

Relatório final de Instrumentação de Ensino F-809

22/11/2002

Wellington Akira Iwamoto
Orientador: Richard Landers
Instituto de Física Gleb Wataghin, Unicamp

Estudo da Transmissão de Sinal em um Cabo co-axial

OBJETIVO

Atualmente as frequências usadas na transmissão de sinais estão cada vez mais altas, levando a perdas importantes nos sinais. Isto faz com que o conhecimento da física básica envolvida seja muito importante, especialmente, para físicos experimentais.

Para entendermos a idéia de como sinais de alta frequência interferem em circuitos elétricos devemos considerar o fato que os sinais elétricos se propagam de um ponto a outro de um circuito à velocidade da luz. Um sinal elétrico a uma frequência(angular) ω tem associado a ele um comprimento de onda $\lambda = 2\pi c/\omega$, onde c é a velocidade da luz no meio. Se as dimensões físicas do circuito são maiores ou comparáveis a λ , então o potencial instantâneo em dois pontos de um mesmo condutor podem ser diferentes. Por exemplo, para sinais de 60 Hz o comprimento de onda é de aproximadamente 5000 Km, logo todos os pontos da fiação da rede de energia elétrica de uma cidade estão instantaneamente no mesmo potencial. Mas para uma frequência de 300 MHz, temos um comprimento de onda

1m, e neste caso temos uma diferença de potencial entre dois pontos apreciável se a diferença entre eles for de apenas alguns centímetros.[3]

Esses são casos de computadores que operam na faixa de MHz e em laboratórios que trabalham em alta frequência. Tendo em vista que as redes podem ser ligadas com cabos co-axiais com mais de 100 m, torna-se importante os efeitos de propagação.

Teoria

Um cabo co-axial é uma linha de transmissão que consiste de um centro condutor, um espaçamento dielétrico e um condutor concêntrico, como na figura 1.

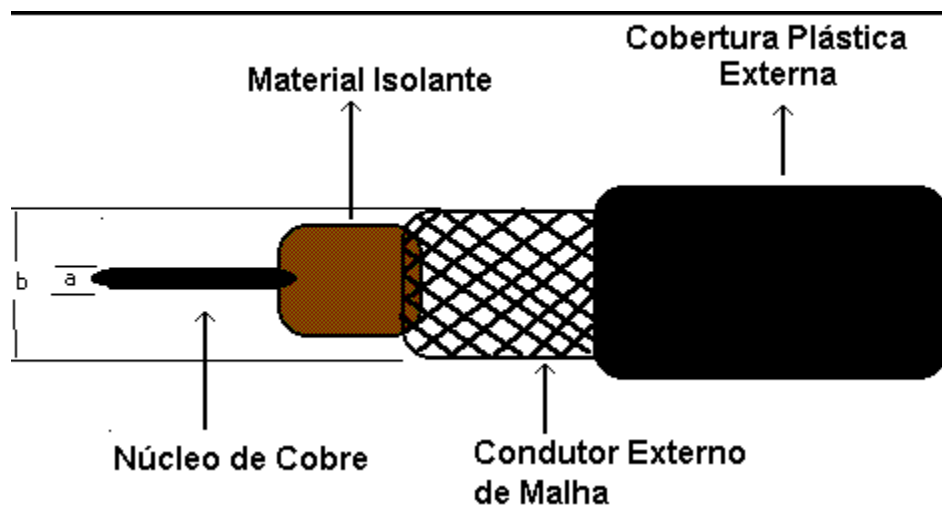


Figura1. Esquema de um Cabo Coaxial.

A capacitância e a indutância em unidades de comprimento[2] são dadas por

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)} \quad (1)$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (2)$$

$$G = \frac{\sigma}{\varepsilon} C = \frac{2\pi\sigma}{\ln(b/a)} \quad (3)$$

Para as resistências e indutâncias, todas as seções do cabo estão em série e para a capacitância e condutância, todas as seções estão em paralelo. Como C , L , G estão em unidades de comprimento, multiplicando-os pela seção do comprimento do fio Δz , temos o seu valor total. Diante disso podemos supor um circuito equivalente para a linha, figura 2.

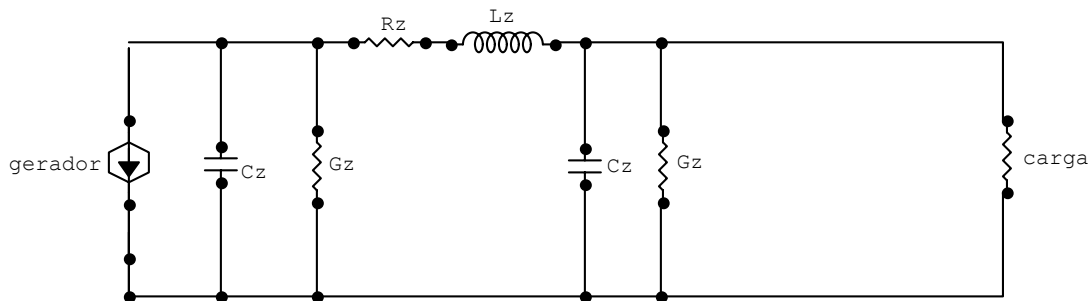


Figura 2. circuito equivalente de um cabo co-axial.

