

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS – UNICAMP
INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN – IFGW
TÓPICOS DE ENSINO DE FÍSICA – F609

“CLIPES DANÇANTES”

ANÁLISE DAS RESPOSTAS DE MATERIAIS PARAMAGNÉTICOS E DIAMAGNÉTICOS
IMERSOS EM UM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME: A EXPLICAÇÃO DO EFEITO DO
LEVANTAMENTO DE UM OBJETO APROXIMADAMENTE PROLATO IMERSO NO
MESMO CAMPO



ULISSES FERREIRA KANEKO

ORIENTADOR: ORLANDO L. G. PERES

RELATÓRIO FINAL

RESUMO

O experimento em questão consiste em verificar que objetos prolatos (aqueles que tem formato parecido com uma bola de futebol americano) tem a tendência a magnetizar-se na direção do seu eixo de simetria e que objetos oblatos (aqueles parecidos com discos) tem a tendência a magnetizar-se perpendicularmente ao seu eixo de simetria. Estendendo estes resultados para objetos prolatos ferromagnéticos, escolhendo cliques como uma aproximação deste formato, podemos verificar que quando eles são colocados em um campo magnético uniforme vertical contra a gravidade, eles só terão duas orientações permitidas, “deitado” ou em “pé”. Neste relatório as explicações são orientadas a dois públicos distintos, na seção 3 há uma explicação mais qualitativa indicada para alunos do ensino médio e na seção 6 há uma teoria um pouco mais qualitativa indicada para alunos de graduação acima, ou curiosos em geral.

ÍNDICE

1 – MOTIVAÇÃO.....	19-3
2 – INTRODUÇÃO.....	19-3
3 – O EXPERIMENTO	19-5
3.1 – ARGUMENTOS QUALITATIVOS.....	19-5
3.2 – CAMPO \vec{H} E MATERIAIS LINEARES.....	19-5
3.3 – CAMPO DESMAGNETIZANTE \vec{H} E FATOR DE DESMAGNETIZAÇÃO (n)	19-6
3.4 – EFEITO NA MUDANÇA DO FATOR DE DESMAGNETIZAÇÃO.....	19-7
3.5 – SIMETRIAS E GEOMETRIA DOS OBJETOS.....	19-8
3.6 – DENSIDADE FICTÍCIA DE CARGAS MAGNÉTICAS E INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA	19-9
3.7 – NOÇÃO DE TORQUE.....	19-9
3.8 – ANÁLISE DE SITUAÇÕES POSSÍVEIS DE SEREM EXPERIMENTADAS.....	19-9
3.9 – INCLUSÃO DA QUESTÃO DA ENERGIA.....	19-12
3.10 – INCLUSÃO DA GRAVIDADE – CLIPES DANÇANTES.....	19-12
4 – EXPERIMENTAL.....	19-13
5 – COLETA DE MATERIAIS E CONFECÇÃO DO EXPERIMENTO.....	19-16
6 – TEORIA.....	19-17
6.1 – UMA SIMPLES ANÁLISE.....	19-17
6.2 – UMA ANÁLISE MAIS COMPLETA.....	19-19
6.2.1 – OBJETOS MAGNETIZADOS SEM CAMPO EXTERNO.....	19-19
6.2.2 – OBJETOS MAGNETIZADOS EM UM CAMPO EXTERNO.....	19-20
6.2.3 – OBJETOS MAGNETIZADOS EM UM CAMPO EXTERNO COM GRAVIDADE: OS CLIPES DANÇANTES.....	19-23
7 – CONCLUSÃO.....	19-25
8 – REFERÊNCIAS.....	19-25
9 – AGRADECIMENTOS.....	19-26
10 – COMENTÁRIO DO ORIENTADOR.....	19-26

1 – MOTIVAÇÃO

Logo na primeira conversa com o meu orientador a respeito do trabalho que teria de se desenvolvido, ele me sugeriu que eu reproduzisse o experimento realizado pelo professor David. P Jackson e descrito no artigo Dancing Paperclips^[1]. Ao ler o artigo me veio a intensão de agregar ao tal experimento alguns estágios experimentais anteriores que o próprio Jackson teoriza, de modo que a explicação do efeito dos tais “Clipes Dançantes” pudesse ser mais natural. Desta forma eu teria de construir alguns objetos paramagnéticos e diamagnéticos esferoidais, para testá-los em um campo magnético. A maior motivação então foi a possibilidade de demonstrar dois experimentos que se complementam em uma mesma apresentação. Penso que um experimento assim desenvolvido tenha chance de alcançar algum êxito em passar alguma idéia física de por exemplo: campo magnético, magnetização, momento de dipolo magnético, torque. Ou seja, o potencial didático e ilustrativo do experimento são motivações suficientes para que eu me empenhasse neste desafio.

2 – INTRODUÇÃO

O Magnetismo surge naturalmente em nossas vidas quando observamos um pedaço de um material atrair ou ser atraído por outro pedaço de material. A pergunta que surge então é: Como pode um material atrair outro?

A primeira idéia para responder esta pergunta é que magnetismo é uma propriedade intrínseca da matéria, da mesma forma que massa e carga. Ao se aprofundarmos cada vez mais na matéria encontramos o átomo e partindo dele podemos dizer que ele carrega ao seu redor um campo magnético intrínseco. A segunda idéia é portanto a idéia de Campo, que é entendido na Física como uma perturbação no espaço.

A partir destas duas idéias básicas podemos responder a pergunta feita logo acima, mas antes façamos uma analogia. Se soltamos um objeto de nossas mãos sabemos que o mesmo é atraído para a Terra, é comum então botar a culpa na tal “gravidade”, esquece-se no entanto que existe um Campo Gravitacional, este Campo interage com uma propriedade intrínseca da matéria que dá-se o nome de massa, de maneira que há uma força de atração. Podemos entender de forma semelhante a atividade magnética. Como citamos todos os materiais possuem campo magnético a sua volta, no entanto, certos materiais criam campo magnético muito maior a sua volta, ou seja, possuem maior “magnetismo” que outros, de maneira que aqueles materiais podem no mínimo alterar a configuração magnética de outros materiais que estejam a sua volta. Então podemos dizer que um objeto atrai outro (magneticamente) se ambos possuem propriedades magnéticas bem pronunciadas, como os famosos imãs de geladeira. Mas ainda fica uma dúvida: O que seria ter propriedades magnéticas bem pronunciadas? Bem para responder esta questão faremos um breve voo sobre alguns conceitos de materiais magnéticos, para que desta forma possamos compreender o experimento com um pouco mais de clareza.

Como já dissemos todo átomo possui um campo magnético e este campo acontece da seguinte forma, cada elétron no átomo pode orbitar em torno do núcleo e a medida deste fenômeno é chamada de momento de dipolo magnético orbital, que é desenhado como uma seta (vetor) que aponta de um pólo sul para o norte (convenção), a figura 1 abaixo mostra esse detalhe:

momento de dipolo magnético orbital

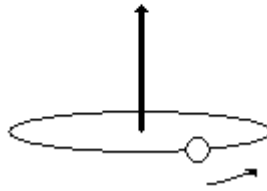


Figura 1 – Elétron orbitando o núcleo gerando o momento de dipolo magnético orbital, que é desenhado como uma seta apontando para cima.

O elétron também pode girar em torno de si mesmo e a medida desta quantidade é chamada de momento de dipolo magnético de spin, da mesma forma que para o momento orbital podemos fazer um esquema do spin, figura 2:

momento de dipolo magnético de spin



Figura 2 – Elétron girando em torno de si mesmo, a seta apontada para cima indica o momento de dipolo magnético de spin.

Estas quantidades são grandezas vetoriais e a resultante delas se combinam vetorialmente com resultantes semelhantes de todos os outros elétrons no átomo, e a resultante para cada átomo se combina com aquelas para todos os outros átomos em uma amostra de um material. Se a combinação de todos estes momentos de dipolos magnéticos produz um campo magnético, então o material é magnético. Se no entanto as componentes dos momentos citadas acima estiverem posicionadas de maneira aleatória sua resultante é zero e não temos um material magnético.

Existem três tipos gerais de magnetismo: diamagnetismo, paramagnetismo e ferromagnetismo.

No diamagnetismo fracos momentos de dipolo magnético são produzidos nos átomos do material quando o material é colocado em campo magnético externo, a combinação de todos estes dipolos induzidos fornece ao material como um todo apenas um fraco campo magnético resultante, que desaparece quando o campo magnético externo é removido. Em geral um material diamagnético colocado em um campo magnético externo desenvolve um momento de dipolo magnético dirigido no sentido contrário ao campo externo

Já no paramagnetismo cada átomo deste tipo de material possui um momento de dipolo magnético resultante permanente, mas estão orientados randomicamente de maneira que o material como um todo carece de um momento de dipolo magnético resultante. Entretanto, um campo magnético externo pode alinhar parcialmente os momentos de dipolo magnético atômicos dando ao material um campo magnético resultante. O alinhamento se dá na direção do campo externo e desaparece quando o campo externo é desligado.

Por fim, no ferromagnetismo alguns dos elétrons nestes materiais possuem seus momentos de dipolo magnético resultante alinhados, que produzem regiões com fortes momentos de dipolo magnético. Um campo externo pode então alinhar os momentos de dipolo magnético de tais regiões

na mesma direção do campo externo, produzindo forte campo magnético pra uma amostra do material; o campo persiste parcialmente quando o campo externo é removido.

