Relatório Parcial

E F-609 – Tópicos de Ensino de Física I

Nome do Aluno: Marcelo Miranda de Oliveira RA: 071711

Orientador: Prof. Dr. Mauro Carvalho – DFA

1 – Projeto:

O projeto se baseia em estudar o comportamento de uma onda estacionária através da vibração de uma corda/fio com uma das extremidades presa a um ponto fixo e a outra a um motor de freqüência variável. A corda/fio terá uma de suas extremidades presa em um ponto fixo em um suporte de madeira e a outra extremidade será presa em um motor de liquidificador alterado de forma que a sua frequência seja alterada quando necessário. O motor ficará disposto de tal forma que podemos alterar a sua posição em relação a outra extremidade fixa.

1. Importância Didática

O experimento serve para mostrar o aluno o que são ondas estacionárias como elas podem ser formadas e os elementos que são descritos em sala de aula, como os ventres e os nós.

Este experimento é ideal para alunos do 1º, 2º e 3º anos do colegial, pois ele demonstra claramente como as ondas estacionárias são transmitidas nesta fase do ensino formal.

2. Originalidade

A idéia deste experimento é bastante utilizada em outros experimentos, onde o estudo de ondas estacionárias é bastante comum, principalmente a produção de ondas estacionárias.

Temos que houveram alguns experimentos realizados no Instituto de Física da UNICAMP muito similar a este como o experimento de ondas estacionárias na disciplina de F-229 onde um oscilador com frequência constante faz uma corda vibrar a qual apresenta a sua extremidade oposta um recipiente a qual é adicionado corpos como massas pré-medidas a fim de aumentar a tensão no fio e assim criar as ondas estacionárias.

Temos que nesta disciplina de F-609/F-809 alguns experimentos que apresenta o mesmo conceito de estudo de ondas estacionárias, sendo eles: Estudo de vibrações por meio de figuras de Chaldni e visualização de ondas estacionárias por meio de chamas, ambos os experimentos apresentam o mesmo conceito só que tratados de modos diferentes.

3. Materiais a serem utilizados

Fio de pesca fino ou uma corda de violão (Mi)

Suportes de madeira

Um motor de liquidificador modificado ou

Fios de instalação elétrica para ligar no motor. (Cabo para conectar o motor a tomada de força do local). Tensão do motor a ser verificada durante a montagem do experimento.

Referências bibliográficas

Feira de Ciências: Leis das Cordas Vibrantes.

http://www.feiradeciencias.com.br/sala10/10_T03.asp

http://www.feiradeciencias.com.br/sala10/10_06.asp

Relatórios "finais de: "Ondas estacionárias visualizadas por meio de chamas", "Propriedades das ondas numa corda" e " Estudo das vibrações por meio das figuras de Chladni".

- **2 – Resultados Atingidos e o que falta ser feito.**

Até agora já foi realizado toda a pesquisa teórica do experimento e como ele irá funcionar e compra do material e o início da preparação do material.

O que deve ser feito é a montagem do experimento todo e a verificação de seu funcionamento.

- **3 – Fotos do experimento e estágio onde se encontra**

Não há fotos porque o experimento ainda não foi montado somente dos materiais.

Fotos :

