

Tópicos do Ensino de Física I – F 609

Pêndulo Duplo de Airy - Blackburn

Aluno: Bruna Graziela Martins, **RA:** 059260

E-mail: brunagmartins@yahoo.com.br

Orientador: Prof. Dr. Ennio Peres da Silva

E-mail: lh2ennio@ifi.unicamp.br

Coordenador da Disciplina: Prof. Dr. José Joaquim Lunazzi

1 – Projeto: Pêndulo Duplo de Airy - Blackburn

Descrição

Este projeto se baseia em um Pêndulo de Areia idealizado por Airy e Blackburn para o estudo das composições de formas de ondas e da visualização das Figuras de Lissajous.

Neste projeto, pretende-se remontar tal experimento do Pêndulo de Airy-Blackburn, como é conhecido, onde o pêndulo não oscila apenas em uma direção (Pêndulo Simples), mas sim em uma combinação de movimentos oscilatórios com direções de deslocamento perpendiculares. O objetivo é estudar o período deste pêndulo e a forma com que as variáveis **comprimento do fio** e **distância entre a massa e o ponto de bifurcação** interferem no mesmo. Pode-se estudar também a trajetória característica (conhecida como “Curvas ou Figuras de Lissajous”) percorrida pelo pêndulo de acordo com cada comprimento do fio e distância da bifurcação.

Este pêndulo será montado utilizando peças de madeira que servirão como suporte para que o pêndulo possa ser fixado, estando o barbante que suspenderá a massa preso neste suporte. Uma presilha será colocada entre a massa e o suporte, de tal forma que o fio possua um ponto de bifurcação, conforme ilustrado na figura abaixo.

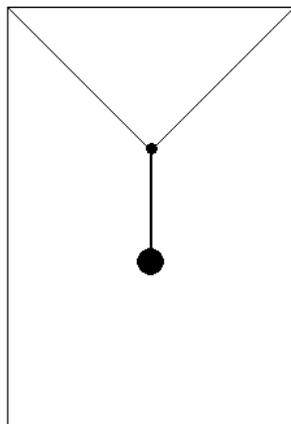


Figura 01: Esboço da Montagem Experimental para o Pêndulo de Airy-Blackburn

Importância Didática do Trabalho

Este experimento pode ser facilmente realizado em ambientes escolares, pois pode ser confeccionado com materiais de baixo custo (considerados sucata), permitindo ao aluno do Ensino Médio entrar em contato com o tema das Oscilações Mecânicas de uma forma de fácil compreensão. Tal experimento permite que o aluno possa visualizar na prática o mecanismo das oscilações e as variáveis que interferem no mesmo.

Originalidade

Como dito anteriormente, este projeto se baseia em um pêndulo idealizado por Airy e Blackburn, e consiste em uma reconstrução de seu trabalho utilizando materiais de baixo custo e fáceis de encontrar. Diversos trabalhos desenvolvidos na disciplina F609 (Tópicos do Ensino de Física I) do Instituto de Física da Unicamp – IFGW tinham como principal tema os pêndulos, inclusive o pêndulo com dois modos de vibração. Entretanto, nenhum foi realizado com tal montagem experimental e nem com o propósito de demonstrar a combinação dos movimentos oscilatórios através da visualização das Figuras de Lissajous, obtidas durante o movimento do pêndulo.

Referências

<http://www.fis.unb.br/gefis/exper/prolego/ondula/airy.htm>

http://www.feiradeciencias.com.br/sala10/10_28.asp

http://www.feiradeciencias.com.br/sala10/10_31.asp

http://pt.wikipedia.org/wiki/Curvas_de_Lissajous

Lista de Materiais

- Peças de Madeira;
- Barbante;
- Uma porca para ser a massa do pêndulo;
- Presilha para “prender” os dois fios, deixando um ponto de bifurcação no pêndulo;
- Areia ou caneta, para demarcar a trajetória do pêndulo;
- Funil de abertura fina;
- Lousa ou bandeja onde possa ser formada a figura da trajetória do pêndulo.

Estes materiais podem ser modificados durante a montagem do experimento, caso isso seja necessário para a obtenção de melhores resultados experimentais.

O orientador, o Prof. Ennio Peres da Silva, concorda com os termos aqui estabelecidos para o projeto e declara que poderá dispor de todos os elementos necessários a menos de exceções indicadas embaixo.