Talvez agora com estes argumentos seja um pouco mais plausível entender se dão as primeiras noções sobre o magnetismo. Um último detalhe a acrescentar é o fato de que o diamagnetismo e o paramagnetismo serem fracos comparados com o ferromagnetismo. Imãs são materiais parecidos com os ferromagnéticos, a diferença é que um imã possui uma única resultante dos seus momentos de dipolo magnético, que gera um forte campo sem a necessidade de um campo externo. Sendo assim ao aproximar um imã (que funciona como campo externo) de um material ferromagnético, poderá haver tanto uma atração quanto uma repulsão magnética, dependerá da orientação do seu momento de dipolo magnético resultante e da posição do objeto frente ao imã.

Diferentemente, ao aproximarmos um campo externo de um objeto diamagnético ou paramagnético este não será atraído ou repellido bruscamente como ocorre com os ferromagnéticos, pois como dissemos a resposta magnética de tais materiais são fracas. Aqui inicia-se a investigação desse experimento. Os materiais diamagnéticos e paramagnético não são atraídos, mas como vimos algo acontece microscopicamente nestes materiais quando são inseridos em um campo magnético. Além disso, dependendo da geometria do objeto ele se comporta de maneira diferente, o fato é que eles não serão atraídos pelo campo mas terão comportamentos interessantes e parecidos para uma mesma geometria de um material paramagnético ou diamagnético. Daremos uma descrição do que ocorre na próxima seção, tentando ser o mais qualitativo possível, aqueles mais interessados e céticos poderão se aventurar na seção 6, a qual reservei para teoria um pouco mais formal.

3 – O EXPERIMENTO

Esta parte é dedicada a todas os alunos do ensino médio ou a todas as pessoas que tenham pouco contato com a Física.

3.1 – ARGUMENTOS QUALITATIVOS

O experimento consiste em verificar o que ocorre com objetos de alguma simetria de materiais paramagnéticos ou diamagnéticos quando estes são colocados com uma orientação determinada em um campo magnético uniforme externo e estender os resultados para analisar o interessante fato de que alguns cliques deitados ficam de “pé” quando o campo atinge uma determinada intensidade.

Até agora foi discutido apenas o que acontece aos átomos isolados estendendo para o conjunto destes átomos. Fazendo o caminho inverso, temos de analisar o que acontece com o conjunto de átomos em um nível macroscópico, ou seja, qual é a magnetização total deste conjunto quando imerso em um campo magnético uniforme externo dependendo da sua geometria.

Em presença de um campo magnético a matéria se torna magnetizada, isto é, sobre exame microscópico ela terá muitos pequenos dipolos, com algum alinhamento líquido ao longo de alguma direção. Nós discutimos dois tipos de polarização magnética: (1) paramagnetismo: os dipolos tendem a se alinhar paralelamente ao campo externo e (2) diamagnetismo: os dipolos tendem a se alinhar antiparalelamente ao campo externo. Independente do tipo de magnetismo haverá uma magnetização total \vec{M} , agora do objeto inteiro, ou seja de todos os seus átomos como um todo e é em cima desta magnetização que iremos conduzir os argumentos para esclarecer o que ocorre com os objetos quando são colocados em um campo magnético uniforme externo \vec{B} .

3.2 – CAMPO \vec{H} E MATERIAIS LINEARES

Quando um objeto é colocado em um campo externo \vec{B} ele fica magnetizado, ou seja seus átomos se orientam de tal maneira que surge um momento de dipolo total do objeto que é definido como \vec{M} (momento de dipolo por unidade de volume), surge também uma outra quantidade, que

seria o campo líquido \vec{H} entre \vec{B} e \vec{M} que é dada pela seguinte relação:

$$\vec{H} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

Equação 1

A esta quantidade \vec{H} chamaremos por enquanto de apenas campo \vec{H} . A magnetização \vec{M} para materiais chamados lineares (aqueles que possuem uma relação linear entre o campo \vec{H} e a magnetização \vec{M}) está relacionado com o campo \vec{H} por:

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

Equação 2

Onde χ é a chamada susceptibilidade magnética e é positiva para materiais paramagnéticos e negativa para materiais diamagnéticos. É uma quantidade adimensional que varia de material para material. Entende-se por material linear

Se substituirmos a equação (2) na equação (1), teremos:

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\frac{1 + \chi}{\chi} \right) \vec{M}$$

Equação 3

Assim a equação acima explica porque os materiais paramagnéticos se magnetizam paralelamente ao campo \vec{B} e os materiais diamagnéticos antiparalelamente à \vec{B} , das mesmas equações (2) e (1) teremos:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Equação 4

A equação acima também significa que há uma relação de linearidade, só que desta vez é entre o campo externo \vec{B} e o campo \vec{H} e μ é a chamado de permeabilidade do material e é dado pela seguinte relação:

$$\mu \equiv \mu_0 (1 + \chi)$$

Equação 5

3.3 – CAMPO DESMAGNETIZANTE \vec{H} E FATOR DE DESMAGNETIZAÇÃO (n)

Podemos entender o campo \vec{H} chamando o de campo desmagnetizante, que seria aquele campo que haveria no espaço na ausência do objeto. Em um objeto imerso num campo magnético externo \vec{B} , o campo desmagnetizante pode existir em qualquer um dos três eixos cartesianos (x, y, z) do objeto e é relacionado com a magnetização da seguinte forma:

$$\vec{H} = -n\vec{M}$$

Equação 6

Onde n é chamado de fator de desmagnetização e é um fator adimensional que depende apenas da geometria do objeto e como visto na Eq. 7 abaixo a soma dos fatores de desmagnetização

em cada eixo tem de dar igual a 1:

$$n_x + n_y + n_z = 1$$

Equação 7

Da Eq. 6 podemos ver que o campo desmagnetizante está sempre na direção contrária à magnetização e depende do fator de desmagnetização, no entanto para calcular os fatores de desmagnetização é necessário conhecer algumas ferramentas do cálculo e mesmo assim pode ser trabalhoso. No entanto para objetos que possuem algumas simetrias particulares pode ser demonstrado que em função de um campo externo \vec{B}_0 ao longo de um dos eixos principais desse objeto e em função do fator n desse eixo o campo magnético do objeto seria:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0(1 - n)\vec{M}$$

Equação 8

Demonstra-se também que:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 - n\vec{M}$$

Equação 9

Faremos agora uma pequena álgebra para chegar em uma relação necessária para entender como a geometria do objeto influenciaria em sua magnetização.

Da Eq. (6):

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0(1 - n)\vec{M}$$

Da Eq. (4)

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Assim:

$$\mu \vec{H} = \vec{B}_0 + \mu_0(1 - n)\vec{M}$$

Equação 10

Utilizando a Eq. (9) e substituindo no primeiro termo da Eq. (10) temos:

$$\mu (\vec{H}_0 - n\vec{M}) = \vec{B}_0 + \mu_0(1 - n)\vec{M}$$

Equação 11

Utilizando novamente a Eq. (4) só que desta vez colocando índices desta forma:

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0$$

Equação 12

Substituindo a Eq. (12) em (11) temos:

$$\mu \left(\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} - n\vec{M} \right) = \vec{B}_0 + \mu_0(1 - n)\vec{M}$$

Equação 13

Agora utilizando a Eq. (5) e isolando os termos teremos:

$$\mu_0 \vec{M} = \frac{\chi}{(1 + n\chi)} \vec{B}_0$$

3.4 – EFEITO NA MUDANÇA DO FATOR DE DESMAGNETIZAÇÃO

As susceptibilidades dos materiais ordinários em sua maioria, possuem valores tipicamente pequenos como podemos conferir na figura 3 abaixo:

Material	Susceptibility	Material	Susceptibility
<i>Diamagnetic:</i>		<i>Paramagnetic:</i>	
Bismuth	-1.6×10^{-4}	Oxygen	1.9×10^{-6}
Gold	-3.4×10^{-5}	Sodium	8.5×10^{-6}
Silver	-2.4×10^{-5}	Aluminum	2.1×10^{-5}
Copper	-9.7×10^{-6}	Tungsten	7.8×10^{-5}
Water	-9.0×10^{-6}	Platinum	2.8×10^{-4}
Carbon Dioxide	-1.2×10^{-8}	Liquid Oxygen (-200°C)	3.9×10^{-3}
Hydrogen	-2.2×10^{-9}	Gadolinium	4.8×10^{-1}

Figura 3 – Susceptibilidade dos materiais comuns, a 1atm e 20° C.

Podemos fazer uma análise qualitativa da Eq. (14). Se temos um material paramagnético ($\chi > 0$), um aumento em n provoca uma diminuição na magnitude da magnetização referente a este fator de desmagnetização, no entanto se n diminuir a magnitude da magnetização naquele eixo aumentará. Para materiais diamagnéticos ocorrerá o contrário, se n aumenta então a magnitude da magnetização aumentará, e quando n diminuir a magnitude também diminuirá.

3.5 – SIMETRIAS E GEOMETRIA DOS OBJETOS

Falamos em objetos e simetrias mas não especificamos quais seriam estes objetos, ou seja, quais seriam as simetrias utilizadas.

para entender o que ocorre com um objeto em um campo magnético temos que calcular a magnetização do objeto. Esta tarefa não é nada fácil, podemos no entanto facilitar cálculos usando objetos que possuam simetrias de elipsóides prolatos e oblatos, que no limite tratam se de cilindros e discos respectivamente.

