Projeto de F609 – Tópicos do Ensino de Física – Relatório Final
1º semestre 2010

Professor: José Joaquín Lunazzi

Orientador: Lucila Cescato

Aluno: Henrique Teruo Shibutani
RA: 044024

Nome do projeto:

Precessão da Moeda num Funil (Spinning Wishing-Well)

Desenvolvimento do projeto:

Inicialmente, foram feitas algumas pesquisas para a escolha de um material adequado para o funil. O modelo de Spinning Wishing Well utilizado comercialmente, geralmente, é feito de algum tipo de metal ou então de plástico; no entanto, para a montagem de um similar aumentaria demais o custo do experimento. Através de uma conversa com um técnico em mecânica (Jorge) do Instituto de Física da Unicamp (IFGW), surgiu a idéia de fazer o funil em barro (argila). Depois, foi feito o contato entre professores do Instituto de Artes da Unicamp (IA) – Profa. Maria Aparecida Coracini de Godoy Marques (cida@iar.unicamp.br) e Prof. Jerônimo Noboru Ohnuma (noboru@iar.unicamp.br) - via email para poder ter conhecimento, se possível, de alguém experiente do próprio instituto que poderia ajudar na montagem do funil. Através da própria indicação dos professores do IA, obtivemos o contato do "carioca" que trabalha com fabricação de vasos de cerâmica a partir de argila.

Fui até a loja do "carioca" para poder mostrar um esboço do formato do funil e também as proporções desejadas; assim, com as medidas dadas foi feito a montagem do funil.

Paralelamente, foi realizado uma pesquisa teórica sobre a dinâmica de rotações, movimento de precessão e o sobre próprio spinning wishing well.

Com uma pesquisa feita num site de uma montadora do spinning wishing well, descobrimos as medidas para a montagem de um deles, sendo de 157,5cm de diâmetro e 51cm de altura; fazendo uma proporção para um raio de 50cm necessitaríamos de uma altura de aproximadamente 16 cm.

Por fim, para melhorar o lançamento das moedas, foi desenvolvido com restos e madeira, um suporte com vinco para que as moedas já entrem pela tangente do funil e também para que a moeda fique de "pé".

Estrutura do Funil:

Através do estudo teórico desenvolvido sobre o movimento de precessão, chegou-se a conclusão que para se obter o efeito desejado era necessário que as paredes do funil fosse construída com uma inclinação crescente. Logo, com a variação do ângulo θ observado na Figura 1 e também na equação (3); conforme observado na teoria, fará com que o ω_p (velocidade de precessão) aumente e assim a moeda terá o efeito desejado. Se as parede do funil tivessem uma inclinação constante; então, a moeda deslizaria até que a força de atrito reduzisse a velocidade da moeda a zero e a moeda tombaria.

Resultados atingidos:

Como uma primeira montagem do funil de barro, ele possui seu aproximadamente 49cm de diâmetro e 17cm de altura. Através da proporção desejada de 50cm de diâmetro por 16cm de altura, conseguimos uma boa aproximação destas medidas. E como a curvatura teve uma boa inclinação, foi possível que este funil de barro conseguisse manter uma moeda em movimento de precessão.

Foi desenvolvido um sistema de apoio para a distribuição do peso do funil através de dois tubos de PVC, utilizados para encanamentos, sendo de 20cm e de 25cm. Os tubos de PVC tiveram suas bordas lixadas e coladas com cola especial para tubos de PVC com uma espuma de proteção para tubos de cobre; assim, fez-se uma proteção entre o tubo de PVC e o funil. Para o sistema de lançamento de moedas, foi construído uma plataforma com madeira constituído de duas partes, sendo que uma é o suporte na beira do funil e a outra parte, que está parafusada com a peça suporte, direciona o ângulo de lançamento de moedas.