Exceções: O aluno obterá o material necessário, fará as montagens e medidas necessárias.

Sigilo: Não solicita.

2 – Resultados atingidos

- **Montagem Experimental**

Em relação à lista de materiais descrita no projeto, foram feitas pequenas alterações para que a montagem do pêndulo fosse realizada da melhor maneira possível. Os materiais utilizados na montagem não foram comprados, sendo que foram utilizados materiais reaproveitados.

A montagem consiste de um suporte, construído utilizando três peças de madeira unidas através de pregos. Neste suporte, foram fixados em cada uma de suas extremidades um pedaço de barbante, sendo que foram utilizadas para a fixação do mesmo pequenas peças de metal em formato de gancho. A união dos dois pedaços de barbante foi feita através de uma pequena presilha, sendo isto necessário para que possa ser alterado o ponto de bifurcação do fio. Na extremidade do barbante foi preso um pequeno funil (o qual funcionará como a massa do pêndulo). Neste funil será colocada areia fina que escoará do mesmo em uma bandeja de alumínio, colocada embaixo do suporte do pêndulo, a fim de formar uma figura que representará a trajetória descrita pelo pêndulo.

- **Dados Obtidos**

Até o presente momento não foram obtidos dados quantitativos sobre os módulos de oscilação do pêndulo. As informações obtidas se referem a aspectos qualitativos da oscilação. Verificou-se que, ao se colocar o pêndulo para oscilar, este não apresenta oscilação em apenas uma direção, oscilando em duas direções perpendiculares entre si, apresentando uma trajetória dada pela combinação dos movimentos oscilatórios nas duas direções.

Verificou-se também que alterando-se a distância da massa ao ponto de bifurcação do pêndulo seu período de oscilação varia.

É importante ressaltar que ao utilizar areia, a massa do pêndulo varia, entretanto, não há influência desta variação nas características da oscilação (período e trajetória descrita pelo pêndulo).

3 – Fotos da Experiência



Figura 01: Aparato Experimental



Figura 02: Visão do ponto de bifurcação do pêndulo



Figura 03: Visão da massa do pêndulo

4 – Dificuldades Encontradas

A maior dificuldade encontrada até o momento foi quanto à forma de representar a trajetória do pêndulo, uma vez que a areia não pode escoar do funil nem muito rápida, nem lenta demais. Sendo assim, tem-se que ajustar o tamanho da abertura do funil de forma que a areia escoe do mesmo com a velocidade apropriada.

Outra dificuldade encontrada é quanto às referências, uma vez que, como afirmado no texto do projeto, este experimento é baseado em um pêndulo idealizado por Airy e Blackburn mas, durante a realização da pesquisa, foram encontrados apenas trabalhos que expunham tal projeto, mas nenhum que tivesse sido publicado pelos idealizadores do pêndulo, o que dificultou uma melhor compreensão sobre a forma como ele foi idealizado.

5 – Pesquisa Realizada

As palavras-chave utilizadas para a realização da pesquisa na Internet foram: Pêndulo duplo de Airy – Blackburn, Pêndulo de Airy – Blackburn, Pêndulo de dois modos de oscilação, Airy e Blackburn, Lissajous, Figuras de Lissajous, Curvas de Lissajous.

As referências bibliográficas do tema são as mesmas já citadas no texto do projeto.

6 – Descrição do Trabalho

Resumo: Utilizando materiais simples, montou-se um pêndulo que pode oscilar em duas direções. O que se pretende é estudar a trajetória deste pêndulo de forma a verificar a interferência destes movimentos oscilatórios entre si.

Descrição: Utilizando materiais reaproveitáveis, montou-se um pêndulo que pode oscilar em duas direções, cujo movimento oscilatório resultante é uma

combinação dos movimentos oscilatórios nas duas direções. O objetivo é estudar de que maneira estas duas formas de oscilação interferem uma na outra, estudando a trajetória do pêndulo durante sua oscilação. Outro aspecto que se quer estudar é a forma como a distância da massa ao ponto de bifurcação interfere na trajetória descrita pelo pêndulo.

Apêndices: No apêndice 1 é descrito o experimento original no qual foi baseado este trabalho. Nele tem-se uma descrição da montagem experimental do pêndulo e também de seu funcionamento.