Em matemática, um esferóide é uma superfície quádrlica em três dimensões obtida através da rotação de uma elipse ao redor de um de seus eixos principais. Se a elipse for rotacionada ao redor de um de seus eixos principais. Se a elipse for rotacionada ao redor de seu eixo maior, esta superfície é chamada de elipsóide prolato (similar a uma bola de futebol americano). Se o eixo menor for o escolhido, a superfície é chamada de elipsóide oblato (como um pão de mel). A equação para um elipsóide é dada da seguinte maneira:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Equação 15

Onde a, b e c são os semi eixos em x, y e z respectivamente. As figuras 4 e 5 mostram respectivamente superfícies prolatas e oblatas:

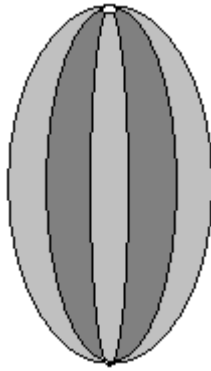


Figura 4 – Elipsóide prolato

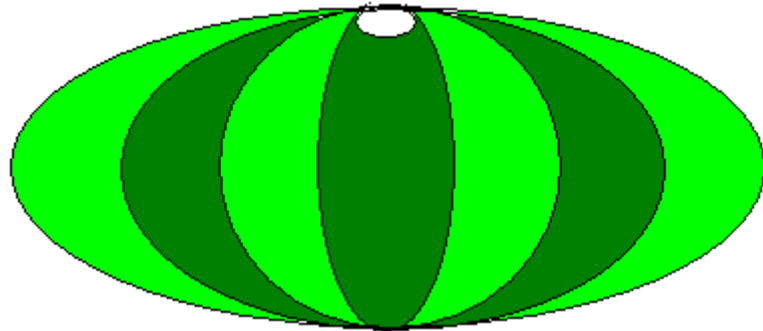


Figura 5 – Elipsóide oblato

3.6 – DENSIDADE FICTÍCIA DE CARGAS MAGNÉTICAS E INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA

Na secção 3.4 entendemos como o fator de desmagnetização n em um eixo qualquer influencia na magnetização de um material paramagnético ou diamagnético. Agora vamos entender como o formato do objeto influenciaria.

Se supusermos existir uma fictícia densidade superficial de cargas magnéticas no objeto, teremos por exemplo em objetos bem oblatos (disco), na superfície perpendicular ao seu eixo de simetria um maior campo interno devido à proximidade da supostas cargas portanto um fator de desmagnetização próximo de um, já no plano perpendicular ao eixo de simetria do disco as “cargas” estariam afastadas e portanto o fator de desmagnetização é pequeno comparado àquele do eixo de simetria. Se compararmos com um objeto bem prolato (cilindro) o fator de desmagnetização no seu eixo de simetria é bem pequeno comparado com o fator de desmagnetização na sua parte radial. Assim seria gasto menos energia para magnetizar um cilindro ao longo de seu eixo de simetria do que fazê-lo perpendicularmente, contrariamente um disco favorecerá a magnetização perpendicular ao seu eixo de simetria. Temos deste modo, uma pista de o que acontece quando objetos são colocados em campos magnéticos uniformes, trataremos daqui pra frente de situações possíveis de serem investigadas com os dois tipos de materiais paramagnéticos e diamagnéticos. Antes porém, temos de falar em um fenômeno físico ao qual damos o nome de torque.

3.7 – NOÇÃO DE TORQUE

Grosseiramente, torque é o resultado de uma força agindo sobre a matéria que a faz rotacionar. Quando um material é magnetizado, aparece uma força magnética agindo sobre o material que também o faz rotacionar. Este torque que surge é devido à magnetização do objeto e do campo externo. A relação entre torque, momento e campo magnético é dada por:

$$\vec{\tau} = \vec{M}V \times \vec{B}$$

Equação 16

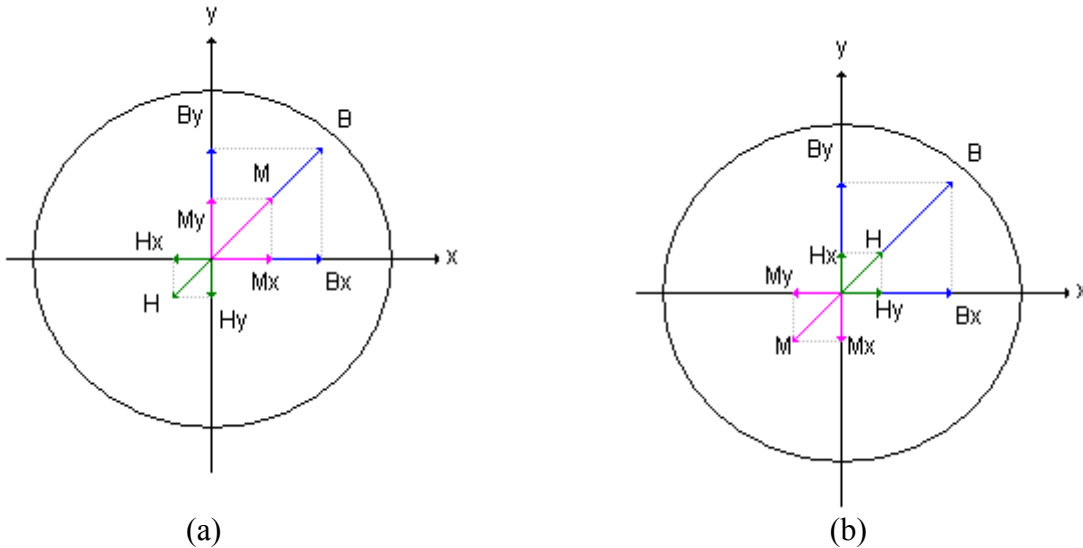
Onde M é a magnetização e V é o volume do material. Então esta fórmula significa que quando um material é magnetizado, pode haver torques o qual dependerá da orientação da magnetização.

3.8 – ANALISE DE SITUAÇÕES POSSÍVEIS DE SEREM EXPERIMENTADAS

Vamos analisar três situações de magnetização, sempre analisando para materiais paramagnéticos e diamagnéticos, nos aprofundaremos apenas em duas situações, a terceira deveria ser naturalmente compreendida utilizando as outras duas situações.

Primeira situação

Para uma primeira situação onde um material bem oblato (disco) é disposto de maneira que seja pendurado de um ponto de sua superfície que contenha o seu eixo de simetria, na figura 6 seguinte, este eixo seria aquele que sai da página, ou seja ele fica “deitado” no campo magnético:



Figuras 6 – (a) Magnetização de um objeto oblato paramagnético (b) Magnetização de um objeto oblato diamagnético.

Se dispormos o disco de maneira que o campo magnético externo faça um ângulo de $\frac{\pi}{4}$ entre os eixos x e y teremos que tanto para materiais paramagnéticos tanto para materiais diamagnéticos, os fatores de desmagnetização são os mesmos tanto no eixo x quanto no eixo y , assim as magnetizações nesses eixos serão as mesmas e a soma vetorial destas componentes fornecerá uma magnetização exatamente na direção paralela ao campo externo para materiais paramagnéticos e magnetização exatamente na direção antiparalela ao campo externo, portando o objeto já se encontra em seu estado de energia mais baixo.

Segunda situação

Nesta situação um objeto prolato paramagnético é pendurado em um ponto que contém o eixo z e a sua superfície como sugere a figura 7 abaixo. Novamente o campo externo \vec{B} está a um ângulo de $\frac{\pi}{4}$ entre x e y .

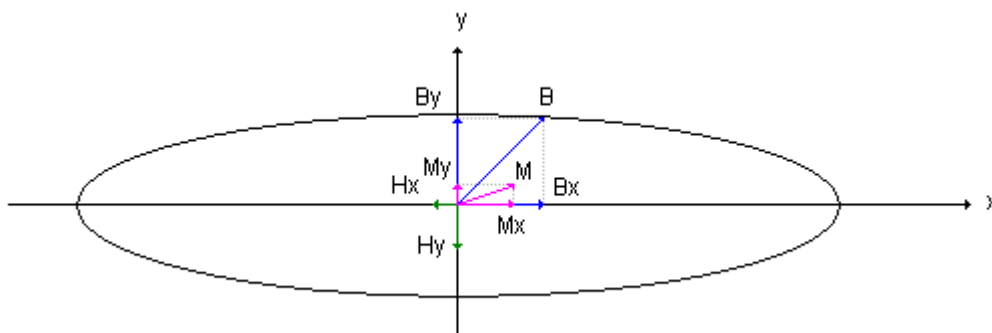


Figura 7 – Magnetização de um objeto prolato paramagnético

Mas como já dissemos o fator de desmagnetização é maior na direção y , assim o campo desmagnetizante também será maior neste eixo e portanto a magnetização menor nesta direção do que na direção x onde o fator de desmagnetização é menor o que sugere uma magnetização maior neste eixo (para paramagnéticos). A soma vetorial das magnetizações terá uma direção que não mais estará alinhada com o campo, ela terá uma direção entre 0 e $\frac{\pi}{4}$. Sendo assim haverá um torque que tende a alinhar a magnetização com a direção do campo externo. Cada vez que o objeto gira um pouco as contribuições do campo em y vão ficando cada vez menores até desaparecer quando o objeto estivesse alinhado com o campo.

Já para objetos prolatos diamagnéticos, os quais tem magnetização na direção contrária, teríamos a seguinte situação como mostra a figura 8:

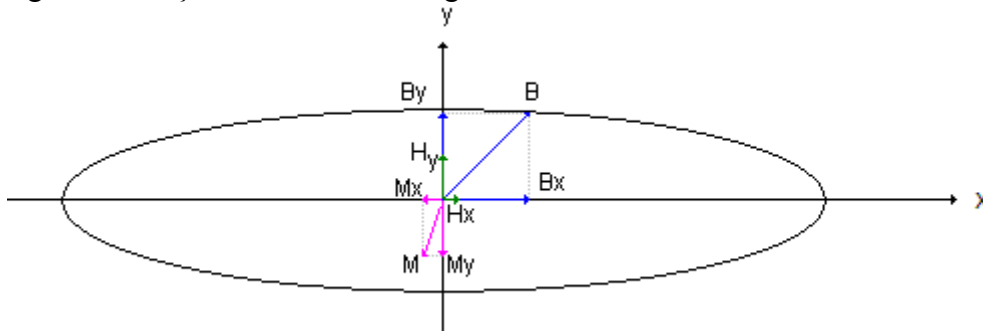


Figura 8 – magnetização de um objeto prolato diamagnético.

