-se que $A_n = a_n$ e $B_n = b_n$, o que permite calcular o potencial $V(r, \theta)$

$$V(r, \theta) = \frac{IR^2}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{P_1(\cos \theta)}{r^2} - \frac{1 \times 3R^2}{2 \times 4} \frac{P_3(\cos \theta)}{r^4} + \dots \right) \quad z > R, \quad (5)$$

$$V(r, \theta) = \frac{I}{2} \left(1 - \frac{r}{R} P_1(\cos \theta) + \frac{r^3}{2R^3} P_3(\cos \theta) + \dots \right) \quad z < R. \quad (6)$$

Usualmente a bobina de Helmholtz é constituída de duas bobinas coaxiais de raio R , separadas por uma distância R , portadoras de mesma corrente elétrica I com mesmo sentido. Cada bobina possui N espiras [4]. As dimensões transversais das bobinas são muito pequenas quando comparadas

$$V(z) = \frac{NI}{2} \left(\frac{R/2 - z}{\sqrt{R^2 + (R/2 - z)^2}} - \frac{R/2 + z}{\sqrt{R^2 + (R/2 + z)^2}} \right). \quad (7)$$

Expandindo-se a equação (7) para $z < R$ e substituindo-se $z^n \rightarrow r^n P_n(\cos \theta)$, obtém-se

$$V(\rho, z) = -\frac{8NIz}{5\sqrt{5}R} \left(1 - \frac{144}{625} \frac{z^4}{R^4} + \frac{144}{125} \frac{z^2 \rho^2}{R^4} - \frac{54}{125} \frac{\rho^4}{R^4} + \dots \right), \quad (8)$$

em regiões não acessíveis à equação (3). Este processo de cálculo é conhecido como “Método da expansão axial” [1,2]. Como regra prática substitui-se em (3) $z^n \rightarrow r^n P_n(\cos \theta)$ e $\frac{1}{z^n} \rightarrow \frac{P_{n-1}(\cos \theta)}{r^n}$, obtendo-se a solução da equação (1). Nos casos em que a origem $z = 0$ pertence ao domínio em estudo somente potencias positivas de z são admissíveis.

Em regiões do espaço onde não existe corrente elétrica, o vetor densidade de corrente \vec{J} é nulo. Conseqüentemente a lei de Ampère se reduz à forma [3] $\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0$, o que permite escrever $\vec{H} = -\vec{\nabla} V$, sendo V uma função escalar chamada potencial magnético escalar, o qual satisfaz a equação de Laplace.

Por exemplo, para calcular o potencial magnético escalar de uma espira circular de raio R portadora de uma corrente elétrica I , parte-se do potencial magnético escalar desta mesma espira calculado em um ponto do eixo Oz o qual é dado por [3]

$$V_{espira} = \frac{I}{2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right). \quad (4)$$

Desenvolvendo-se a equação (4) em série de potências de R/z ou z/R , conforme $z > R$ ou $z < R$, respectivamente, obtém-se após algumas manipulações algébrica a seguinte expressões:

com $R(d \ll R)$.

Tomando-se a origem do sistema de coordenadas no centro da bobinas de Helmholtz e eixo Oz coincidindo com o eixo de simetria axial, obtém-se a seguinte equação para o potencial magnético escalar num ponto deste eixo:

onde considera-se $\rho^2 = R^2 - z^2$ e as relações entre as coordenadas cartesianas e esféricas $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ e $\cos \theta = \frac{z}{r}$. Como $\vec{H} = -\vec{\nabla}V(\rho, z)$ obtém-se a componente axial do campo magnético:

$$H_z = \frac{8NI}{5\sqrt{5}R} \left(1 - \frac{144 z^4}{125 R^4} + \frac{432 z^2 \rho^2}{125 R^4} - \frac{54 \rho^4}{125 R^4} + \dots \right) \quad (9)$$

e também a componente radial:

$$H_\rho = \frac{8NI}{5\sqrt{5}R} 72z\rho \left(\frac{4z^2 - 3\rho^2 + \dots}{125R^4} \right) \quad (10)$$

Procedimento semelhante pode ser efetuado quando $z > R$. Outros processos de cálculo podem ser utilizados, por exemplo, o uso da fórmula de Biot-Savart. O cálculo numérico também permite resolver este problema, bem

como muitos outros problemas de eletromagnetismo, utilizando diversos softwares comerciais; esta técnica é muito pouco explorada nos atuais livros-texto de eletromagnetismo para físicos.