Aplicando lei das malhas, fazendo as devidas substituições e tomando o limite $\Delta z \rightarrow 0$, obtemos

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = RGV + (RC + LG) \frac{\partial V}{\partial T} + LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (4)$$

Uma solução para a equação 1, no caso da onda variar harmonicamente com o tempo, é dado por

$$V(z,t) = V(z) e^{i\omega t} \quad (5)$$

Com um pouco de álgebra obtemos

$$V(z,t) = V_1 e^{\alpha z} e^{j(\omega t + \beta z)} + V_2 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$V(z,t) = V_i(z,t) + V_r(z,t) \quad (6)$$

O termo envolvendo $\alpha z + \beta z$ representa a onda refletida $V_r(z,t)$ que se propaga na direção negativa de z ao longo do cabo. O fator $e^{-\alpha z}$ indica que esta onda diminui em módulo enquanto a onda se propaga na direção negativa de z . Já termo envolvendo $\alpha z - \beta z$ representa a onda incidente que se propaga na direção positiva de z , sendo o fator $e^{\alpha z}$ indica que esta onda diminui em módulo na medida que caminha em direção positiva de z . O valor total da onda é a superposição dessas ondas.

Numa maneira semelhante pode se mostrar que

$$i(z,t) = -\frac{V_1}{(Z/Y)^{1/2}} e^{\alpha z} e^{j(\omega t + \beta z)} + \frac{V_2}{(Z/Y)^{1/2}} e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$i(z,t) = i_i(z,t) + i_r(z,t) \quad (7)$$

Aqui $Z=R+j\omega L$ é a impedância série, $Y=G+j\omega C$ é a admitância e

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (\text{m}^{-1}) \quad (8)$$

$$\gamma = \sqrt{(RG - \omega^2 LC) + j\omega(LG + RC)} \quad (9)$$

é a constante de propagação complexa, onde a parte real α é a constante de atenuação e a parte imaginária β é constante de fase.[1]

Para R e G muito pequeno ou frequência muito alta tal que $\omega L \gg R$ e $\omega C \gg G$,

temos

$$\alpha \cong \text{Re}(\gamma) = \frac{R}{Z_0} + GZ_0 \quad \text{na maioria dos casos } G \text{ pode ser desprezada, logo, temos}$$

$$\alpha = R/Z_0 \quad \text{e} \quad \beta = \text{Im}(\gamma) = \omega\sqrt{LC} \quad (10)$$

Aqui, R aumenta aproximadamente em forma proporcional a raiz quadrada da frequência devido ao efeito pelicular[4].

e a velocidade é dada por

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{(LC)^{1/2}} = \frac{1}{(\mu\epsilon)^{1/2}} \quad (11)$$

Lembrando-se que estamos tratando de cabos que são utilizados para transportar corrente a alta frequência, devemos considerar os parâmetros distribuídos (principalmente a indutância e a capacitância), logo, associamos a esses parâmetros uma impedância característica dada por

$$Z_c = \frac{V_i}{I_i} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (12)$$

para R e G muito pequeno de modo que podemos desprezá-los

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (13)$$

Experimento

Na primeira parte do experimento, a fim de medirmos a velocidade de propagação de um pulso, montamos um circuito como a figura 3.

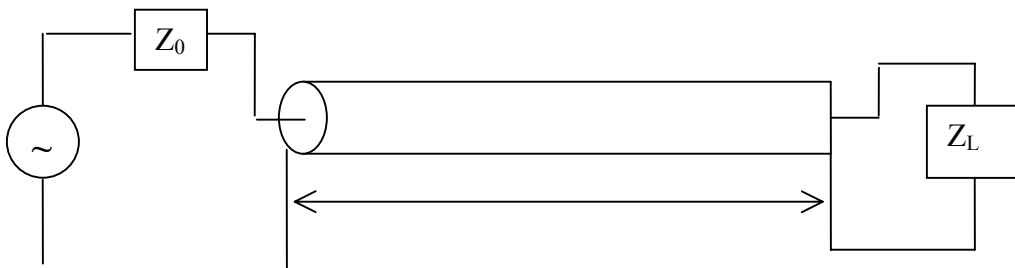


Figura 3. fonte geradora de onda com impedância Z_0 conectada ao cabo de comprimento l de impedância Z_c com o terminal ligada a impedância de carga Z_L

Neste caso podemos considerar a impedância Z_0 do gerador, a impedância Z_c do cabo e uma impedância Z_L que será infinita (circuito aberto) ou nula (curto-circuito). O cabo co-axial utilizado foi RG 58U. Este cabo tem as seguintes características: $a=0,9\text{mm}$, $b=2,9\text{mm}$; o isolante de polietileno de constante dielétrica $\epsilon/\epsilon_0 = 2,1$, que os substituindo nas equação 1 e 2 obteremos aproximadamente $L=250\text{nH/m}$ e $C=100\text{pF/m}$, respectivamente[3].