Aqui ocorre o inverso, sendo o fator de desmagnetização maior na direção y , a magnetização será maior neste eixo e aponta na direção negativa, já o fator de desmagnetização é menor em x o que acarreta uma magnetização um pouco menor neste eixo na direção negativa.

Logo a soma das magnetizações apontará entre $\frac{5\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{2}$, haverá novamente um torque, que tende a colocar o objeto com seu eixo de simetria alinhado com o campo, a medida que o objeto vai girando, a contribuição do campo externo em y vai ficando cada vez menor até que quando o objeto está alinhado esta contribuição seja nula, permanecendo somente a componente em x , logo o objeto tende a se alinhar com o campo externo.

Terceira situação

A terceira situação seria pendurar um objeto paramagnético ou diamagnético oblato de um ponto que contenha algum eixo perpendicular ao eixo de simetria. Aqui para efeito de simplificação, diferentemente da primeira situação ele estará de “pé” imerso em um campo magnético uniforme que aponta em alguma direção, como mostra a figura 9:

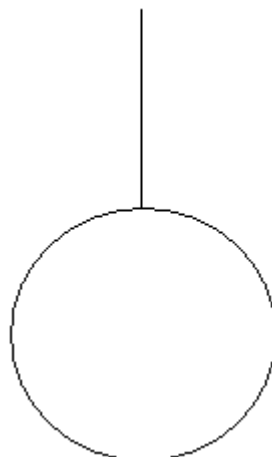


Figura 9 – Objeto oblato imerso em um campo magnético uniforme em um ângulo qualquer.

Se fizermos um corte perpendicular ao fio que segura o objeto bem na linha equatorial, obteremos o mesmo corte que para um objeto prolato. Desta forma as análises anteriores podem ser utilizadas para explicar o comportamento deste objeto (assim disposto no campo). O seu eixo de simetria é aquele que passa pelo centro e sai da página (ou entra), o eixo perpendicular a este eixo de simetria pode ser pensado como o eixo x das análises anteriores, este eixo tende a se alinhar com o campo se ele está a um certo ângulo da direção do campo.

3.9 – INCLUSÃO DA QUESTÃO DA ENERGIA

Podemos concluir que, um objeto prolato tem a tendência de alinhar seu eixo de simetria com um campo magnético uniforme, tanto para paramagnéticos quanto para diamagnéticos, já um objeto oblato alinhará seu eixo de simetria perpendicularmente ao campo, este efeito também é idêntico nos dois materiais acima citado.

Falamos em torques e em tendência em alinhamento, mas o que garantiria este alinhamento? Analisando qualitativamente podemos falar na energia do sistema. Através de cálculo a ser realizado na seção 6, é verificável que a energia mínima das configurações acima propostas, seria o eixo de simetria de objetos prolatos fazendo um ângulo nulo com a direção do campo e para objetos oblatos o eixo de simetria fazendo um ângulo de $\frac{\pi}{2}$ com a direção do campo.

3.10 – INCLUSÃO DA GRAVIDADE – CLIPES DANÇANTES

Sabemos então que um objeto prolato paramagnético tem a preferência de se magnetizar na direção do seu eixo de simetria mas que este efeito é fraco. Já um objeto prolato ferromagnético teria a mesma preferência que o paramagnético, porém este efeito é forte. A partir destes argumentos, se colocamos um objeto ferromagnético prolato com o seu eixo de simetria perpendicular a um campo magnético uniforme vertical e adicionarmos o campo gravitacional, teremos uma disputa entre forças magnéticas e gravitacionais. O campo magnético magnetizará o objeto ao longo do seu eixo de simetria, esta magnetização somada ao campo gera um torque que tenderá a alinhar o eixo de simetria com o campo para que a energia seja mínima. Só que desta vez temos o campo gravitacional que tende a equilibrar as forças magnéticas de maneira a enfraquecer o torque magnético. A primeira sensação é que se o campo for suficientemente forte o objeto prolato deve se alinhar com o campo e ficar com seu eixo de simetria na direção do campo, de “pé”. E que se desligarmos o campo ele “deita”. Isto está correto, mas quando o campo é aumentado gradativamente é natural imaginarmos que o objeto ficaria como mostrado na figura 10 abaixo:

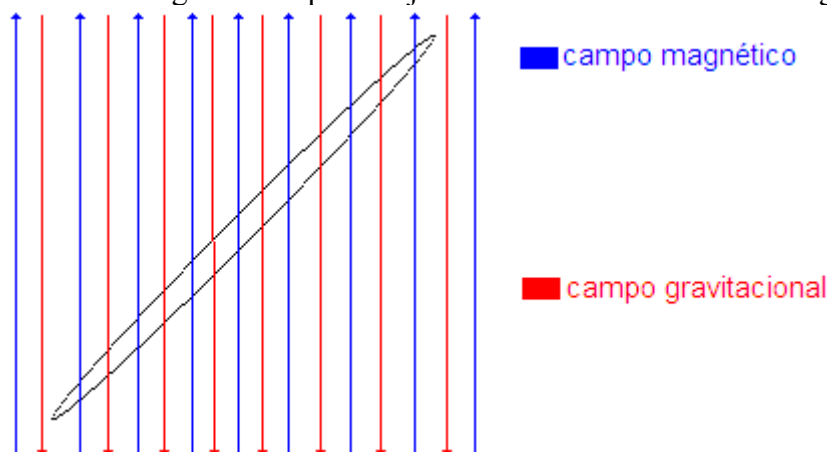


Figura 10 – Objeto prolato ferromagnético em um conta a gravidade e um campo magnético que supostamente não teria “força” para levá-lo

No entanto não é o que ocorre, quando o campo magnético atinge um valor intermediário àquele que levantaria o objeto, ele pode ficar deitado, ou se colocarmos ele em “pé”, ele permanece nesta posição. Esta conclusão pode ser obtida através da energia potencial total adimensional do objeto prolato nesta configuração dada na equação 6 abaixo:

$$E_p = \cos\theta - C\chi \left(\frac{2 + \chi \cos^2\theta}{2 + \chi} \right)$$

Equação 17

C é essencialmente medida do tamanho do campo magnético que chamaremos de número magnético, χ é a susceptibilidade magnética e θ é o ângulo entre o eixo de simetria do objeto prolato e a direção do campo magnético.

Para um determinado χ temos o seguinte comportamento da energia para três valores de C no gráfico da figura 11:

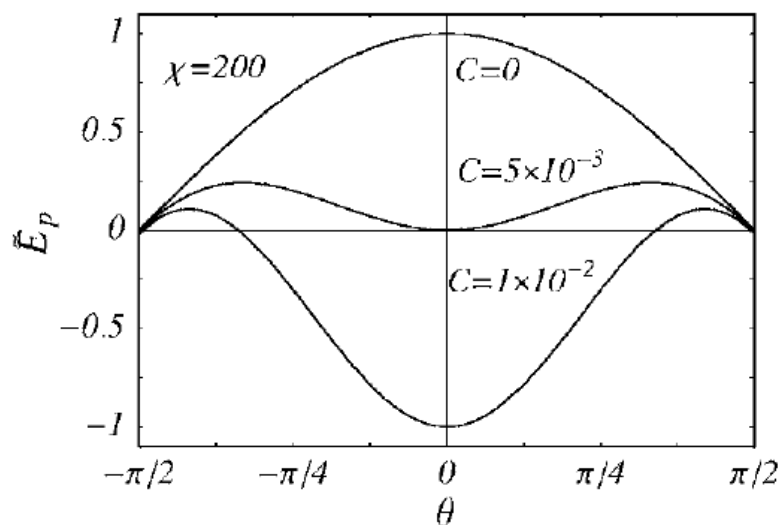


Figura 11 – Gráfico do comportamento da energia de um objeto prolato ferromagnético em função do ângulo entre o seu eixo de simetria e a direção do campo magnético uniforme externo.

Se C é zero, não há campo magnético e a energia tem um máximo em $\theta = 0$ e um mínimo em $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$. Quando o campo magnético cresce o número magnético aumenta, e o ponto $\theta = 0$ vai para um mínimo e os pontos $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ permanecem em mínimos. Assim existe agora máximos locais que agem como barreira entre os mínimos estados de energia, o objeto prolato estará estável se estiver deitado ($\theta = 0$) ou de pé ($\theta = \pm \frac{\pi}{2}$).

Quando o campo é aumentado novamente o mínimo em $\theta = 0$ “alarga-se”, e as barreiras agora tendem a $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$, portanto os objetos prolatos deitados ($\theta = \pm \frac{\pi}{2}$) espontaneamente ficam de pé.

4 – EXPERIMENTAL

Neste experimento é verificado as duas últimas situações descritas anteriormente e mais a parte do objeto prolato ferromagnético (usaremos cliques) imerso em um campo magnético e contra a gravidade.

