



**F809 Instrumentação para ensino – 2º Sem/2004**

**Relatório Final**

**Montagem de uma cavidade de Fabry-Perot**

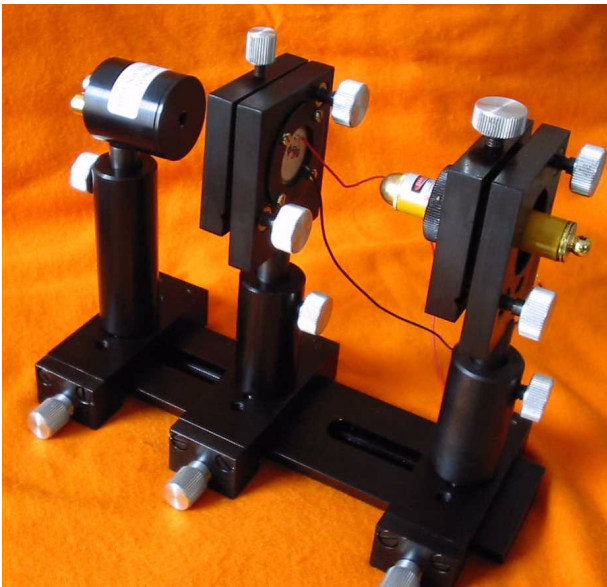
**Orientador:** Yoshikazo Ernesto Nagai

**Aluno:** Emerson José Ferri **RA:** 004895

## INTRODUÇÃO

Este projeto teve como objetivo a montagem de uma cavidade de Fabry-Perot, baseando-se no artigo “*A low-cost scanning Fabry-Perot cavity for laser experiments*” de T.T. Grove.

Esta cavidade foi montada com materiais disponíveis no laboratório e, através de seu uso, é possível determinar o comprimento de onda do laser.

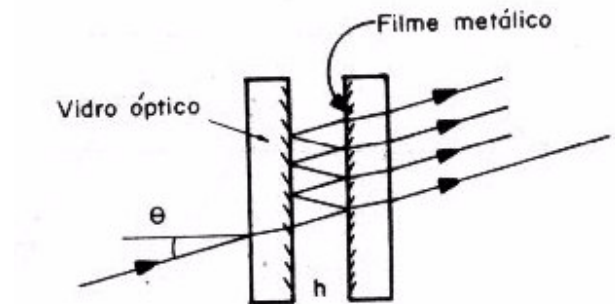


**Fig.1** — Foto da cavidade de Fabry-Perot montada neste projeto

## TEORIA

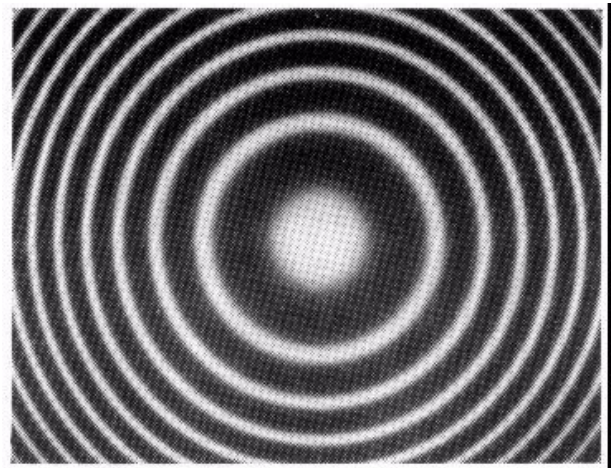
O interferômetro de Fabry-Perot é um instrumento óptico cujo funcionamento está baseado fundamentalmente no fenômeno de interferência da luz e nas reflexões múltiplas que ocorrem no espaço entre as

lâminas planas espelhadas e paralelas que estão no centro do equipamento. Conforme figura 3, abaixo:



**Fig.3** — Esquema do interior do interferômetro

Assim quando há interferência construtiva entre as ondas luminosas veremos pontos de máximo conforme figura 4, abaixo:



**Fig.4** — Figura de interferência, produzido por uma cavidade de Fabry-Perot.

Nesta franjas claras a intensidade da luz é máxima. A intensidade  $I$  da luz pode ser definida como o tempo médio que uma

quantidade de energia atravessa em uma unidade de tempo uma unidade de área perpendicular à direção do fluxo energia.

$$I = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \langle E^2 \rangle \quad (I)$$

Desde que estamos comparando a mesma média então podemos tomar  $\langle E^2 \rangle$  como a medida da intensidade. Devemos nos preocupar com o campo monocromático e representar o vetor  $E$  na forma:

$$E(r,t) = \frac{1}{2} [A(r)e^{-i\omega t} + A^*(r)e^{i\omega t}] \quad (II)$$

Então  $\langle E^2 \rangle$ :

$$E^2 = \frac{1}{4} (A^2 e^{-2i\omega t} + A^{*2} e^{2i\omega t} + 2AA^*) \quad (III)$$

Considerando  $t = T = 2\pi/\omega$ , temos em (III):

$$\langle E^2 \rangle = 1/2 AA^* \quad (III)b$$

Supondo duas ondas com a mesma amplitude se superpondo, então  $\langle E^2 \rangle$  será:

$$\langle E^2 \rangle = AA^* = I_t, \text{ sendo a } I_t \text{ intensidade total} \quad (III)c$$

Entre os semi-espelhos da cavidade temos os fenômenos de transmissão e reflexão, mas detectamos apenas a transmissão.