Com essa montagem notamos que quando deixamos o circuito aberto, ou seja $Z_L=\text{infinito}$, a voltagem do pulso refletido não inverte o sinal (no caso V incidente é positivo e V refletido também é). E, quando colocamos em curto circuito, isto é, $Z_L=0$, a voltagem do pulso refletido inverte o sinal(V incidente é positivo e V refletido é negativo).

Isto está de acordo com a teoria, pois a voltagem está relacionado com o coeficiente de reflexão da seguinte maneira

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = \frac{V_r}{V_i} \quad (14)$$

ou seja, se $Z_L=\text{infinito}$ $V_r/V_i = 1$, então $V_r = V_i$, mas para $Z_L = 0$, temos $V_r/V_i = -1$, resultando $V_r = -V_i$.

Observando o pulso incidente e o pulso refletido com $Z_L = \text{infinito}$ (circuito aberto) medimos o tempo(t) entre o pulso refletido e o pulso incidente para outros comprimentos,

lembrando que a distância percorrida pelo pulso é $2d$. Assim, a velocidade é $v = d/\tau$, onde d é o comprimento do cabo e $\tau = t/2$ (dividimos o tempo por 2 ao invés de dobrarmos a distância). Foi medido também a amplitude do pulso incidente e do pulso refletido representado na tabela, figura 4, abaixo.

Tabela 1. d , comprimento do cabo; τ , tempo entre o pulso incidente e o refletido; V_i e V_r , amplitude do pulso incidente e refletido, respectivamente.

$d(m)$	$\Delta d(m)$	$\tau (\mu s)$	$\Delta \tau (\mu s)$	$v(10^8 m/s)$	$\Delta v(10^8 m/s)$	$V_i(V)$	$\Delta V_{r,i}(V)$	$V_r(V)$
8,0	0,1	0,040	0,008	2,0	0,2	1,2	0,1	1,1
20,6	0,1	0,100	0,008	2,1	0,2	1,2	0,1	0,9
25,2	0,1	0,120	0,008	2,1	0,3	1,2	0,1	0,9
36,2	0,1	0,168	0,008	2,2	0,3	1,2	0,1	0,8

Figura 1. tabela de dados experimentais.

Segundo a tabela, notamos que as velocidades estão com valores muito próximos um do outro. Isso já era esperado uma vez que para pequenos comprimentos ou frequências baixas o valor teórico é de $2,07 \times 10^8$ m/s. Esse valor é calculado usando-se a equação 11 onde μ é aproximadamente μ_0 e $\epsilon = 2,1\epsilon_0$. Note que conforme comprimento aumenta ($36,2 \pm 0,1$ m) a velocidade fica mais longe do valor esperado.

Uma outra grandeza que é comprometida com o aumento da frequência ou aumento da distância são as amplitudes dos pulsos incidentes e refletidos, no caso em questão, para ($36,2 \pm 0,5$) m, temos uma perda de aproximadamente ($0,5 \pm 0,2$) V.

Tendo em vista essa dependência da frequência e da distância, calculamos a partir dos valores da figura 4 a atenuação α , que estão representadas na figura 5. Para o cálculo da atenuação usamos a equação 10. Nesta equação $R = \rho/l/S$, onde $\rho = 1,8 \times 10^{-8} \Omega.m$ é a

resistividade do metal, l é o comprimento do cabo e S é a área da seção que efetivamente passa corrente. Para altas frequências $S=2\pi(a/2)\delta$, onde $a=0,45\text{mm}$ é o raio da seção e $\delta=(2\rho/\mu\omega)^{1/2}$ é a distância dentro do condutor para a qual a densidade de corrente vale $1/e$ do valor da superfície.

Tabela 2.

d(m)	Δd (m)	Frequência(MHz)	Δf (MHz)	Atenuação $\alpha(10^{-1})$	$\Delta\alpha(10^{-1})$
8,02	0,1	12,5	0,2	0,5	0,2
20,61	0,1	5,0	0,2	0,8	0,2
25,17	0,1	4,2	0,3	0,9	0,1
36,20	0,1	3,0	0,3	1,2	0,2

Figura 5. Tabela de dados experimentais com a atenuação calculada.

Segundo a figura 5 percebemos que quanto maior a distância maior é atenuação. Isso, como foi visto antes, pronuncia-se na amplitude do pulso.

Conclusão.

Neste experimento, mostramos de uma forma simples a propagação de um sinal elétrico no cabo coaxial. Obtemos a velocidade para distâncias diferentes, e concluímos, experimentalmente, que a velocidade é perturbada, se distanciando cada vez mais da velocidade teórica.

Embora haja algumas passagens complicadas na dedução de certas fórmulas quando estas são estudadas com maior profundidade, este experimento ainda pode ser aplicado a laboratórios de física básica, e até mesmo ao ensino médio, se for tratado com menos detalhes.

REFERÊNCIAS

[1] – Daryl W. Preston and Eric R. Dietz, *The Art of Experimental Physics*, Wiley, New York, 1991.

[2] – Reitz, Milford e Christy, *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*, Campus, Rio de Janeiro, 1982.

[3] - Apostila sobre circuitos de corrente alternada, Hugo J. Fragnito, Unicamp, setembro de 2002.