Nos apêndices 2 e 3, o Professor Luíz Ferraz Netto faz uma descrição do Pêndulo de Airy-Blackburn, trazendo uma comparação deste com outros tipos de pêndulos conhecidos, bem como uma alternativa na demarcação da trajetória do pêndulo, além de trazer uma discussão sobre a relação entre os períodos de oscilação do pêndulo em cada uma de suas direções.

Já no apêndice 4 tem-se uma breve explicação sobre as curvas de Lissajous, curvas estas obtidas quando se tem uma combinação de movimentos oscilatórios em duas ou mais direções perpendiculares entre si. Neste experimento, a trajetória do pêndulo fornece uma figura de Lissajous, uma vez que sua oscilação é uma combinação de movimentos oscilatórios em duas direções perpendiculares.

7 – Declaração do Orientador

O orientador concorda com o expressado neste relatório parcial e deu a seguinte opinião:

“O projeto vem se desenvolvendo de forma satisfatória, dentro das expectativas e com dificuldades inerentes a esse tipo de arranjo experimental. Mantém-se o prazo estabelecido para a conclusão do mesmo. Quanto à aluna, vem conduzindo as

atividades com iniciativa, desenvolvendo a parte experimental (arranjo) com boa qualidade técnica”.

8 – Horário de apresentação do Painel

Disponibilidade de datas para a apresentação do painel:

- Dia 17/06 das 16h às 18h (segundo horário);
- Dia 18/06 das 17h às 19h (segundo horário);

Apêndice 1:



Pêndulo Duplo de Airy

Esse se parece muito com o pêndulo simples a única diferença é que ele é preso não por uma linha em um único ponto e sim por uma linha que se bifurca ficando presa em dois

pontos. A consequência é que quando se dá uma amplitude inicial a esse pêndulo sua oscilação não ficará presa a apenas uma direção, mas sim a uma combinação de movimentos oscilatórios com direção de vibração mutuamente perpendiculares.

Aqui, o período do pêndulo dependerá não só do comprimento do fio, mas também da distância entre a massa e o ponto de bifurcação. Podemos observar também que cada comprimento do fio e distância da bifurcação faz com que o pêndulo percorra uma trajetória característica no seu plano de oscilação. Essas trajetórias são conhecidas como "curvas de Lissajous", e são equivalentes à soma de dois movimentos harmônicos de frequências diferentes e direções perpendiculares.

Para podermos observar a trajetória do pêndulo, um recipiente com um orifício é colocado no lugar da massa do pêndulo, permitindo o escoamento de areia fina que cai em uma bandeja enquanto o pêndulo oscila, deixando um "rastro" que desenhará a curva de Lissajous característica da configuração que o pêndulo tiver no momento. Para variar a distância da bifurcação usamos uma espécie de presilha, que prende os dois fios; variando a altura da presilha, aumentamos ou diminuímos o tamanho da bifurcação e, conseqüentemente, a relação de frequência nos modos de vibração.

<http://www.fis.unb.br/gefis/exper/prolego/ondula/airy.htm>

Apêndice 2:

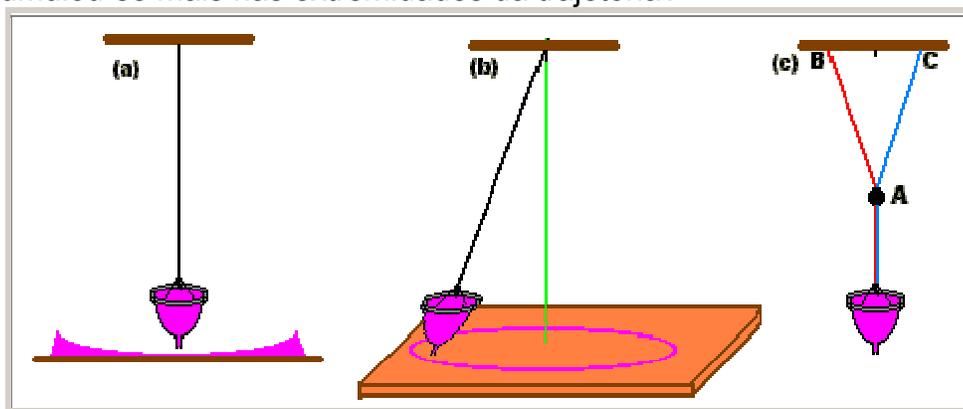
Pêndulo duplo de Airy-Blackburn

Prof. Luiz Ferraz Netto
leobarretos@uol.com.br

Apresentação

O 'pêndulo de areia', tradicional é simplesmente um pêndulo que tem como massa pendular (lente) um funil. Colocando-se areia colorida dentro dele, a trajetória da extremidade do pêndulo fica marcada numa folha de papel, pela areia fina que escoia.