Foto 1: Motor preso no suporte

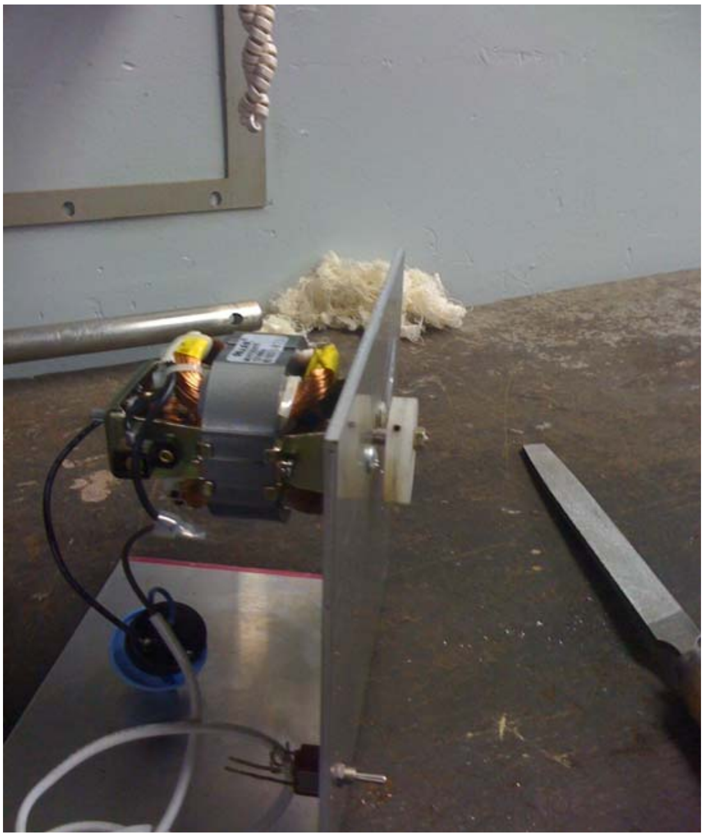


Foto 2: Motor de Liquidificador preso no suporte

Foto 3: Eixo de rotação preso ao motor

Foto 4: Oscilador da corda pronto

- **4 – Dificuldades encontradas**

Para o experimento as principais dificuldades foram em como montar o sistema motor de rotação e corda de forma a fazer a corda oscilar na vertical.

A dificuldade de montar o sistema motor corda se baseia em acoplar o motor de rotação com uma corda afim de que esta oscile na vertical. Isso se deve pois o motor oferece apenas a função de rotação para o seu funcionamento, logo a corda não oscilaria para cima e para baixo, para resolver esse problema, realizei uma pesquisa em antigos experimentos feitos para a disciplina e em artigos na internet e acabei encontrando um artigo na Revista Brasileira de Ensino de Física sobre a oscilação de uma corda através de um motor de rotação desbalanceado, este artigo está no anexo de bibliografia utilizada. Na busca nos relatórios antigos da disciplina encontrei idéias muito interessantes como colocar uma haste presa no eixo do motor e quando este motor girar fará a haste girar junto e esta irá bater na corda a qual irá oscilar com a freqüência que a haste toca-se nela, outra idéia que pude verificar que existe foi de utilizar o motor de rotação e a corda presa em uma posição excêntrica ao eixo de rotação e a uma distância do motor uma placa com uma abertura pequena, menor que a distância que o ponto preso da corda está do eixo de rotação do motor, assim quando o motor gira a corda iria bater nas extremidades da abertura da placa e assim iria oscilar verticalmente, mas com uma amplitude muito pequena. Em posse dessas idéias procurei o professor Mauro para me ajudar a escolher o melhor sistema para montar, nisso ele me disse para utilizar à idéia do motor desbalanceado por ser mais eficiente e apresentar mais chances de sucesso, mas com uma pequena alteração.

No caso do motor desbalanceado iremos prender uma peça circular ao eixo de rotação, a peça será presa em uma posição excêntrica ao seu centro, nisso colocaremos dois suportes tangentes a peça circular os quais irão tocar na corda e faze - lá oscilar. O modelo de como isso irá funcionar ainda não está pronto, pois o professor Mauro está desenho o melhor formato de como a peça deve ficar por este motivo não posso descrever o sistema melhor. Isso será resolvido no relatório final.

Tenho um grande problema na hora de montar um potenciômetro para poder fazer a freqüência de oscilação mudar, para resolver isso irei utilizar um Variac emprestado do LIEF, para fazer a apresentação, mas o experimento funciona sem o mesmo só que apresenta apenas uma velocidade de oscilação.

E também tive dificuldade em conseguir o motor, pois encontrar um motor que apresente força o bastante para oscilar a corda e que não tinha valor muito caro foi difícil, então eu procurei em um ferro velho no centro de Campinas onde vendia-se peças usadas de eletrodomésticos e encontrei um liquidificador quase novo por um preço bem barato. Então retirei o motor de dentro do suporte protetor, tive que derreter o plástico que o envolvia com um pedaço de ferro quente (espeto de churrasco) para poder retirar o motor sem danificá-lo.