III Cálculo numérico

Considere-se a seguinte notação:

$i = 0, 1, \dots, 5, \quad j = 0, \dots, 5, \quad H_0 = \frac{8NI}{5\sqrt{5}R}, \quad B_0 = \mu_0 H_0, \quad \frac{i}{10} = \frac{z}{R}, \quad \frac{j}{10} = \frac{\rho}{R}$ $A_{ij} = \frac{H_z}{H_0} = \frac{B_z}{B_0}$ a componente de \vec{B} normalizada, na direção axial Oz , $B_{ij} = \frac{H_\rho}{H_0} = \frac{B_\rho}{B_0}$ a componente de \vec{B} normalizada, na direção radial $O\rho$. Os cálculos foram feitos na aproximação das equações (9) e (10) para $0 < \rho < \frac{R}{2}$ e $0 < z < \frac{R}{2}$. As matrizes abaixo representam os valores de A_{ij} e B_{ij} calculados em torno da origem com auxílio do software MathCad®.

$$i := 0..5 \quad j := 0..5$$

$$A_{i,j} := 1 - \frac{144 \left(\frac{i}{10}\right)^4 + 432 \cdot \left(\frac{i}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{j}{10}\right)^2 - 54 \cdot \left(\frac{j}{10}\right)^4}{125} \quad B_{i,j} := 72 \cdot i \cdot j \cdot \frac{\left[4 \cdot \left(\frac{i}{10}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{j}{10}\right)^2\right]}{12500}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1.001 & 1.003 & 1.011 & 1.027 \\ 1 & 1 & 0.999 & 1 & 1.005 & 1.018 \\ 0.998 & 0.997 & 0.993 & 0.989 & 0.987 & 0.991 \\ 0.991 & 0.988 & 0.979 & 0.966 & 0.952 & 0.94 \\ 0.971 & 0.965 & 0.949 & 0.924 & 0.893 & 0.859 \\ 0.928 & 0.919 & 0.894 & 0.854 & 0.801 & 0.739 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.76 \times 10^{-5} & -9.216 \times 10^{-4} & -3.974 \times 10^{-3} & -0.01 & -0.02 \\ 0 & 1.498 \times 10^{-3} & 9.216 \times 10^{-4} & -3.802 \times 10^{-3} & -0.015 & -0.034 \\ 0 & 5.702 \times 10^{-3} & 8.294 \times 10^{-3} & 4.666 \times 10^{-3} & -8.294 \times 10^{-3} & -0.034 \\ 0 & 0.014 & 0.024 & 0.026 & 0.015 & -0.013 \\ 0 & 0.028 & 0.051 & 0.063 & 0.06 & 0.036 \end{pmatrix}$$

Um exame das matrizes A e B mostra que o campo magnético é praticamente uniforme. Por exemplo, na matriz A observa-se que o campo é constante até a aproximação de 0,1% na direção Oz ($\rho = 0$) para $-\frac{3R}{10} < z < \frac{3R}{10}$. O valor máximo do campo magnético ocorre na origem e tem a direção do eixo Oz . Uma análise semelhante pode ser feita para a componente radial.