Se esse pêndulo é posto em movimento no plano vertical que contém a suspensão, o movimento é pendular, o centro de massa do pêndulo e, portanto a extremidade do funil, efetua um movimento harmônico se a amplitude das oscilações é pequena. Qualquer que seja esse plano vertical o movimento é sempre harmônico. Em (a), na ilustração abaixo, mostramos essa situação. Observe a areia derramada. Por que a areia acumulou-se mais nas extremidades da trajetória?



Quando se lança o pêndulo com uma velocidade que não está no plano vertical definido pela posição inicial do centro de massa pendular e pelo ponto de suspensão, então o movimento é elíptico (elipse de Lissajous). Em (b), na ilustração acima, mostramos a elipse desenhada pela areia que escoia. Observe agora, que a areia se distribui uniformemente pela trajetória toda; não há 'montículos'.

Pode-se agora suspender o pêndulo por dois fios que vão juntos até certo ponto **A** e depois se separam indo fixar-se a dois pontos **B** e **C** de um suporte horizontal. Na prática, **A** é uma pequena esfera de madeira perfurada que pode deslizar ao longo dos dois fios, determinando assim, onde ocorrerá a separação deles. Se o pêndulo oscila em torno do ponto **A**, no plano vertical que contém **BC**, ele tem um movimento harmônico de certo período T_1 :

$$x = a \cdot \cos 2\pi(t/T_1) = a \cdot \cos w_1 \cdot t$$

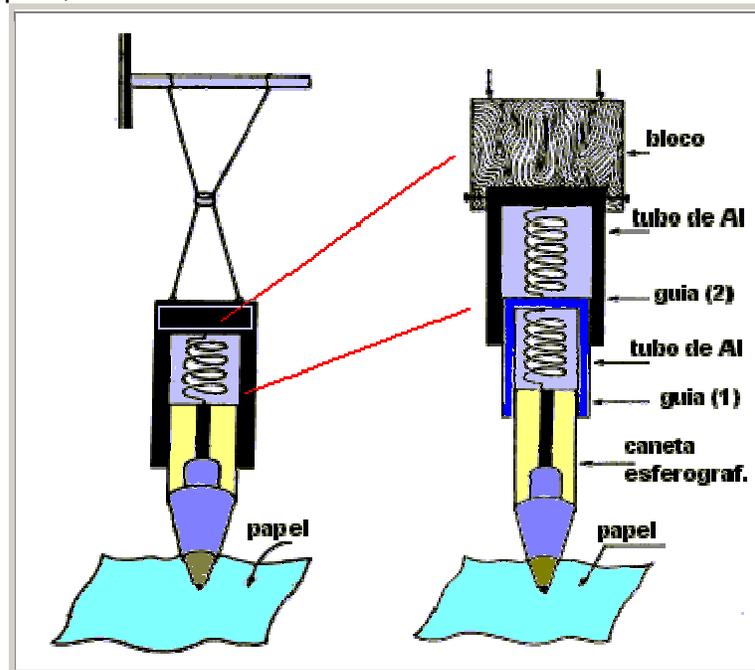
Se oscila em torno da reta **BC** no plano que contém **A** o pêndulo efetua outro movimento harmônico de período T_2 diferente de T_1 pois num caso e noutro são diferentes as distâncias do baricentro pendular até o ponto ou eixo de suspensão:

$$y = b \cdot \cos [2\pi(t/T_2) + j] = b \cdot \cos (w_2 \cdot t + j)$$

Quando o pêndulo é lançado com uma velocidade que não está no plano vertical de **A** então seu movimento corresponde ao caso mais geral das **figuras de Lissajous**. Pode-se regular a altura do ponto **A** (ajustando a posição da esfera de madeira), de modo que os períodos T_1 e T_2 sejam comensuráveis, e neste caso as figuras correspondem a casos clássicos, sobretudo quando n_1 e n_2 , são números inteiros baixos (<4 , digamos). [$f_1/f_2 = T_2/T_1 = n_1/n_2$].