- **5 – Pesquisa realizada.**

A pesquisa se baseou em estudar formas diferentes de como fazer uma corda oscilar através de um motor de rotação. Nesse aspecto encontrou-se um artigo publicado na revista brasileira de ensino de física vol 29. n01 São Paulo 2007 que fala a utilização de um motor desbalanceado para a excitação dos modo normais de uma corda.

Como é a formação de ondas estacionárias em uma corda foi utilizado a busca em livros acadêmicos como: Física Básica vol. 2, Resnick e Halliday Ed.7 e Curso de Física Básica vol 2, H.M Nussenveig Ed.2 e ainda os livros de Lectures of Physics, Feymman vol1.ed 2. Dos livros foram retiradas os conceitos sobre o que é uma onda e como é o comportamento das ondas e como descrevê-las matematicamente.

Sites de referências:

Como utilizar um motor desbalanceado para vibrar uma corda

http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1806-11172007000100003&script=sci_arttext

Teoria de ondas Estacionárias em uma corda

http://www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/ondas/estacionarias/estacionarias.html

http://www.ifi.unicamp.br/leb/f229-09s1/Exp4-Codas%20Vibrantes.pdf

http://omnis.if.ufrj.br/~vitoria/fisicaexperimental2/Roteiros/E7-Corda.pdf

http://www.infoescola.com/fisica/onda-estacionaria/

http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/epef/ix/atas/posteres/po51-39.pdf

Estudo da Oscilação de uma Corda

http://www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/elsh/labfis/apostila/exp5.pdf

Experimentos utilizando oscilação de cordas

Site da Feira de Ciências

Leis da oscilação de uma corda.

http://www.feiradeciencias.com.br/sala10/10_06.asp

http://www.feiradeciencias.com.br/sala10/10_T03.asp

Relatórios antigos de Alunos que cursaram a disciplina

Relatórios “finais de: “Ondas estacionárias visualizadas por meio de chamas”, “Propriedades das ondas numa corda” e “ Estudo das vibrações por meio das figuras de Chladni”.

- **6 – Teoria**

Teoria

Para iniciar a teria de o experimento se inicia na descrição de uma onda e quais são os elementos que a compõem.

Uma onda é um conjunto de pulsos sucessivos com intervalos regulares, as ondas podem se propagar em diferentes meios, as quais recebem cada uma uma classificação em função do meio em que elas se propagam. Classificamos as ondas em duas categorias: Ondas mecânicas que precisam de um meio material para se propagar, como o ar ou qualquer outro gás, um líquido, sólido, estas são produzidas através da diferença de pressão em pontos do meio gasoso e líquido, no sólido ocorre por deformação do sólido ou pelo movimento de um determinado ponto no sólido. A segunda categoria é a de ondas eletromagnéticas, são as ondas que não precisam de um meio material para se propagar estas ondas se propagam principalmente no vácuo e em meios materiais também. Podemos classificar as ondas em mais uma categoria em ondas transversais e longitudinais, as ondas transversais são onda que tem a sua velocidade de propagação no meio é perpendicular a sua direção de oscilação no meio e as onda longitudinais apresentam a velocidade de propagação na mesma direção que a propagação da onda.

Temos que uma em geral que o tratamento dado a uma onda é que ela se comporta como uma função seno ou co-seno, sendo que as ondas apresentam todo o tipo de forma, podem ser quadradas, triangulares, em forma de dentes de uma serra, circulares (ondas bidimensionais) esféricas (ondas tridimensionais) e entre outros formatos.

O caso mais simples de uma onda mecânica é a onda sonora que também é uma onda longitudinal, pois a sua velocidade de propagação tem a mesma direção que a sua oscilação.