Fotos da experiência:

Figura 1 – Fabricação do funil (visão superior)

Figura 2 – montagem do funil (visão lateral)

Figura 3 – Funil de barro (visão superior)

Figura 4 – Funil de barro (visão lateral)

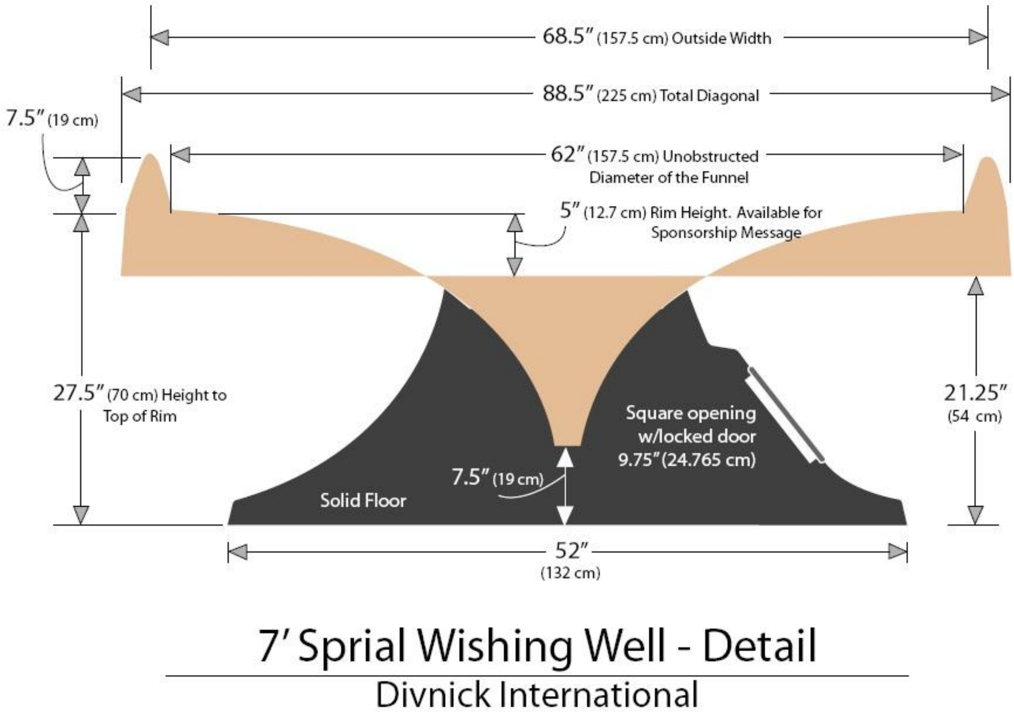


Figura 5 – Dimensões de um Spiral Wishing Well comercial

Figura 6 – Suportes para funil com revestimento de borda

Figura 7 – Suportes para o funil

Figura 8 – Bases de suporte e direcionamento de madeiras para lançamenton de moedas

Dificuldades encontradas:

A primeira dificuldade encontrada foi determinar o material a ser utilizado na montagem do funil; pois não gostaríamos que ele tivesse um alto custo de fabricação. Houve também certa dificuldade em conseguir uma boa curvatura, devido ao fato da construção ser artesanal, no processo de fabricação. O próprio funil de barro, devido à forma artesanal de como é feita, tem algumas limitações de acordo com a roda que o artesão utiliza para dar forma à argila e também ao tamanho físico do forno para secagem; outro ponto importante, foi que o funil teve que ser feito em duas etapas para a montagem da curvatura. Foram realizadas 3 montagens, sendo que as 2 primeiras quebraram durante o processo de secagem no forno; e o tempo entre a montagem da primeira tentativa e a finalização da secagem da última tentativa foi em torno de 14 dias. Antes de ir ao forno, a forma precisa secar ao ar livre por certo tempo, que dependerá das condições climáticas e então poderá secar por completo no forno.

Com o funil já pronto, na montagem do lançador de moedas houve um pouco de dificuldade na parte de corte e lixamento do vinco de madeira, por ser um tanto estreito devido ao espaço necessário para uma moeda.