Na primeira parte utilizamos seis objetos, três paramagnéticos feitos de alumínio e os outros três objetos diamagnéticos feitos de vidro. A figura 12, mostra estes objetos:

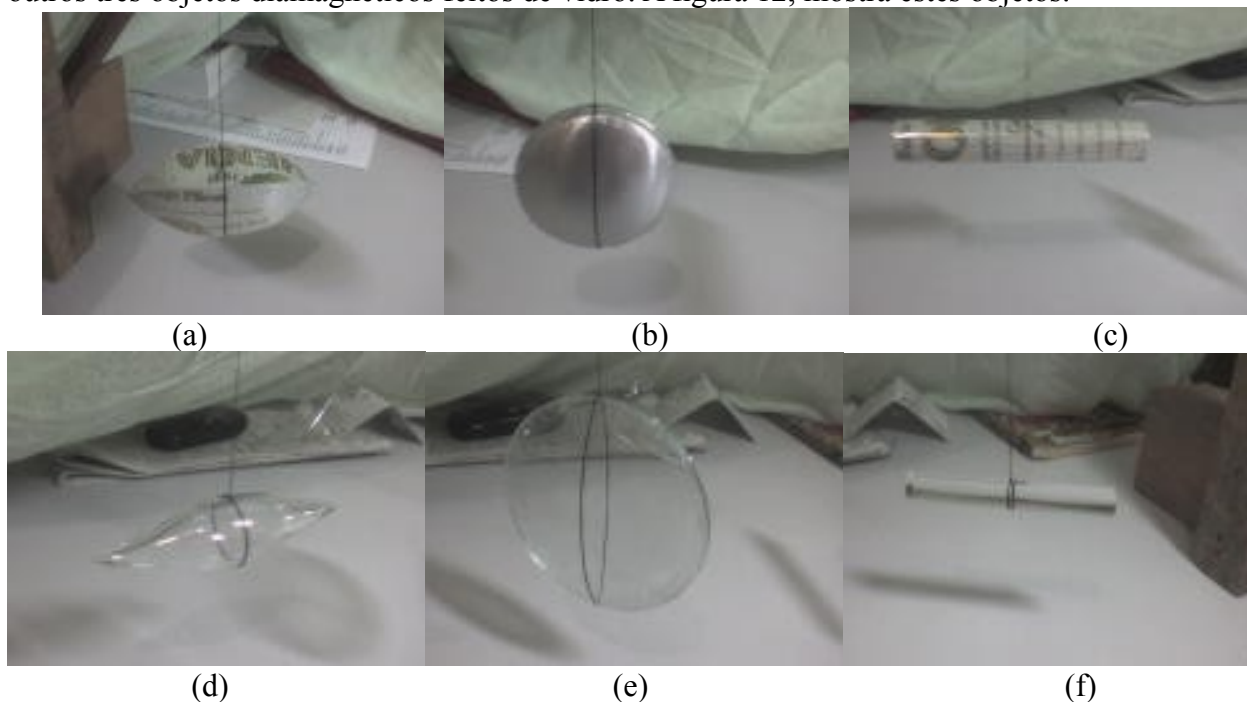


Figura 12 – Objetos (a) prolato paramagnético (b) oblato paramagnético (c) cilíndrico paramagnético (d) prolato diamagnético (e) oblato diamagnético (f) cilíndrico diamagnético

Estes objetos estão pendurados em um suporte de madeira e um campo magnético uniforme é colocado paralelamente ao plano da bancada. O campo é produzido por uma bobina de Helmholtz, que é disposta de maneira que os objetos fiquem no seu eixo central.

Foi observado até o momento (enquanto as baterias estavam carregadas) que os objetos prolatos sofrem torques que tendem a alinhar o seu eixo de simetria com a direção do campo, podendo alinhar-se completamente ou ficar oscilando o seu eixo de simetria em torno do eixo do campo. Já os oblatos tendem a alinhar os seus eixos de simetria perpendicularmente à direção do campo magnético, ou oscilam seu eixo de simetria em torno deste eixo perpendicular ao campo. Estes resultados podem ser vistos nas figuras 13, 14, 15, 16, 17 e 18 abaixo:



Figura 13 – Objeto aproximadamente prolato feito de alumínio imerso em um campo magnético uniforme.



Figura 14 – Objeto aproximadamente oblato feito de alumínio imerso em um campo magnético uniforme.



Figura 15 – Objeto cilíndrico feito de alumínio imerso em um campo magnético uniforme.



Figura 16 – Objeto aproximadamente prolato feito de vidro imerso em um campo magnético uniforme.



Figura 17 – Objeto aproximadamente oblato feito de vidro imerso em um campo magnético uniforme.



Figura 18 – Objeto cilíndrico feito de vidro imerso em um campo magnético uniforme.

Para observar o comportamento de objetos prolatos em campo magnético e gravitacional, utilizamos cliques de papel, e aproximamos ele a um objeto prolato. De acordo com o proposto deveríamos observar duas situações, a primeira seria: cliques deitados, tanto com o campo desligado quanto para o campo ligado mas em um valor insuficiente para que ele fique em pé sozinho, já a segunda situação seria: cliques em pé, que só ocorre com o campo ligado, quando o campo não é suficientemente grande ele fica de pé se é colocado em pé, e se o campo é aumentando, há um valor em que os cliques que estão deitados ficam espontaneamente em pé. Esta duas situações podem ser verificadas nas figuras 19 abaixo:



Figura 19 – (a)clipes deitados, pode ocorrer com o campo ligado ou desligado (b)clipes em pé, só ocorre com o campo ligado.

5 – COLETA DE MATERIAIS E CONFECÇÃO DO EXPERIMENTO

O primeiro passo foi pesquisar materiais que fossem paramagnéticos e diamagnéticos. Esta tarefa não foi difícil pois o Laboratório de Ensino de Física Básica (LEB) do IFGW, possui um aparato experimental da fabricante PASCO que é utilizado para uma demonstração que utiliza estes materiais. Então, segundo o manual deste experimento^[2], o alumínio é um paramagnético e o vidro seria um diamagnético.

Para a demonstração da primeira parte do experimento precisei de três tipos de formatos dos materiais: prolatos, oblatos e cilíndricos que podem ser visualizadas na figura 11.

Como pode ser visto na figura 12, temos as três formas para materiais de alumínio e as mesmas três para o vidro. Os três formas dos objetos utilizando o vidro foi encomendado junto à vidraria do IFGW, já as de alumínio foram por mim confeccionadas utilizando latinhas de alumínio.

O próximo passo seria arrumar um campo magnético, tentei utilizar imãs, mas como a idéia seria utilizar um campo magnético uniforme, imãs não dariam certo por isso resolvi construir uma bobina de Helmholtz utilizando fios de cobre como pode ser vista na figura 20 abaixo:



Figura 20 – Bobina de Helmholtz

A bobina de Helmholtz consiste em duas bobinas de mesmo diâmetro e mesmo número de espiras, dispostas uma da outra a uma distância igual ao raio de cada bobina (que são iguais), ao passar uma mesma corrente em um mesmo sentido em ambas as bobinas, temos um campo magnético na sua região central aproximadamente uniforme dado pela seguinte equação:

$$B = \frac{32\pi NI}{5\sqrt{5}R} \times 10^{-7} T$$

Equação 18 –
Magnitude do campo
magnético da bobina de
Helmholtz

Onde N é o número de espiras que cada bobina possui, I é a corrente em Ampere, e R é o raio da bobina em metros, o valor do campo é dado em Tesla.

A bobina que eu construí possui 10cm de diâmetro, tem duzentas voltas (espiras) cada uma de fio de cobre de aproximadamente 0,6 mm de diâmetro.

Utilizei um cano de PVC de 10cm de diâmetro como suporte para enrolar a bobina e fixei as duas em um suporte de madeira de modo que elas ficassem com o eixo central perpendicular a um plano vertical, como mostra a figura 20 acima.

Para a execução da segunda parte foi construída uma bobina de Helmholtz com os mesmos parâmetros da primeira, só que desta vez ela fica com o seu eixo central paralelo ao campo gravitacional, uma folha de papel plástico utilizado para encadernação de livros xerocados foi colocado no meio da bobina para que os cliques pudessem fazer o seu papel, a figura 21 mostra esta montagem:

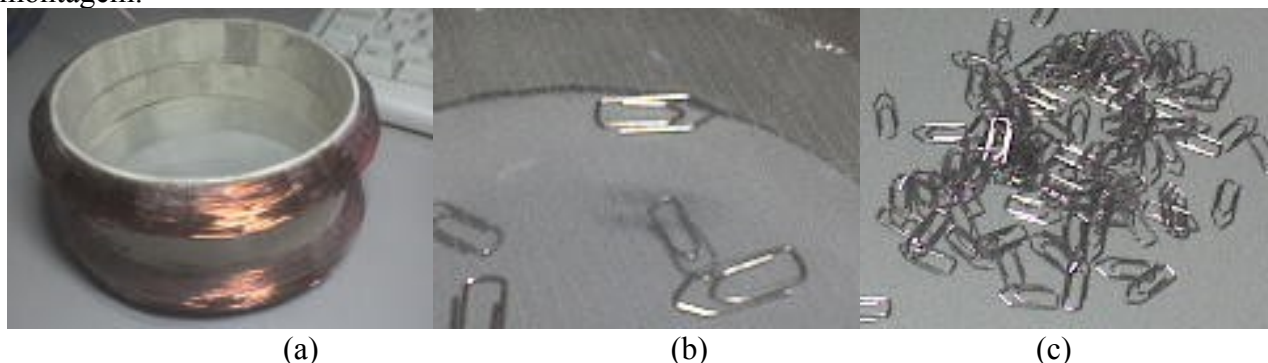


Figura 21 – (a) bobina de Helmholtz vertical, com uma folha de plástico na parte central (b) o detalhe do plástico, observe os cliques que eu coloquei em cima da bancada e o que está em cima do plástico (c) os pequenos cliques nº 5 utilizados para o experimento.