As ondas sonoras são produzidas por deformações provocadas pela diferença de pressão em um meio elástico qualquer (ar, metais, isolantes, etc), precisando deste meio para se propagar. Desta forma, percebemos que o som é uma onda mecânica, não se propagando no vácuo. A maioria dos sons acaba sendo obtido através de objetos que estão vibrando, como é o caso do alto-falante ou de uma corda em instrumentos musicais. Quando o diafragma contido no alto-falante se movimenta para fora da caixa acústica ele cria uma região de alta pressão pois comprime o ar que está nas proximidades. Da mesma forma, ocorre uma rarefação quando o diafragma se move para dentro da caixa. Quando as variações de pressão chegam aos nossos ouvidos, os tímpanos são induzidos a vibrar e nos causam a sensação fisiológica do **som**. Um ouvido normal consegue ouvir uma faixa de freqüências que varia aproximadamente entre 20 e 20000 Hz, sendo que as ondas que apresentam freqüencias inferiores a 20 Hz são denominadas **infra-sônicas** ao passo que os sons superiores a 20000 Hz são chamadas de **ultra-sônicas**. Já outros animais podem produzir e ouvir sons em freqüências inacessíveis aos ouvidos humanos como é o caso do morcego.

1. **Elementos da onda estacionária**

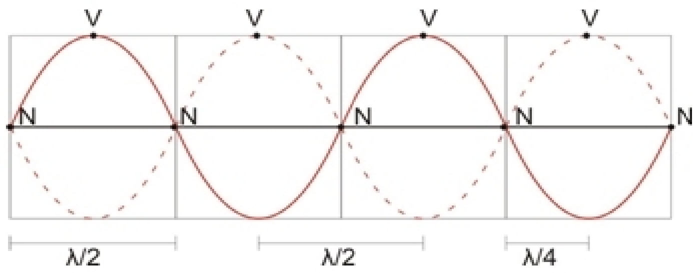


Figura 1: Onda estacionária e seus elementos

V → ventre da onda que corresponde ao ponto de crista ou vale, ou seja, ao ponto que sofre interferência construtiva.
N → nó ou nodo da onda que corresponde ao ponto que sofre interferência destrutiva.

A distância entre dois nós ou dois ventres consecutivos é igual à metade do comprimento de onda (λ/2).

A distância entre um ventre e um nó consecutivo é igual a um quarto do comprimento de onda (λ/4).

Um fuso corresponde à distância entre dois nós consecutivos, ou seja meio comprimento de onda.

As ondas geradas numa corda dependem de vários fatores, como veremos. Dada a corda:

O matemático inglês Brook Taylor relacionou essas grandezas, determinando assim a velocidade de propagação da onda na corda.

$$v = \sqrt{\frac{F_{tração}}{\mu}}$$

Onde μ é a densidade linear da corda, ou seja:

$$\mu = \frac{m_{corda}}{L_{corda}}$$

Um breve adendo sobre o que é um movimento harmônico e como ele está relacionado com a oscilação de uma corda.

Temos que a posição da oscilação da corda no eixo y é dada pela função Y =*f*(*x*-*vt*) descreve a propagação de uma perturbação representada pela função *f*(*x*), sem distorção, ao longo do eixo X, para a direita, com velocidade *v*.

Em um caso particular importante, onde a função *f*(*x*) é uma função harmônica (seno ou coseno).

$$\Psi = (x,t) = \Psi_0 . senk(x - vt) \qquad (1)$$

As características desta função de duas variáveis, são as seguintes:

A função seno é periódica e se repete quando o argumento é incrementado em 2p . A função Y(*x*, *t*) se repete quando *x* é incrementada em 2p/*k*.

$$k\left(x+\frac{2\pi}{k}-vt\right)=kx-vt+2\pi \qquad (2)$$

Se trata de uma função periódica, de período espacial ou comprimento de onda *l* =2p/*k*. O comprimento *k* é denominado número de onda.

Quando é propagado um movimento ondulatório harmônico, um ponto *x* do meio descreve um Movimento Harmônico Simples de amplitude Y_0 e freqüência angular*w* =*kv*.

$$\Psi=(x,t)=\Psi_0.sen(kx-wt) \qquad (3)$$

O período da oscilação é$T=\frac{2\pi}{w}$, e a freqüência *f* =1/*T*.