Descrição (teoria):

Este projeto consiste num funil dentro do qual é lançada uma moeda rolando. Durante o movimento helicoidal do centro de massa a velocidade de precessão do momento angular aumenta a medida que a moeda se aproxima do centro do funil. A montagem do projeto do Spinning Wishing Well consistiu na fabricação de um funil e e do dispositivo lançador da moeda. A construção do funil deve ser cuidadosa; pois é necessário que ele tenha sua superfície com variação na tangente em função do raio, ou seja, a inclinação da superfície aumenta a medida que o raio do funil diminui. Foi construído um funil feito de barro artesanal, para que o custo do experimento seja razoável.

Explicação do movimento da moeda: o torque da força peso produz uma aceleração angular no movimento de precessão da moeda. Como a inclinação da superfície do funil aumenta com a diminuição do raio do funil, o torque da força peso aumenta produzindo um aumento na velocidade de precessão a medida que a moeda rola para o centro do funil.

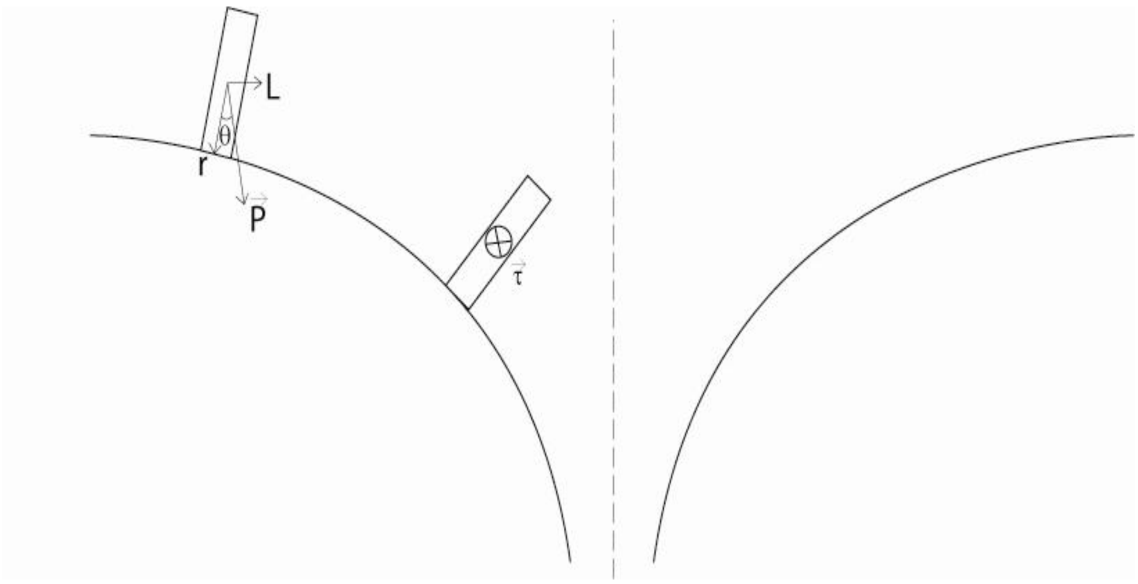


Figura 1 – esquema de uma moeda na superfície na visão lateral

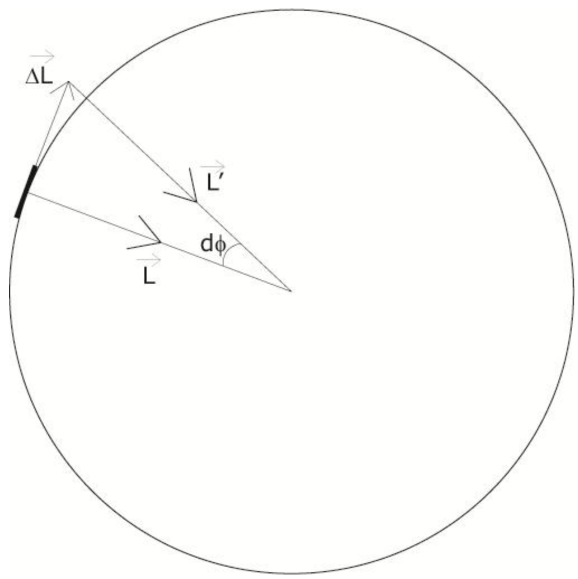


Figura 2 – vista superior do sistema

De acordo com a Figura 1, notamos que a moeda rotaciona no mesmo sentido que indica o torque; ou seja, entrando no plano da folha e com o momento angular para o centro do sistema. Fazendo alguns cálculos entre as forças envolvidas, temos:

$$\tau = r \text{ x } P = r.P.\text{sen}\theta \quad (1)$$

$$\omega_p = d\phi/dt = dL/L.dt = \tau/L \; (2)$$

$$\omega_p = r.P.\text{sen}\theta/I.\omega \; (3)$$

Sendo, que ωp é a velocidade de precessão da moeda e o L o momento angular e $d\phi$ é o ângulo formado entre L e o L', ver Figura 2. De acordo com a equação 3, mesmo que ω (velocidade angular) da moeda varie um pouco, o fator importante será o ângulo θ que irá aumentar até o fim do movimento, sendo que as outras variáveis serão constantes; logo, o ωp também irá aumentar. Quando o θ atingir o seu máximo, então o senθ também será máximo e então, teremos a maior velocidade de precessão que será na região do buraco do funil em que a moeda terá velocidade suficiente para poder realizar seu movimento com a face voltada para cima.

Importância didática do trabalho:

O trabalho pode mostrar com a física prática como funciona a atuação do torque num movimento de precessão através de um experimento simples, mas com uma física envolvida um pouco mais complexa do que realmente aparenta ser. É um experimento que poderia ser facilmente utilizada em laboratórios de física para ensino médio tanto para física 1 de universidades para se estudar o movimento de pressão de uma moeda.

Originalidade:

O Spinning Wishing Well, traduzindo seria como uma "fonte dos desejos em espiral", ela é bastante utilizada em lugares onde se deseja doações ou então apenas criar um entretenimento, como por exemplo, num zoológico em Berlim. Ela já foi construída de diversas formas e cores e em países diferentes, sendo sempre um atrativo curioso para a maioria das pessoas, principalmente crianças.

Conclusões:

Através de baixos custos, foi possível a fabricação de um funil com lançamento de moedas em que fosse possível a observação e estudo do movimento de precessão. Apesar das dificuldades envolvidas durante o processo de fabricação, houve êxito com o resultado final. O experimento poderia ser utilizado tanto para alunos do ensino fundamental quanto para cursos básicos de física para faculdades onde se estudam a dinâmica de rotações.

Comentário da orientadora:

"Meu orientador concorda com o expressado neste relatório final e deu a seguinte opinião:

Apesar das dificuldades iniciais de se encontrar uma forma barata de confecção do funil, o resultado obtido com o funil de barro foi satisfatório, pois pode se observar claramente o aumento da velocidade de precessão da moeda durante seu rolamento. O projeto é interessante para alunos do ensino fundamental e médio pois é intrigante e atrai muita atenção, embora seu entendimento seja difícil para alunos deste nível. A explicação do movimento da moeda no funil é assunto interessante para alunos de F 128 (Dinâmica da Rotação)."

Comentário do coordenador:

José Joaquín Lunazzi (02/06/2010 17:49:48): "RP aprovado. O título fica, posto que não colocou em português, "Funil para lançamento de moedas".

Entendo que corresponde colocar o nome dos professores do IA que colaboraram.

Não há especificação de porquê o formato, digamos o perfil, do funil, deveria seguir uma forma ou outra, se há uma equação que o determine e como ela é formulada, espero isso no RF."