Chegam ao detector diversas ondas eletromagnéticas e da soma destes raios transmitidos temos:

$$E_T = E_0 tt' + E_0 tt' r' e^{i\delta} + \dots + tt' r'^{2(p-1)} E_0 e^{i(p-1)\delta} \quad (IV)$$

Conforme representado esquematicamente na Fig. 3, onde cada onda transmitida representa um elemento da equação (IV).

Da fórmula de Fresnel temos a refletividade e transmissividade da superfície:

$$tt' = T \text{ e } r = -r' \rightarrow r^2 = r'^2 = R \quad (V)$$

Se as primeiras  $p$  transmissões estão superpostas, a amplitude  $E^t(p)$  do vetor elétrico é dado pela expressão:

$$E^t(p) = E_0 tt' (1 + r'^2 e^{i\delta} + \dots + r'^{2(p-1)} e^{i(p-1)\delta}) \\ = \left( \frac{1 - r'^{2p} e^{ip\delta}}{1 - r'^2 e^{i\delta}} \right) tt' E_0 \quad (VI)$$

No limite de  $p \rightarrow \infty$  em (VI) temos:

$$E^t \equiv E^t(\infty) = \frac{tt'}{1 - r'^2 e^{i\delta}} E_0 \quad (VII)$$

Utilizando (V) em (VII):

$$E^t = (T / 1 - R e^{i\delta}) E_0 \quad (VIII)$$

Assim podemos determinar a intensidade correspondente, pois sabemos, conforme descrito acima (IIIc), que  $I^t = E^t E^{t*}$ .

Então utilizando (VIII), temos a "Fórmula de Airy":

$$I^t = \{ T^2 / (1 - R)^2 + 4R \operatorname{sen}^2 \delta / 2 \} I_0 \quad (IX)$$

Onde  $\delta$  é a diferença de fase entre as ondas e  $I_0$  é a intensidade incidente.

Então para que haja uma intensidade máxima é necessário que  $\operatorname{sen}^2 \delta / 2 = 1$  e por isso  $\delta = m\pi$  (X).

Essa intensidade máxima é as franjas claras na figura de interferência, Fig.4, e no nosso caso são os picos detectados pelo osciloscópio.

Diferença de fase e percurso:

Sabemos que:

$$\frac{\lambda}{T} = v \text{ (XI)}$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $T$  é o período ( $T=2\pi/\omega$ ).

Temos que o caminho percorrido  $l=2h$ , conforme esquematizado na Fig.3, é:

$$l = \frac{v}{\omega} \delta \rightarrow l = \frac{\lambda}{2\pi} \delta \text{ (XII)}$$

onde  $\omega$  é frequência angular ( $\omega=2\pi/T$ ) e  $\delta$  é a diferença de fase.

$$\delta = \frac{2\pi l}{\lambda} \text{ (XIII)}$$

Igualando (X) á (XIII) temos:

$$m\pi = \frac{2\pi l}{\lambda} \rightarrow l = m \frac{\lambda}{2} \text{ (XIV)}$$

Neste projeto temos interesse na variação do comprimento  $l$ , ou seja  $\Delta l$ , que equivale há variação entre dois picos de máximo adjacentes.

Em nosso projeto sabemos que quando aplicamos uma determinada voltagem no material piezoelétrico há uma variação em seu comprimento e, conseqüentemente, o semi-espelho é movimentado. Por isso dois picos adjacentes equivalem há uma variação na posição do espelho e na voltagem aplicada.

$$l_1 = m \frac{\lambda}{2} \text{ e } l_2 = (m+1) \frac{\lambda}{2}$$

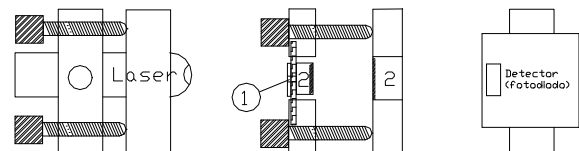
$$\rightarrow l_2 - l_1 = \Delta l = \{(m+1) - m\} \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} \text{ (XV)}$$

Então através da variação da distância entre os semi-espelhos podemos determinar o comprimento de onda e vice-versa. Mas neste projeto não conseguimos observar a variação na distância entre os espelhos, porém podemos verificar a voltagem aplicada ao piezoelétrico em cada pico de máximo visualizado pelo osciloscópio e determinar a relação entre a voltagem aplicada e a variação no comprimento do piezoelétrico.