A igualdade *w* =*kv,* nos permite relacionar o período espacial ou comprimento de onda *l* e o período de oscilação *P* de um ponto do meio.

$$w=kv \quad e\ (4)$$

$$\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\lambda}v \quad e\ (5)$$

$$\lambda=vT\ \ (6)$$

O comprimento de onda λ está relacionada com a freqüência *f* da forma λ =*v/f*. Para uma velocidade de propagação *v*, quanto maior é o comprimento de onda menor é a freqüência e vice-versa.

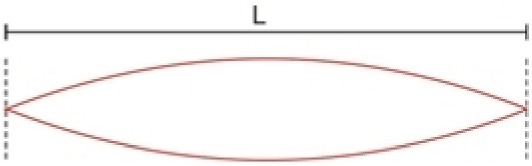
No nosso caso iremos tratar de cordas vibrantes é o mesmo caso quando se fala de uma corda vibrando em um instrumento musical, pois nesses casos temos a formação do que chamamos de ondas estacionárias. Essas ondas são a conseqüência as sobreposição de duas ondas com a mesma freqüência, mesma amplitude, velocidade de propagação mas com sentidos contrários. O fenômeno que explica possibilidade da existência das ondas estacionárias é a interferência de ondas que se propagam pela corda em direções contrárias, como nesse caso elas tem a mesma velocidade e frequência apenas se diferenciando uma da outra em relação a uma fase φ (é a diferença entre as cristas subsequentes de cada onda). Temos que o fenômeno de interferência apresenta duas situações onda a interferência é construtiva as ondas são somadas e temos um aumento de amplitude (ventre) e a interferência destrutiva onde as amplitudes de cada onda se anulam (nós).

Podemos falar para as ondas estacionárias é um estado de ressonância do sistema, pois temos o máximo de amplitude da corda e que a diferença de fase entre uma corda e outra é de T/2 (90 graus).

Considere uma corda de comprimento L, como a de um violão, fixa nas duas extremidades e sujeita a uma certa tensão. Se um determinado ponto for forçado a vibrar, ligado a um vibrador, toda a extensão da corda será também forçada a vibrar. Em certas freqüências desta excitação externa a amplitude de vibração torna-se máxima e formam-se ondas estacionárias na corda - diz-se, então, que vibrador e corda estão em ressonância. O valor destas freqüências coincidem, para atrito pequeno, com as chamadas freqüências próprias ou naturais da corda.

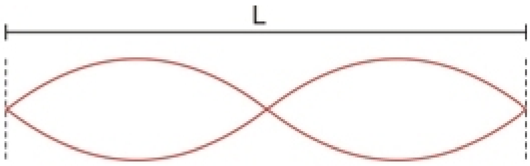
Um som é produzido ao fazê-la vibrar pois o ar que a em volta sofre compressões e rarefações, constituindo uma onda sonora. Aumentando a freqüência do oscilador gradativamente, observa-se que a corda oscila de modo irregular até que para uma dada
freqüência, a corda passa a vibrar intensamente, formando um único ventre entre dois nós – a corda entra em ressonância. Este modo de vibração (fig.1) é chamado fundamental (ou primeira harmônica), correspondendo á menor freqüência f1 de vibração da corda e maior comprimento de onda λ_1 (observe que o comprimento L da corda acomoda apenas metade da onda, isto é, L = λ/2).

Uma corda sonora pode emitir um conjunto de freqüências denominado harmônico. Esses harmônicos são números inteiros de vezes da menor freqüência que a corda pode emitir, denominada de 1° harmônico ou freqüência fundamental:



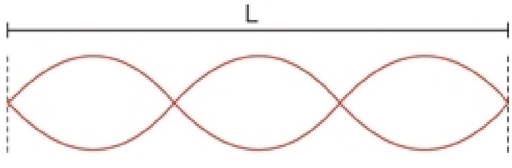
$$\lambda_1 = 2L, \quad f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{2L}$$

1° harmônico



$$\lambda_2 = L = \frac{2L}{2}, \quad f_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \frac{2V}{2L} = \frac{V}{L}$$

2° harmônico



$$\lambda_3 = \frac{2L}{3}, \quad f_3 = \frac{3V}{2L}$$

3° harmônico

- O numero de ventres é igual ao numero do harmônico emitido pela corda.