A fonte utilizada para a execução do experimento foram duas baterias de 12 volts como mostra a figura 22 abaixo:



Figura 22 – Baterias de 12 volts

Esta é a parte mais complicada do experimento, a alimentação. Estas baterias possuem pouca carga, de modo que elas acabam antes do experimento, seria necessário uma bateria com maior carga para que o experimento transcorra sem problemas, ainda mais em uma apresentação de duas horas.

6 – TEORIA (EXTRAÍDO DA REF. [1])

Esta parte é dedicada aqueles alunos de graduação ou àquelas pessoas que tenham interesse em saber como as explicações qualitativas, dadas na seção 3 deste relatório, surgem com mais formalidade.

6.1 – UMA SIMPLES ANÁLISE

Para tentar obter um entendimento qualitativo para o porque um objeto pode preferir magnetizar-se ao longo de um eixo particular, vamos primeiro examinar este problema de uma maneira simplificada. Nos consideramos um longo e fino cilindro imerso em um campo magnético e assumimos que existem ímãs microscópicos (pequenos dipolos) dentro do material. Para um paramagnético (ou ferromagnético) aqueles ímãs microscópicos tentaram alinhar-se com o campo aplicado; os dipolos se antialinham em um material diamagnético. Se nós considerarmos somente interações entre os dipolos e o campo (desprezando qualquer interação dipolo-dipolo), o material

tornaria magnetizado na mesma direção do campo apesar da orientação do cilindro. Assim para entender qualquer alinhamento preferencial nós devemos investigar como os dipolos individuais interagem um com o outro. A figura 23 mostra um esquema de um cilindro magnetizado com seu eixo paralelo e perpendicular ao campo magnético aplicado, assumindo que não há interações dipolo-dipolo:

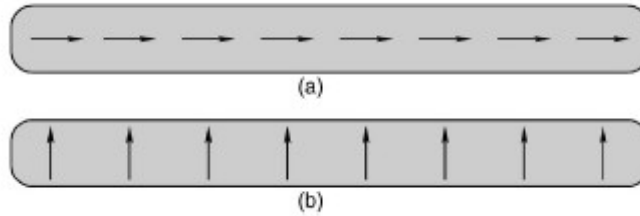


Figura 23 – Um cilindro magnetizável imaginando-o como uma linha de dipolos sem interações dipolo-dipolo. Em (a) o campo é aplicado paralelo ao eixo do cilindro e em (b) o campo é aplicado perpendicularmente ao seu eixo.

Pelo fato de que pólos iguais se repelem e pólos diferentes se atraem, as interações dipolo-dipolo favorecem o alinhamento como mostrado na figura 23(a), comparado com a figura 23(b). Assim seria necessário menos energia para orientar os dipolos paralelos ao cilindro do que para orientá-los perpendicularmente ao cilindro.

Esta explicação pode ser feita quantitativamente considerando dois dipolos que podem rotacionar livremente mas estão fixos nas suas posições sem um campo externo (veja a figura 24).

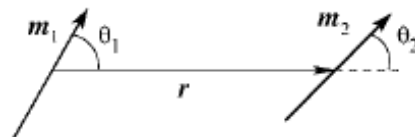


Figura 24 – Dois dipolos em posições fixas mas estão livres para rotacionar interagindo um com o outro para obter a orientação preferida (menor energia).

Iniciando com a energia de interação para um dipolo m em um campo aplicado B é simples encontrar a energia de interação entre dois dipolos magnéticos com uma separação vetorial r utilizando a equação 19 abaixo:

$$U = -m \cdot B = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [m_1 \cdot m_2 - 3(m_1 \cdot \hat{r})(m_2 \cdot \hat{r})]$$

Equação 19

Onde μ_0 é a permeabilidade do espaço livre. Ao derivar a equação acima e igualar a zero, teremos que o cálculo nos fornece $\theta_1 = \theta_2 = 0$ (ou $\pm \pi$) e $\theta_1 = -\theta_2 = \pm \frac{\pi}{2}$. O menor estado de energia será para ângulos $\theta_1 = \theta_2 = 0$. Então não é difícil estender este resultado, ou seja, para uma linha longa de dipolos em um campo aplicado favorecerá a orientação dada na figura 23(a).

Embora este modelo simples forneça uma razoavelmente boa imagem do porque um cilindro prefere magnetizar ao longo do seu eixo, ele sugere que ambos materiais paramagnéticos e diamagnéticos tenham a mesma preferência. Este modelo negligencia como as magnitudes dos dipolos dependem do campo externo. Por exemplo na figura 23(a), se o material é paramagnético, então o campo aplicado aponta da esquerda para a direita. Quando o campo dos dipolos é adicionado ao campo aplicado, nós vemos que o campo magnético na localização de cada dipolo é

aumentado devido ao campo de seus vizinhos. Este largo tamanho do campo aumentará as magnitudes dos dipolos, portanto fortalecendo sua tendência ao alinhamento. Inversamente, se o material é diamagnético, então o campo externo aponta da direita para a esquerda. Neste caso, o campo dos dipolos inclinam-se a diminuir o campo na localização de cada dipolo. Correspondentemente, a magnitude dos dipolos decrescerá, portanto enfraquecendo a sua tendência de alinhamento. Portanto, no caso de um cilindro diamagnético, a preferência ao alinhamento ao longo do seu eixo (devido as interações dipolo-dipolo) é inibida pelo decréscimo no campo local. Conseqüentemente, não é óbvio mesmo qualitativamente – se ou não um cilindro diamagnético terá uma preferência para magnetizar ao longo do seu eixo. Assim, um tratamento mais completo é necessário para entender como um tal objeto se torna magnetizado.

6.2 – UMA ANÁLISE MAIS COMPLETA

6.2.1 – OBJETOS MAGNETIZADOS SEM CAMPO EXTERNO

Antes de iniciar um cálculo mais completo de um objeto magnetizado em um campo aplicado, consideremos primeiramente um objeto uniformemente magnetizado sem aplicação de um campo externo. Um problema padrão no curso de Eletromagnetismo^[3] é determinar o campo magnético de um esfera uniformemente magnetizada. Para uma magnetização M , o campo dentro da esfera é uniforme, como mostra as equações 20 e 21 abaixo:

$$B = \frac{2}{3}\mu_0 M \quad \text{e} \quad H = -\frac{1}{3}M$$

Equação 20

Equação 21

Note que H aponta na direção oposta a magnetização M . Por esta razão, ela é freqüentemente referida como um campo desmagnetizante. Este efeito de desmagnetização é usualmente descrito pelos fatores desmagnetizantes n_x, n_y, n_z definidos por $H_x = -n_x M_x$, $H_y = -n_y M_y$ e $H_z = -n_z M_z$. Os fatores desmagnetizantes são fatores adimensionais dependentes da geometria e estão entre 0 e 1 tal que $n_x + n_y + n_z = 1$. Para a esfera a equação 21 e sua simetria indica que $n_x = n_y = n_z = \frac{1}{3}$. Um cilindro infinitamente longo com seu eixo ao longo da direção x tem $n_x = 0$ e $n_y = n_z = \frac{1}{2}$, e um bloco de espessura finita na direção x tem $n_x = 1$ e $n_y = n_z = 0$.

Estes valores podem ser verificados usando as condições de contorno magnéticas e a simetria para encontrar os campos de cilindros ou blocos uniformemente magnetizados. Os fatores desmagnetizantes nos diz quão grande o campo desmagnetizante pode ser esperado dentro do objeto. Este campo desmagnetizante é relacionado para quanta energia é requerida para magnetizar um objeto. A energia requerida para um reunir um domínio magnetizado assumindo que não há campo magnético externo aplicado é dado pela equação 22 abaixo:

$$E_m = -\frac{1}{2}\mu_0 \int M \cdot H dV$$

Equação 22

A integração é feita sobre o volume V do objeto, e H é o campo que surge da magnetização M . Se a magnetização é ao longo da direção de um dos eixos principais do objeto então $H = -nM$, onde n é o fator desmagnetizante associado com o eixo em particular. Se nós substituimos esta relação na Eq. (22), encontramos que:

$$E_m = \frac{1}{2}\mu_0 n M^2$$

A Eq. (23) implica que para uma dada magnetização, o menor estado de energia corresponde em magnetizar o objeto ao longo do eixo com menor fator desmagnetizante (ou naquele com menor campo desmagnetizante). Para um cilindro infinito, este eixo está ao longo do eixo do cilindro ($n_x = 0$ comparado a $n_y = n_z = \frac{1}{2}$) e para um bloco ($n_y = n_z = 0$ comparado a $n_x = 1$).

Não é trivial determinar os fatores desmagnetizantes exceto para poucas simetrias de objetos. No entanto, existe uma maneira relativamente fácil de determinar qualitativamente se os fatores desmagnetizantes são grandes ou pequenos. Para objetos uniformemente magnetizados, nós podemos calcular H de uma fictícia superfície de carga magnética dada por $\sigma_m = M \cdot \hat{n}$, onde \hat{n} é o versor normal à superfície do objeto. Assim, se nós olharmos os objetos em termos de suas cargas superficiais, é fácil ver quando existirá um tanto um grande campo interno quanto um pequeno campo interno. Por exemplo, um cilindro com um raio grande comparado com seu comprimento se compara com um capacitor com placas próximas. Esta geometria fará surgir um relativamente grande campo interno e portanto um fator desmagnetizante próximo de um. De outro modo, um cilindro com seu comprimento longo comparado com seu raio seria análogo a um capacitor de placas bem distanciadas. Esta geometria fará surgir um muito pequeno campo interno e portanto um fator desmagnetizante próximo a zero. Assim, nós podemos ver que levará menos energia para magnetizar um cilindro longo ao longo de seu eixo do que fazer uma equivalente magnetização perpendicular ao seu eixo. Contrariamente um disco será mais dificilmente magnetizado ao longo do seu eixo do magnetizado perpendicularmente ao seu eixo.