José Joaquín Lunazzi (08/07/2010 21:41:11): "Acrescente uma sugestão minha, inspirada no concerto que fui ha pouco de orquestra sinfônica: experimentar as trompas, trombones e tubas. Esses instrumentos tem uma abertura de saída que me fez lembrar o seu experimento."

Agradecimentos:

Primeiramente, gostaria de agradecer minha orientadora, Lucila Cescato, pela grande ajuda com o desenvolvimento do projeto, principalmente pela idéia principal do experimento.

Agradeço também a todos os colaboradores que ajudaram de forma direta ou indireta, seja com opiniões, indicações e fabricação para que esse projeto tivesse êxito; Jorge, Profa Cida, Prof Noboru, Profa Fumiko, Takao, Akiko, Celo, Rob, Saka, Mari, DEQ (IFGW) , Laboratório de Óptica (IFGW).

E também ao professor José Joaquín Lunazzi que também deu seus conselhos no desenvolvimento do projeto para que ele fosse concluído de maneira satisfatória.

Referências:

- http://www.youtube.com/watch?v=rfyng8f-bOA

Vídeo “coin funnel”, mostra o movimento de precessão de moedas em um funil fabricado feito de metal.

- http://www.youtube.com/watch?v=meYc9-s-46I&NR=1

Vídeo “It´s fun to donate”. Funil feito por um material semelhante ao plástico onde as moedas executam o movimento inicialmente por dois lançadores.

- http://www.youtube.com/watch?v=MjO6YEFT3Bg&NR=1

Vídeo “Miniature Spinning Wishing Well Bank”. Uma miniatura de funil feito de um material semelhante ao plástico e também possui dois lançadores de moedas. É possível comparar com outros tipos de Spinning Wishing Well.

- http://www.youtube.com/watch?v=rfNpjrPTYzU&NR=1

Vídeo “Spiral Wishing Well in Japan”. Podemos observar um funil com grande dimensão em que são lançadas diversas moedas ao mesmo tempo e nenhuma delas colide com as outras.

- http://www.spiralwishingwells.com/

Site oficial de um fabricante comercial de Spiral Wishing Well. É possível obter dados sobre as dimensões de alguns modelos de funis e até encomendá-los para compra.

- http://www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/solido/teoria/teoria.htm

Teorias para momentos angulares. Possui o desenvolvimento de fórmulas utilizadas para o movimento de precessão.

- http://profs.ccems.pt/PauloPortugal/CFQ/Inrcia/introducao.htm

Desenvolvimento teórico para o movimento de rotações que também são utilizadas para o movimento de precessão.

- http://pt.wikipedia.org/wiki/Precess%C3%A3o

Teoria muito resumida sobre o movimento de precessão. O interessante é a observação de uma animação de um giroscópio que também realiza o movimento de precessão.

- http://ciencia.hsw.uol.com.br/giroscopios2.htm

Explicação sobre o movimento de precessão com enfoque em um giroscópio. A explicação não enfatiza um desenvolvimento teórico com fórmulas, mas sim uma explicação para leigos.

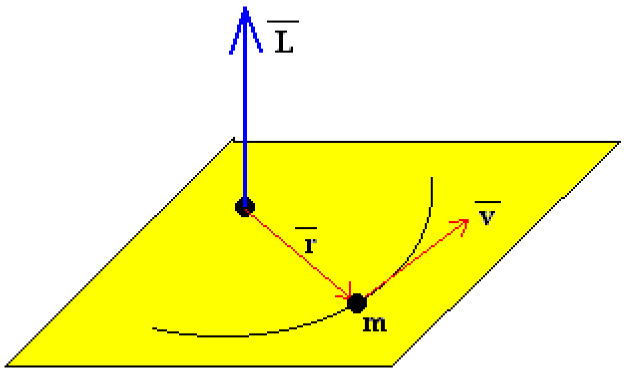
- http://ciencia.hsw.uol.com.br/giroscopios3.htm

Explicação resumida sobre o giroscópio e suas finalidades. Link relacionado à referência anterior.