—

—

2. Movimento harmônico forçado e ressonância - Conceitos básicos

Qualquer sistema que possui massa e elasticidade é capaz de vibrar. O sistema mais simples que podemos tratar no estudo das oscilações é o sistema massa mola [1]. No entanto, para entender sistemas mais realísticos, como no caso de um motor desbalanceado acoplado a uma estrutura, é necessário a inclusão de outros parâmetros ao sistema massa mola, tais como: força de excitação, responsável por manter o sistema em "constante" movimento oscilatório, já que sem a mesma as vibrações cessariam (uma vez que todos sistemas reais estão submetidos a um outro parâmetro conhecido como força dissipativa). Deste modo, enquanto a força de excitação "alimentar" o sistema, a força dissipativa drena parte de sua energia, contribuindo para o freamento das oscilações. Logo, a força dissipativa deve ser de extrema importância na construção de projetos mecânicos, como veremos mais adiante.

O desbalanceamento em máquinas rotativas é uma fonte comum de excitação vibratória (força de excitação), e para entender melhor sua influência em um sistema (por exemplo, uma estrutura) vamos considerar, para simplificar os cálculos, um sistema de um grau de liberdade, constituído de um motor rotativo acoplado a molas e com uma força dissipativa proporcional à velocidade de deslocamento, como mostra a Fig1.

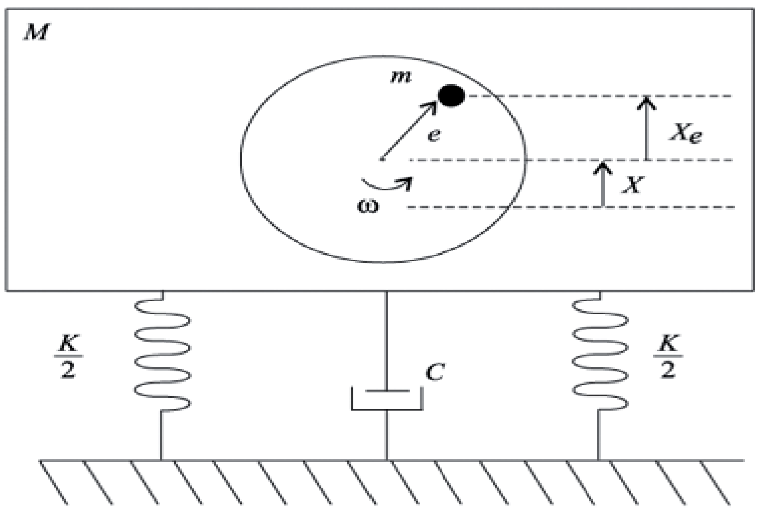


Figura 1 - Modelo físico para tratar desbalanceamento de motores, acoplados a uma estrutura.

O desbalanceamento é provocado por uma massa *m*, colocada em uma posição excentricidade e do disco (distância da massa *m* ao eixo do moto), que está girando com a velocidade angular w. De acordo com a Fig.1, sendo *x* o deslocamento da posição de equilíbrio estático do motor; então, o deslocamento (x_e) da massa *m*, responsável pelo desbalanceamento é dada por:

$$x_e = x + e\sin(\omega t). \qquad (1)$$

De acordo com a segunda lei de Newton, a força de excitação (F_e) provocada pelo desbalanceamento é

$$F_e = ma = -me\omega^2 \sin(\omega t), \qquad (2)$$

com

$$a = \frac{d^2}{dt^2}(x_e) = -e\omega^2 \sin(\omega t). \qquad (3)$$

A equação diferencial que governa o sistema é dada por

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + Kx = (me\omega^2)\sin(\omega t), \qquad (4)$$