As figuras 2 e 3 mostram, numa secção transversal plana ($x = 0$) as superfícies equipotenciais magnéticas e as linhas de campo magnético para os intervalos $-R/2 < z < R/2$ e $-R/2 < y < R/2$. A figura 2 é um modo de representar o lugar geométrico dos pontos onde o potencial magnético $V(\rho, z) = const$. A figura 3 é outro modo de visualizar o

campo $\vec{H}(\rho, z)$, isto é, as linhas onde o campo magnético é tangente em cada ponto. Estas linhas são ortogonais às superfícies equipotenciais. Destas figuras é fácil concluir sobre a uniformidade aparente do campo.

IV Detalhes construtivos

Para dimensionar a bobina é preciso fixar, a priori, para quais experimentos ela será usada. A partir da equação $B = \frac{8\mu_0 NI}{5\sqrt{5}R}$ determina-se o raio R , a corrente I e o número de espiras N necessário. A bitola do fio a ser utilizado deve ser tal que permita operar a bobina em regime permanente

sem que o aquecimento, por efeito Joule, danifique o esmalte isolante. A determinação da corrente máxima admissível pode ser feita experimentalmente. A base sobre a qual as bobinas serão fixadas deve ser de madeira ou plástico.

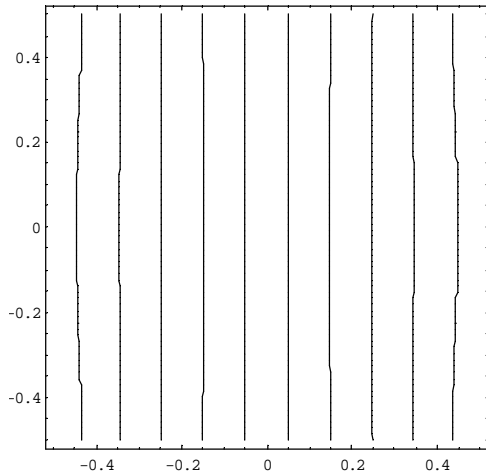


Figura 2. A figura mostra a interseção das superfícies equipotenciais magnéticas com um plano $\varphi = \text{const.}$. As coordenadas são expressas em unidades de R , sendo z horizontal e ρ vertical. O gráfico foi feito usando o Mathematica.

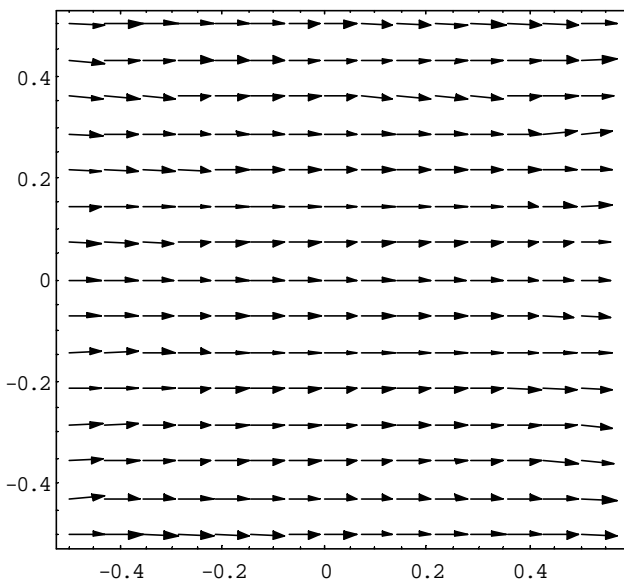


Figura 3. A figura mostra as linhas de campo \vec{H} (ou \vec{B}) no plano $\varphi = \text{const.}$. As coordenadas são expressas em unidade de R , sendo z horizontal e ρ vertical. O gráfico foi feito usando o Mathematica.

As bobinas circulares podem ser montadas em estruturas de alumínio com perfil U calandrado em forma de circunferência. Esta estrutura de alumínio deve ser seccionada quando do uso de corrente alternada, pois desta forma minimizam-se os efeitos de correntes induzidas. Recomenda-se também que a bobina fique o mais afastada possível de paredes, pisos e armários metálicos em particular quando do uso de corrente alternada. Outro elemento indispensável para o uso da bobina é a necessidade

de uma fonte CA ou CC que permita variar a corrente de alimentação de maneira contínua.