6.2.2 – OBJETOS MAGNETIZADOS EM UM CAMPO EXTERNO

Vamos agora considerar um objeto magnetizável em um campo externo. Nós consideraremos um elipsóide composto de um material homogêneo linear em um campo magnético uniforme externo. A restrição para materiais lineares é feita por simplicidade, mas mesmo materiais ferromagnéticos são tipicamente lineares (com permeabilidades relativas em uma faixa de $10 - 10^4$) tão logo o campo aplicado seja pequeno. Como para uma esfera, um elipsóide magnetizável em um campo aplicado pode ser resolvido exatamente e resulta em campos uniformes (e magnetização) dentro do objeto. Um cilindro fino e longo e um disco de extensão longa, são dois casos limites que são facilmente aproximados pela escolha dos parâmetros apropriados. Estas geometrias são também facilmente resolvidas para materiais ferromagnéticos isotrópicos e homogêneos.

Primeiramente nós pesamos em outro problema padrão em Eletromagnetismo, uma esfera magnetizada em um campo magnético uniforme. Quando escrevemos em termos dos fatores desmagnetizantes, a solução para um elipsóide se parece exatamente como a solução para uma esfera. Para um campo aplicado dado por B_0 ao longo de um dos eixos principais, o campo interno do elipsóide obtém campos interno dado pelas equações 24 e 25:

$$B = B_0 + \mu_0(1 - n)M$$

Equação 24

E

$$H = H_0 - nM$$

Equação 25

Onde n é o fator desmagnetizante para o objeto ao longo de um eixo em particular. Note que as equações (24) e (25) são validas para qualquer relação entre B e H ; se eles são linearmente relacionados por $B = \mu H$ onde μ é a permeabilidade do material, então a magnetização é dada pela

equação 26:

$$\mu_0 M = \left(\frac{\chi}{1 + n\chi} \right) B_0$$

Equação 26

Onde χ é a susceptibilidade magnética. Note que uma mudança no fator de desmagnetização tem um efeito qualitativamente diferente sobre a magnetização M para materiais paramagnéticos e diamagnéticos. A equação (26) mostra que aumentando o valor de n para um material paramagnético resulta um decréscimo na magnitude da magnetização M . Inversamente aumentando n para um material diamagnético resulta um aumento em M . Como nós veremos, este comportamento afeta a direção da magnetização líquida e um torque resultante sobre o objeto.

Agora consideraremos um esferóide (veja o Apêndice) com seu eixo de simetria ao longo do eixo x em um ângulo θ com a direção do campo aplicado, como na figura 25 abaixo:

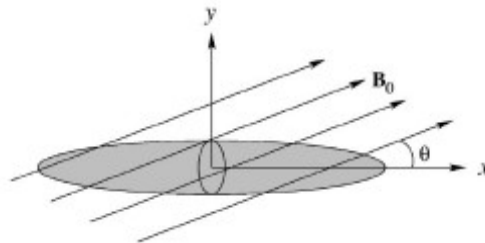


Figura 25 – Um campo magnético uniforme aplicado em um ângulo θ com respeito ao eixo de simetria do objeto. Por causa da diferença nos fatores desmagnetizantes nas direções x e y , a magnetização não será (em geral) na mesma direção do campo aplicado.

Esferóides prolatos se parecem com o formato de bola de futebol americano e têm $n < \frac{1}{3}$ ao longo do seu eixo de simetria e esferóides oblatos são em formato de discos e têm $n > \frac{1}{3}$ ao longo do eixo de simetria. Quando um campo externo não é aplicado ao longo de um dos eixos principais, a magnetização ainda seria uniforme, mas ela não mais ocorrerá na mesma direção do campo aplicado. Neste caso, as componentes de magnetização são dadas pela Eq. (27) abaixo:

$$\mu_0 M_i = \left(\frac{\chi}{1 + n_i \chi} \right) B_{0i}$$

Equação 27

Onde $i = 1, 2, 3$ representam as componentes x, y, z , respectivamente. Os diferentes valores dos fatores de desmagnetização resulta em uma diferença entre a direção do campo aplicado e a direção da magnetização do objeto.

Antes de continuar, vamos fazer uma breve consideração sobre a direção da magnetização. Para materiais paramagnéticos e diamagnéticos, a susceptibilidade são tipicamente da ordem de 10^{-5} . Assim, para qualquer valor de n_i a equação (27) é aproximadamente $\mu_0 M_i \approx \chi B_{0i}$. Se α é o ângulo entre a magnetização do objeto e o eixo x , nós temos:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{M_y}{M_x}\right) \approx \arctan\left(\frac{B_{oy}}{B_{0x}}\right)$$

Equação 28

Assim nós vemos que a direção da magnetização para um objeto paramagnético é essencialmente alinhado com o campo, ou seja, $\alpha \approx \theta$. Para objetos diamagnéticos $\chi < 0$, então M_x e M_y terão sinais opostos para B_x e B_y , respectivamente. Portanto, $\alpha \approx \theta + \pi$ e a magnetização é essencialmente antialinhada com o campo. Usando a equação (16) o ângulo entre o campo aplicado e a magnetização é encontrado sendo menor do que $0,0001^\circ$ para objetos paramagnéticos e diamagnéticos com $n_x \approx 0$ e $n_y \approx \frac{1}{2}$ (bem prolatos). Esta pequena diferença angular causará um torque bem pequeno mesmo para campos magnéticos suficientemente grandes.

Um material ferromagnético tem $\chi \gg 1$ tal que a equação (28) é aproximada para $\mu_0 M_i \approx \frac{B_{0i}}{n_i}$ (desde que $n_i \neq 0$). Assim,

$$\alpha = \arctan\left(\frac{M_y}{M_x}\right) \approx \arctan\left(\frac{n_x B_{oy}}{n_y B_{0x}}\right)$$

Equação 29

Tão logo estejamos lidando com objetos bem prolatos, $\alpha \ll 1$ a menos que $B_{oy} \gg B_{0x}$.

Para o caso extremo de um cilindro infinito ($n_x = 0$ e $n_y = \frac{1}{2}$), nós temos $\frac{M_y}{M_x} \approx \frac{2B_y}{\chi B_x}$, então nós obtemos o mesmo comportamento, que $\alpha \ll 1$ a menos que $B_{oy} \gg B_{0x}$. O fato de que $\alpha \ll 1$ significa que um objeto ferromagnético bem prolatos será magnetizado sempre completamente ao longo de seu eixo de simetria a menos que o campo esteja aplicado perpendicularmente ao seu eixo.

Voltemos a nossa atenção para a energia de um objeto magnetizado em um campo aplicado. Similarmente a equação (22), esta energia pode ser escrita como:

$$E_m = -\frac{1}{2} \mu_0 \int M \cdot H dV$$

Equação 30

Mas agora M é a magnetização induzida e H é o campo que estaria presente na ausência do objeto. Por causa do campo aplicado e a magnetização serem ambos constantes em nosso problema, a integração na equação 30 é trivial. Com $B_0 = B_0 \cos\theta \hat{e}_x + B_0 \sin\theta \hat{e}_y$ e as componentes da magnetização dada na equação (26) nós obtemos:

$$E_m = -\frac{B_0^2}{2\mu_0} V \chi \left(\frac{\cos^2 \theta}{1 + n_x \chi} + \frac{\sin^2 \theta}{1 + n_y \chi} \right)$$

Equação 31

Um torque sobre o objeto pode ser calculado tomando o produto vetorial do momento magnético com o campo aplicado ou derivando a equação (31) com respeito a θ . O resultado é:

$$\tau_m = (MV) \times B_0 = \frac{dE_m}{d\theta} \hat{e}_z = \frac{B_0^2 V \chi^2 (1-3n) \sin\theta \cos\theta}{\mu_0 [1+n\chi][2+(1-n)\chi]} \hat{e}_z$$

Equação 32

Onde $n = n_x$ é o fator desmagnetizante ao longo do eixo de simetria usando o fato de que $n_y = n_z = \frac{(1-n)}{2}$. O lado direito da equação 32 é relativamente fácil de entender qualitativamente uma vez que nós verificamos que o denominador é sempre positivo se $\chi > -1$ (o que acontece para todos os materiais conhecido). O sinal do torque é então governado pelo fator $(1-3n)\sin\theta \cos\theta$. Objetos prolatos ($n < \frac{1}{3}$) experimentam um torque que leva o seu eixo de simetria a alinhar-se com o campo externo já objetos oblatos ($n > \frac{1}{3}$) experimenta um torque que leva o seu eixo de simetria a alinhar-se perpendicularmente ao campo externo. É verificável na equação (31) que $\theta = 0$ é uma energia mínima para objetos prolatos e $\theta = \frac{\pi}{2}$ é uma energia mínima para objetos oblatos.

O aspecto mais interessante desta dedução é que ela se aplica tanto para materiais paramagnéticos quanto para materiais diamagnéticos. Conseqüentemente, esferóides prolatos feitos de materiais paramagnéticos ou diamagnéticos alinham seus eixos de simetria paralelamente ao campo magnético uniforme externo. Agora mostraremos como estes resultados fazem um bom senso físico.