onde M é a massa do motor, c é a constante de amortecimento do material (estrutura) e K é a constante de mola. Note que o sinal negativo, da força de excitação, foi suprimido sem perda de generalidade uma vez que a função seno troca de sinal em intervalos periódicos. Uma equação como esta é conhecida como equação diferencial linear de segunda ordem não homogênea, cuja solução é dada pela superposição da solução da parte homogênea (equação sem a força excitadora), mais a solução da parte não homogênea (equação com a força de excitação) [3]. No nosso caso, interessa a parte da solução dada pela parte não homogênea, uma vez que a solução da parte homogênea é transiente. Uma solução para a equação não homogênea é dada por [3]:

$$x = X\sin(\omega t + \phi), \qquad (5)$$

com a amplitude (X) e a fase (f), dadas respectivamente por

$$X = \frac{me\omega^2}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}, \qquad (6)$$

$$\phi = tg^{-1}\frac{c\omega}{K - M\omega^2}. \qquad (7)$$

As equações acima podem ainda ser expressas em termos das quantidades

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}, \qquad (8)$$

$$c_c = 2m\omega_n, \qquad (9)$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c}, \qquad (10)$$

onde, w_n é a freqüência natural de vibração do sistema, c_c é conhecido como amortecimento crítico e z é a fração ou fator de amortecimento [3].

As expressões adimensionais para amplitude e fase tornam-se

$$A = \frac{XM}{me} = \frac{(\frac{\omega}{\omega_n})^2}{\sqrt{(1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2) + (2\zeta\frac{\omega}{\omega_n})^2}}, \qquad (11)$$

e

$$\phi = tg^{-1}\frac{2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}. \qquad (12)$$

Essas equações indicam que a amplitude adimensional *A* e a fase f são funções somente da razão de frequências $\frac{\omega}{\omega_n}$ e do fator de amortecimento z. Para melhor compreensão do efeito causado pelo fator de amortecimento z, na Eq. (11), representamos-a graficamente , como indica a Fig. 2, para três valores diferentes de amortecimento z. Essas curvas mostram que o fator de amortecimento tem grande influência na amplitude, na zona de freqüências próximas à freqüência de ressonância. Sendo assim, a ressonância é definida como a freqüência na qual o sistema vibra com a freqüência natural do sistema, ou seja, w = w_n. Logo, de acordo com a Fig. 2, notamos que quando o sistema está em ressonância ($\frac{\omega}{\omega_n}$ = 1), independentemente do fator de amortecimento ser "grande" ou "pequeno", a amplitude da vibração do sistema é sempre a máxima possível. Daí a grande importância em se escolher um fator de amortecimento grande, já que este limita a amplitude de oscilação máxima, quando o sistema está em ressonância. É impontante observar também que na falta do amortecimento, o que é sempre impossível, a amplitude seria infinita estando o sistema em ressonância.

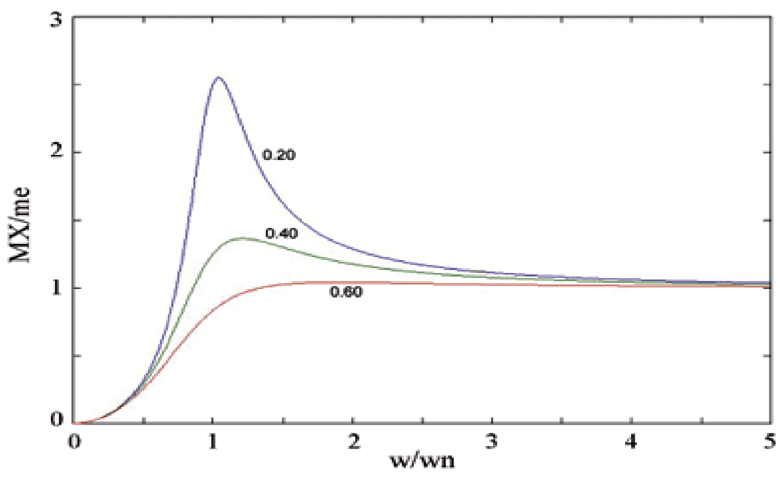


Figura 2 - Amplitude adimensional *vs.* a razão entre a freqüência de excitação do motor e a freqüência natural de oscilação da estrutura, para três fatores de amortecimentos diferentes.