Uma sugestão

O conhecido pêndulo de areia para o traçado das curvas de Lissajous pôde ser atualizado com técnica do sistema telescópico para a caneta esferográfica ou hidrográfica (e dispensar a fina areia). Basta construir a lente pendular com duplo sistema telescópico, conforme ilustramos:



Quer saber? Particularmente prefiro ver a areia fina, colorida, escoando pelo funil.

http://www.feiradeciencias.com.br/sala10/10_28.asp

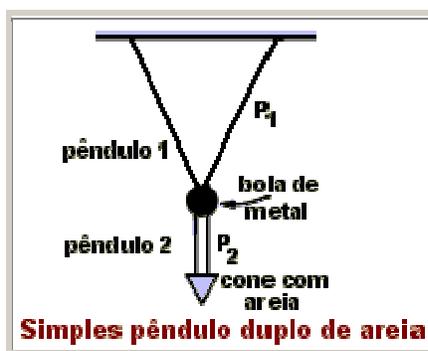
Apêndice 3:

O bom 'Airy-Blackburn'

Prof. Luiz Ferraz Netto
leobarretos@uol.com.br

Apresentação

Airy e **Blackburn** foram os idealizadores do pêndulo de areia para o estudo das composições de formas de ondas e visualização das figuras de Lissajous. Na sua forma mais simples, esse pêndulo é constituído por um funil bem afilado (bico curto e bem fino), suspenso por dois cordéis que são fixados num suporte horizontal. Uma bola munida de dois orifícios é colocada intermediando o funil e o suporte, com os cordéis passando por seus orifícios, como se ilustra:



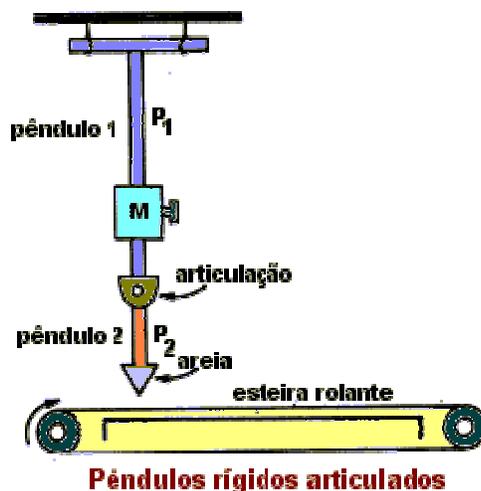
Desse modo, temos na verdade dois pêndulos acoplados; da suspensão até a bola temos um, da bola até o funil temos outro. O pêndulo superior pode oscilar apenas num plano vertical que passa pelo ponto médio dos dois pontos de suspensão. O inferior pode oscilar, independentemente, em qualquer plano vertical que contém a bola.

Coloca-se areia bem fina no funil e uma folha de papel sobre a mesa. A seguir, pode-se estudar composições de movimento harmônicos de mesma direção ou de direções ortogonais. Isso dependerá apenas das escolhas das posições iniciais de cada pêndulo.

Por exemplo, deslocando-se a bola para fora do plano da figura acima e o funil para dentro do plano da figura, teremos dois movimentos harmônicos de mesma direção, oscilando em oposição de fase.

Deslocando-se a bola para fora do plano da figura e o funil para a direita, ainda na figura anterior, teremos dois movimentos harmônicos ortogonais, em concordância de fases. Nessa situação, se os períodos dos dois pêndulos são iguais (distância bola suporte igual distância bola funil) a areia traçará uma reta inclinada sobre a folha de papel.