A título de exemplo, a figura 4 mostra uma bobina de Helmholtz que possui $N=230$ espiras de fio 22 AWG isolado com esmalte e montada em 10 camadas. O raio da bobina é $R=528$ mm. Nesta bobina foi constatado experimentalmente que não é recomendável ultrapassar a corrente de 2,5A quando o uso for prolongado, pois o aquecimento pode comprometer o esmalte do isolamento dos fios. Nestas condições, o campo magnético máximo gerado no centro da bobina é aproximadamente $B_0 = 10$ Gauss. Esta bobina foi construída para a calibração de sensores de campo magnético de 60 Hz e para a execução de testes de compatibilidade magnética em medidores de energia.



Figura 4. Fotografia de uma bobina Helmholtz com $R = 0,528$ m, $N = 230$ espiras. A corrente máxima admissível para trabalho contínuo é 2,5 A. O suporte das bobinas são canaletas de alumínio onde se alojam os fios de bitola 25 AWG.

V Exemplo de aplicação

Um exemplo simples de aplicação da bobina de Helmholtz é a determinação da componente horizontal do campo magnético terrestre [5]. Existem diversas maneiras de fazer esta determinação sendo que a mais simples necessita basicamente da bobina de Helmholtz, de uma fonte DC com corrente variável e de uma bússola. A bússola é colocada no centro da bobina, que tem seu eixo orientado na direção norte-sul. Aplica-se uma corrente na bobina de modo a cancelar a componente horizontal do campo magnético terrestre. Quando isto ocorre a agulha da bússola fica em equilíbrio em qualquer direção. Nesta condição, a componente horizontal do campo magnético terrestre vale $B_0 = \frac{8\mu_0 NI}{5\sqrt{5}R}$. Usando-se a bobina descrita no item IV para a corrente $I = 46,8 \pm 0,1$ mA determinada experimentalmente

obteve-se $B_0 = 0,185 \pm 0,001$ Gauss, o que é o campo que anula o campo magnético terrestre. O método mais comumente utilizado é o método da oscilação de uma pequena barra magnetizada com forma geométrica conhecida, em geral um cilindro, o qual pode oscilar no centro da bobina de Helmholtz. Desta forma pode-se determinar não só a componente horizontal do campo magnético como também o momento de dipolo magnético da barra, desde que se determine o período de oscilação para diversas correntes na bobina.

VI Conclusão

A construção de uma bobina de Helmholtz é pouco onerosa e pode, portanto, ser facilmente implementada em qualquer instituição de ensino. Ela se presta desta forma a alguns experimentos tais como: estudos biomagnéticos [5]; determinação da carga específica do elétron; calibração de bobinas para a medida de campo magnético CA ou CC; estudo de materiais magneto-resistivos, bem como executar alguns dos experimentos citados na introdução deste trabalho.

A teoria aqui exposta pode ser estendida a outras geometrias com simetria axial ou mesmo resolver outros problemas de eletromagnetismo. Espera-se estar motivando aqueles que têm pendores para resolver problemas com o uso do cálculo numérico a agir, certificando os cálculos com a comprovação experimental.

Referências

- [1] O. D., Jefimenko, *Electricity and Magnetism, Electret Scientific Company*, Star City, 1989, p.159 e 378.
- [2] E., Durand, *Électrostatique et Magnétostatique*, Masson et Cie Editeurs, Paris, 1953, p.517.
- [3] H. M., Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, vol.3 Eletromagnetismo, Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 1997, p.143, 152.
- [4] D., Jiles *Magnetism and Magnetic Materials*, Chapman & Hall, London, 1991, p.16.
- [5] D., Halliday, R. Resnick and J., Walker, *Fundamentals of Physics*, John Wiley & Sons Inc. N.Y., 1993, p.924-938, E10-1-E10-3.