3. Modos normais de vibração de uma corda ou elástico, presos em suas extremidades

Para isto, vamos considerar uma corda de comprimento finito *l*, presa nas duas extremidades. Para calcular os modos normais de vibração desta corda podemos proceder, de acordo com Lagrange (1759), considerando-a como um conjundo de *N* osciladores harmônicos acoplados, uma vez que os modos normais de vibração de uma corda podem ser considerados como uma generalização de um conjunto de *N* osciladores acoplados. Considerando que a densidade linear da corda é m , então, dividindo-se a corda em *N* partes iguais obtemos um conjunto finito de *N* osciladores acoplados onde cada um possui uma massa igual à m*l/N*. No limite em que *N* ® ¥ recuperamos o casos da corda homogênea.

Os modos normais de vibração de um sistema de osciladores acoplados é caracterizado pelo fato de que todos os osciladores vibram com as mesmas freqüência de oscilação w e mesma constante de fase f. A equação diferencial que descreve uma onda unidimensional é dada por

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \qquad (13)$$

onde *v* é a velocidade de propagação da onda e neste caso é dada por

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}},$$

onde, *T* é a tensão no qual o elástico está submetido e m sua densidade linear.

Podemos admitir que uma possível solução para a corda vibrante presa às extremidades é [1]

$$y(x,t) = A(x)\cos(\omega t + \phi), \qquad (14)$$

onde, *A*(*x*) fornece a amplitude de cada ponto da corda.

Substituindo a Eq. (14) na Eq. (13), obtemos

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{\omega^2}{v^2}A(x)\cos(\omega t + \phi) =$$
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 A}{dx^2}\cos(\omega t + \phi), \qquad (15)$$

ou seja,

$$\frac{d^2 A}{dx^2} + k^2 A = 0, \qquad (16)$$

onde *k* = $\frac{\omega}{v}$ é conhecido como o número de onda.

Uma solução para esta equação diferencial é dada por,

$$A(x) = a\cos(kx) + b\sin(kx), \qquad (17)$$

entretanto, uma vez que as extremidades da corda estão presas, podemos usar a seguinte condição de contorno

$$y(0,t) = y(l,t) = 0. \tag{18}$$

Logo temos,

$$A(0) = A(l) = 0. \tag{19}$$

Assim, substituindo estas condições de contorno na Eq. (17), obtemos,

$$A(0) = a = 0, \tag{20}$$

e

$$A(l) = b\sin(kl) = 0. \tag{21}$$

Desta forma, como b deve ser diferente de zero, caso contrário teríamos solução nula, a seguinte condição deve ser satisfeita,

$$\sin(kl) = 0 \Rightarrow kl = n\pi, \tag{22}$$

ou seja,

$$k = k_n = \frac{n\pi}{l} \; (n = 1, 2, 3, \ldots). \tag{23}$$

Desta forma, observamos que apenas valores discretos de w, satisfazem a Eq. (14), uma vez que

$$\omega = \omega_n = k_n v = \frac{n\pi}{l} v. \tag{24}$$

Os valores correspondentes de w_n, são as freqüência normais de vibração da corda. Ao modo mais baixo de vibração ou freqüência mais baixa dá-se o nome de modo fundamental do sistema, e todos os outros modos são múltiplos do modo fundamental. É importante lembrar que um sistema de um grau de liberdade (como o sistema massa mola), só possui um modo normal; para dois graus, teremos dois e assim sucessivamente. Logo, para um sistema de *N* graus de liberdade (*N*-osciladores acoplados) teremos *N* modos normais. Portanto, para o caso limite em que *N* (como no caso da corda), teremos infinitos modos normais de vibração.

7 – Declaração do Orientador

O Meu orientador concorda com o expressado nesse relatório parcial e deu a seguinte opinião.

O relatório está bom e reflete o trabalho que está sendo feito.

Mauro M.G. de Carvalho

8 – Data de Apresentação

Gostaria de me apresenta no dia 17/06/2010 no segundo horário da 17-19h.