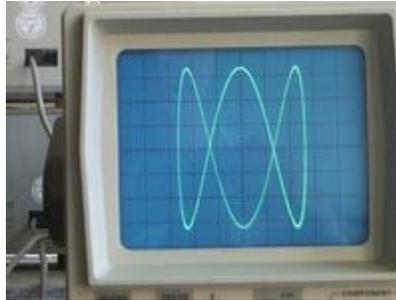
Para melhorar substancialmente o desempenho do pêndulo de Airy-Blackburn, sugerimos a montagem de dois pêndulos compostos, com hastes metálicas e ligados por articulação. Essa articulação pode girar e ser travada, de modo que o pêndulo inferior tenha seu plano de oscilação ajustável. Na haste superior, maior que a inferior, pode deslizar a massa M (há um parafuso de travamento, na posição escolhida). O copo afunilado contendo areia fina poderá oscilar, graças ao devido ajuste da articulação, em qualquer plano, relativo ao plano vertical fixo de M . Eis a ilustração:



http://www.feiradeciencias.com.br/sala10/10_31.asp

Apêndice 4:

Curvas de Lissajous



Curva de Lissajous num osciloscópio

Na matemática, a **curva de Lissajous** (**figura de Lissajous** ou **curva de Bowditch**) é o gráfico produzido por um sistema de equações paramétricas:

$$x = A \cdot \sin(a \cdot t + \delta), \quad y = B \cdot \sin(b \cdot t),$$

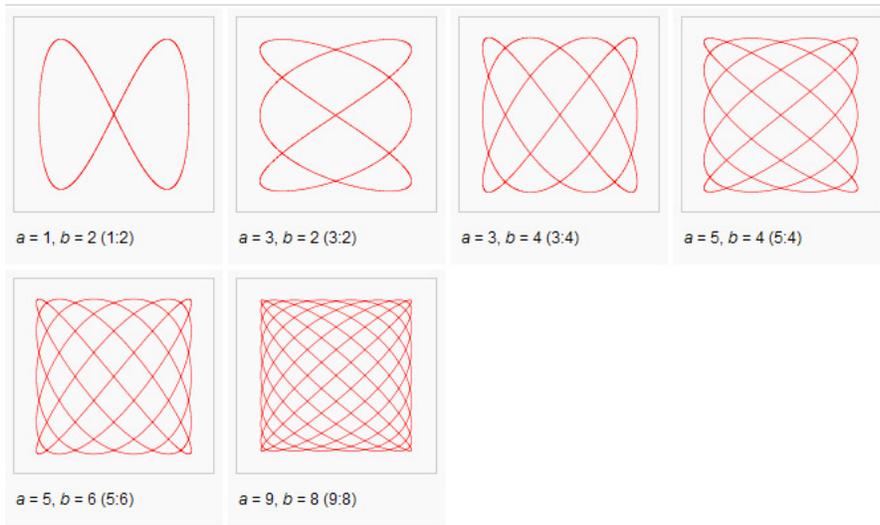
que descreve um complexo movimento harmônico. Essa família de curvas foi estudada por Nathaniel Bowditch em 1815, e mais adiante por Jules Antoine Lissajous, em 1857.

A aparência do gráfico é altamente sensível à razão a/b . Quanto a razão é 1, o gráfico produzido é uma elipse, podendo também formar círculos quando $A = B$, $\delta = \pi/2$ radianos e retas, quando $a = b$, $\delta = 0$. Outro gráfico simples de Lissajous é uma parábola, quando $a/b = 2$, $\delta = \pi/2$. Outras razões produzem gráficos mais complicados; os gráficos de Lissajous são estáticos (ou seja, se fecham numa figura visível) apenas quando a razão a/b é um número racional.

Curvas de Lissajous com $a=1$, $b=N$ (número natural) e $\delta = \frac{N-1}{N} \frac{\pi}{2}$ são Polinômios de Tchebychev de primeira ordem e grau N .

Antes dos computadores modernos, as curvas de Lissajous eram tipicamente geradas por um osciloscópio (conforme ilustrado). Dois sinais senoidais de fases diferentes eram aplicados nas entradas do osciloscópio no modo X-Y. Desse modo, suponha que x alimenta o canal CH1 e y o canal CH2; A é a amplitude do CH1 e B é a amplitude do CH2, a é a frequência de CH1 e b a frequência CH2, assim a/b é a razão das frequências entre os dois canais; finalmente, δ é a diferença de fase entre CH2 e CH1.

Seguem alguns exemplos de curvas de Lissajous com $\delta = \pi/2$, a ímpar, b par, $|a - b| = 1$.



http://pt.wikipedia.org/wiki/Curvas_de_Lissajous