Anexos:

- http://www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/solido/teoria/teoria.htm

Momento angular de uma partícula

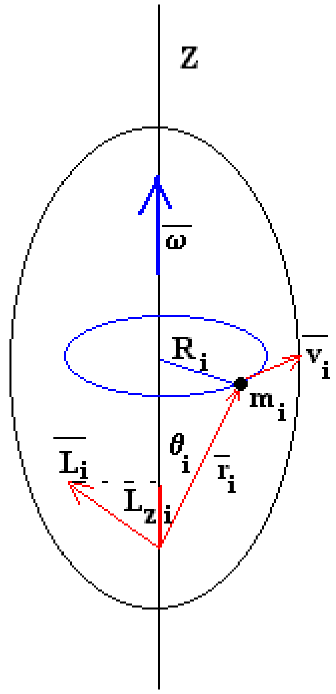


Se define momento angular de uma partícula como o produto vetorial do vetor posição **r** pelo vetor momento linear *m***v**

$\mathbf{L}=\mathbf{r}\times m\mathbf{v}$

Momento angular de um sólido rígido

As partículas de um sólido rígido em rotação ao redor de um eixo fixo descrevem circunferências centradas no eixo de rotação com uma velocidade que é proporcional ao raio da circunferência que descrevem $v_i=\omega \cdot r_i$



Na figura, é mostrado o vetor momento angular $\mathbf{L_i}$ de uma partícula de massa m_i cuja posição é dada pelo vetor $\mathbf{r_i}$ e que descreve uma circunferência de raio R_i com velocidade $\mathbf{v_i}$.

O módulo do vetor momento angular vale $L_i=r_i m_i v_i$

Sua projeção sobre o eixo de rotação Z é

$L_{iz}=m_i v_i r_i \cos(90-\theta_i)$, logo,

$$L_{iz} = m_i R_i^2 \omega$$

O momento angular de todas as partículas do sólido é

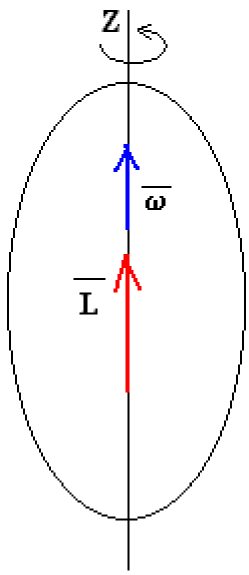
$$\mathbf{L} = \sum \mathbf{L}_i$$

A projeção L_z do vetor momento angular ao longo do eixo de rotação é

$$L_z = \sum L_{iz} = \left(\sum m_i R_i^2\right)\omega$$

O termo entre parênteses é denomina momento de inércia

$$I = \sum m_i R_i^2$$



Em geral, o vetor momento angular **L** não tem a direção do eixo de rotação, logo, o vetor momento angular não coincide com sua projeção L_z ao longo do eixo de rotação. Quando coincidem dizemos que o eixo de rotação é um eixo principal de inércia.

Para estes eixos existe uma relação simples entre o momento angular e a velocidade angular, dois vetores que tem a mesma direção, a do eixo de rotação

$\mathbf{L}=I\boldsymbol{\omega}$

O momento de inércia não é uma quantidade característica como a massa ou o volume, e sim que seu valor depende da posição da massa relativa ao eixo de rotação. O momento de inércia é mínimo quando o eixo de rotação passa pelo centro de massa.