Primeiro, considere uma esfera paramagnética na qual o campo desmagnetizante é antiparalelo ao campo aplicado. (Para uma esfera diamagnética o campo desmagnetizante é paralelo ao campo aplicado.) Recorde que o fator desmagnetizante é uma medida do tamanho do campo desmagnetizante. Assim, para um objeto paramagnético um maior valor de n quer dizer um campo desmagnetizante maior e portanto um menor campo total e uma menor magnetização.

Contrariamente, para um objeto diamagnético um maior valor de n quer dizer um maior campo desmagnetizante e portanto um maior campo total e uma maior magnetização. Este resultado pode ser entendido matematicamente da equação (26). Para um dado campo aplicado B_0 , aumentando o valor de n resulta em um menor valor de M para uma χ positiva e um maior valor de M para uma χ negativa.

Seguindo, consideraremos um objeto prolato como o mostrado na figura 25 e assumindo por simplicidade que $\theta = \frac{\pi}{4}$ tal que as componentes x e y do campo aplicado sejam iguais. Se os fatores de desmagnetização estão aplicados são os mesmo nas direções x e y , a magnetização seria paralela (paramagnéticos) ou antiparalela (diamagnéticos) ao campo aplicado e não haveria torque sobre o objeto. Mas para um objeto prolato $n_x < n_y$. Assim, um material paramagnético teria $M_x > M_y$, resultando em um momento magnético que aponta entre $\theta = 0$ e $\theta = \frac{\pi}{4}$. A direção deste momento magnético resulta em um torque que tende a alinhar o eixo de simetria com respeito ao campo. No entanto, um material diamagnético teria $|M_x| < |M_y|$ (ambos M_x e M_y seriam negativos) resultando em um momento magnético que aponta entre $\theta = \frac{5\pi}{4}$ e $\theta = \frac{3\pi}{2}$. Novamente, a direção do momento magnético resulta um torque que tende a alinhar o eixo de simetria com o campo aplicado.

6.2.3 – OBJETOS MAGNETIZADOS EM UM CAMPO EXTERNO COM GRAVIDADE: OS CLIPES DANÇANTES

Agora é relativamente direta a extensão de nossos resultados para explicar o comportamento dos cliques dançantes, a única coisa faltante é a gravidade. Nós assumimos que o campo externo é aplicado verticalmente e o eixo x do objeto é o eixo de simetria que faz um ângulo θ com respeito ao campo aplicado. A geometria de um esferóide faz o cálculo da energia potencial gravitacional ser pesada. Por simplicidade nós consideraremos um objeto bem prolato; o objeto é longo e fino tal que seu aspecto radial $m = \frac{a}{b} \gg 1$. Esta geometria nos permite aproximar os fatores desmagnetizantes com $n_x \approx 0$ e $n_y \approx \frac{1}{2}$. Nós escrevemos a densidade de massa como ρ e o comprimento do cilindro como $L = 2a$. A energia potencial gravitacional será então dada por $E_g \approx \rho Vga \cos\theta$. Se nós adicionamos esta energia com a energia magnética dada na equação (31) e dividimos isto por ρVga , nós obtemos a energia total (adimensional) para um objeto prolato como:

$$E_p = \cos\theta - C\chi \left(\frac{2 + \chi \cos^2\theta}{2 + \chi} \right)$$

Equação 33

Onde $C = \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho g L}$ é um numero adimensional que dá o tamanho relativo das forças magnética e gravitacional. Pelo fato de que μ_0, ρ, g e L são assumidos constantes no nosso experimento, o número C é essencialmente medida do tamanho do campo magnético. Nós portanto nos referiremos a C como o número magnético.

Para um dado χ o comportamento geral da energia total dado pela equação (33) é simples e sumarizado na figura 23:

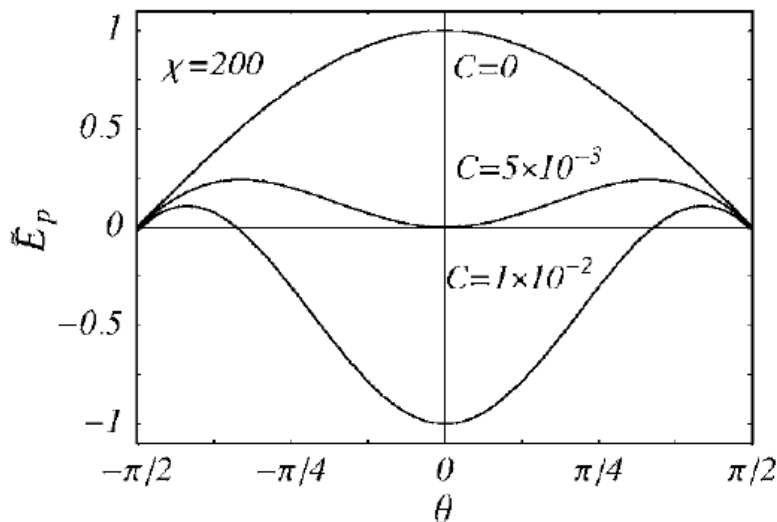


Figura 23 – O comportamento da energia total (adimensional) para um objeto bem prolato ferromagnético com $\chi = 200$ para diferentes tamanhos de campo magnético aplicado dado pela equação (22). O máximo em $\theta = 0$ sobre uma inversão e se torna um mínimo (local) como o número magnético é aumentado. A barreira de energia entre um mínimo em $\theta = 0$ e $\theta = \pm \pi/2$ se torna menor como C é aumentado mais e mais.

Quando não há campo magnético ($C = 0$), a energia é exatamente dada por uma curva

cosseno. Esta função tem um máximo em $\theta = 0$ e mínimos em $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$. Conforme o campo magnético é aumentado ($C > 0$), o ponto $\theta = 0$ sofre uma inversão de um máximo para um mínimo, enquanto os pontos em $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ permanecem em mínimos. Assim existe agora locais de máximo que agem com barreiras de energia entre os estados de mínima energia. Neste ponto, um objeto prolatado estaria estável deitado sobre a mesa ou se estivesse apoiado em sua extremidade. Conforme o campo magnético é aumentado mais e mais, o mínimo em $\theta = 0$ se torna mais profundo e as barreiras entre este mínimo e os mínimos em $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ se torna cada vez menor e os máximos vão avançando para junto $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$. Claro que os cliques não estão “deitados” exatamente em $\frac{\pi}{2}$, somente próximo a isto. Assim, em algum ponto o cliques se encontra sobre o outro lado da barreira permitindo-lhe espontaneamente ficar de “pé”.

7 – CONCLUSÃO

Quando um campo magnético vertical é aplicado a cliques que estão horizontalmente dispostos, existirá um campo para o qual os cliques espontaneamente ficaram em “pé”. Este comportamento é o que é verificado neste experimento. O principal ponto deste experimento foi investigar este fenômeno qualitativamente, quantitativamente e experimentalmente, dando uma credibilidade ao teorizado, utilizando objetos aproximadamente prolados e oblatos, verificou-se que os primeiros têm a tendência de alinhar o seu eixo de simetria na direção do campo aplicado, já os segundos alinham seu eixos de simetria perpendicularmente a direção do campo aplicado. Modelando os cliques como esferóides prolados em um campo magnético uniforme aplicado construiu-se uma teoria que também pode ser verificada neste experimento.

8 – REFERÊNCIAS

- [1] JACKSON, D. P.; Dancing paperclips and geometrics influence on magnetization: A surprising result. Am. J. Phys., 74 (4), April, 2006 – Aqui encontra-se a explicação dos efeitos verificados no experimento e é de onde foi inspirado o experimento
- [2] Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model EM-8641 and EM-8642A, adquirido através do site <http://www.pasco.com/> - Referência para materiais paramagnéticos e diamagnéticos
- [3] HALLIDAY D.; RESNICK R.; WALKER J.; Fundamentos de Física: Eletromagnetismo; Volume 3; 6ª ed. Rio de Janeiro; LTC 2003. – Aqui encontra-se uma explicação de magnetismo na matéria
- [4] GRIFFITHS, D. J.; Introduction to Electrodynamics; 3ª ed.; Prentice Hall; New Jersey; 1999. – Este é um curso de eletromagnetismo da graduação e pode ser encontrado nos capítulos 5 e 6 referencias de como ocorre o magnetismo na matéria
- [5] AHARONI, A.; Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms; JOURNAL OF APPLIED PHYSICS VOLUME 83, NUMBER 6 15 MARCH 1998.

[6]OSBORN, J. A., Demagnetizing Factors of the General Ellipsoid; Physical Review volume 67, numbers 11 and 12, June 1 and 15, 1945.

[7]Du-Xing Chen, BRUG J. A., Demagnetizing Factors for Cylinders; IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 21, NO. 4, JULY 1999

As referências [5], [6] e [7] acima são referências aos fatores desmagnetizantes e campos desmagnetizantes.

9 – AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Professor Orlando Peres Goulart que gentilmente me orientou e me ajudou neste trabalho que não haveria tomado a forma que está senão fosse a suas orientações para correções. Agradeço também a minha esposa que aturou as mesas cheias de latas e papéis recortados e a bagunça em geral que se transformou nossa sala, sem a sua compreensão este trabalho seria dificultado. E por fim agradeço meus colegas que juntos construímos e contribuímos para esta disciplina. A todos, um muito obrigado.

10 – COMENTÁRIO DO ORIENTADOR

Depois de ler o texto enviado, considero que o aluno fez um bom trabalho no curso. Observando o texto está claro sobre a motivação original bem como ele desenvolveu e realizou com iniciativa os experimentos mostrados neste trabalho.

Atenciosamente, Orlando.