Corpo	**Momento de inércia I_c**
Varinha delgada de comprimento *L*	$\frac{1}{12}mL^2$
Disco e cilindro de raio *R*	$\frac{1}{2}mR^2$
Esfera de raio *R*	$\frac{2}{5}mR^2$
Aro de raio *R*	mR^2

- http://profs.ccems.pt/PauloPortugal/CFQ/Inrcia/introducao.htm

Lei Fundamental de Newton da Dinâmica de Rotação na determinação do Momento de Inércia de uma roda de bicicleta

LEI DE NEWTON DO MOVIMENTO DE ROTAÇÃO

Considere-se um corpo rígido a mover-se em torno de um eixo fixo num referencial de inércia. Fazendo coincidir OZ com esse eixo, sabemos que:

$\mathbf{L_z = I \cdot \omega}$

Derivando, em ordem ao tempo, esta expressão, e atendendo a que o momento de inércia de um corpo rígido é constante, obtém-se:

$\mathbf{L_z' = I \cdot \omega'}$

O fator ω' é a derivada, em ordem ao tempo, da velocidade angular escalar, ω, e designa-se por aceleração angular escalar, a, isto é, $\omega' = \alpha$. Se ω e α tiverem valores algébricos do mesmo sinal, o movimento é acelerado. Se ω e α tiverem valores algébricos de sinais contrários, o movimento é retardado. A unidade SI de aceleração angular é o rad/s^2.

Convém, neste momento, relacionar α com grandezas já conhecidas. Assim, se uma partícula P de um corpo rígido, situada à distância r do eixo de rotação, tiver uma velocidade angular escalar ω, sabemos que a velocidade escalar **v**, é igual $\omega \cdot r$. Derivando esta expressão em ordem ao tempo, atendendo a que r é constante e a que $v' = a_t$, obtemos:

$a_t = \alpha \cdot r$

Portanto, podemos escrever a expressão $L_z' = I \cdot \omega'$ na forma:

$L_z' = I \cdot \alpha$

Por outro lado, da Lei da Variação do Momento Angular $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_0(\vec{F}_{ext}) = \vec{L}_0\,(sist)$, podem obter-se três equações escalares correspondentes a três eixos fixos. A equação que se refere à OZ será:

$$\sum_{i=1}^{n} M_z(\vec{F}_{ext}) = L_z'$$

atendendo que $L_z' = I \cdot \alpha$, obtém-se finalmente:

$$\sum_{i=1}^{n} M_z(\vec{F}_{ext}) = I \cdot \alpha$$

que traduz a **Lei de Newton do Movimento de Rotação**. A expressão acabada de demonstrar também é válida para um eixo que passe pelo centro de massa e se mova paralelamente a si mesmo.

Se um corpo rígido tiver simultaneamente movimento de translação e de rotação, ao seu movimento de rotação aplica-se a Lei de Lei de Newton do Movimento de Rotação.

Dedução de Expressões

Sabendo que os corpos caem com movimento retilíneo uniformemente acelerado, então:

$$h = \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow a = \frac{2h}{t^2}$$

Estudando o diagrama das forças do sistema, podemos dizer que:

$$\vec{F}r = \vec{F}g + \vec{T} \Leftrightarrow Fg - T = m \cdot a \Leftrightarrow T = mg - ma$$

Pela **Lei de Newton do Movimento de Rotação**:

$$\vec{M}_o(\vec{T}^*) = \vec{r}_A \times \vec{T} = \vec{L}_o' = (I \cdot \vec{\omega})' \qquad (I \cdot \vec{\omega})' = I \cdot \alpha$$

como $\vec{T}$ e $\vec{T}^*$ são pares **ação-reação**, então:

$$M_o(T^*) = r_A \cdot T$$

$$r_A \cdot T = I \cdot \alpha$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$v' = (\omega \cdot r)' \Leftrightarrow a = \omega' r + \omega \cdot r' \Leftrightarrow a = \alpha \cdot r \Leftrightarrow \alpha = \frac{a}{r}$$

Concluindo:

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

$$\alpha = \frac{2h}{t^2} \cdot \frac{1}{r}$$

$$M_o(T^*) = r_A \cdot (m \cdot (g - a))$$

$$I = \frac{M_o(T^*)}{\alpha}$$