## EXPERIMENTO

### Montagem

Abaixo está um croqui esquemático do aparelho montado:



**Fig.2** – Croqui esquemático da cavidade – vista superior

Nesta montagem foi utilizado um laser de hélio-neon (com  $\lambda=633$  nm), material piezoelétrico (material que quando aplicamos uma tensão há uma variação no seu comprimento, para esta montagem foi utilizado um alarme de aparelho microondas) – item 1 da figura 2, dois semi-espelhos - item 2 da figura 2, um detector

(fotodiodo), um suporte comercial, um gerador de funções e um osciloscópio.

Foi necessário fazer um furo no material piezoelétrico, prender um dos semi-espelhos nesse material e colocar este sub-conjunto na parte móvel do suporte do meio. O outro semi-espelho foi fixado na parte imóvel no suporte do meio.

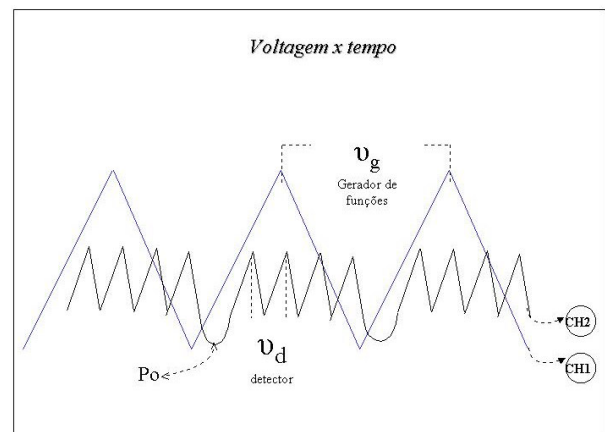
O laser foi colocado no primeiro suporte e o detector no último, de modo que as três partes fiquem alinhadas.

Tanto para o laser quanto para o conjunto de espelhos há parafusos de posicionamento nos suportes, possibilitando com isso alinhar o laser com o furo do material piezoelétrico.

Os espelhos devem estar paralelos para que seja formada uma figura de difração e, para isto, aplicamos o laser, colocamos uma folha branca entre o suporte dos espelhos e o detector; com os espelhos desalinhados, vemos vários pontos do laser, mas conforme vamos ajustando, através dos parafusos, vemos esses pontos convergindo para um único ponto.

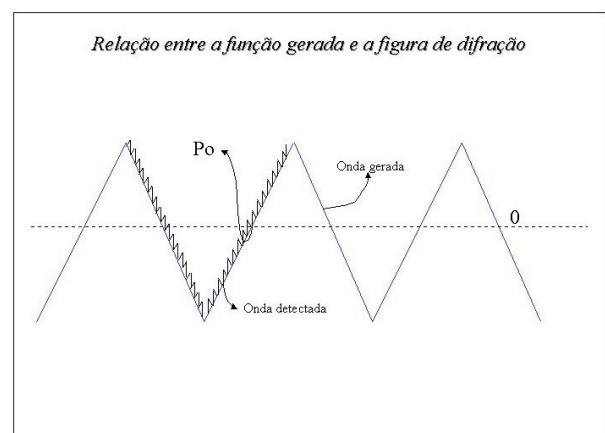
Com os espelhos alinhados, ligamos o piezoelétrico ao gerador de funções e desta mesma saída do gerador de funções colocamos um cabo, ligado-o ao canal 1 do osciloscópio. No canal 2 temos o sinal de saída do detector.

Ajustamos o gerador de funções (no modo “dentes-de-serra”) e determinamos a freqüência de ressonância do material piezoelétrico, ou seja, a freqüência em que a intensidade da onda detectada (altura da onda) é máxima, conforme figura abaixo:



**Fig.3** – Imagem de difração - osciloscópio

Sabemos que conforme aplicamos a tensão no material piezoelétrico este se movimenta formando imagens de interferência. Conforme figura abaixo:



**Fig.4**—Imagens de interferência em relação à tensão aplicada.

Onde o ponto  $P_0$  é o ponto de tensão igual a zero e, portanto, não temos nenhuma imagem de interferência.

Podemos determinar a relação entre a frequência aplicada ao material piezoelétrico, a frequência das ondas detectadas e a tensão aplicada.

Então a razão entre o período da função aplicada e o período das ondas detectadas nos informará o número de ondas (picos) que há em um período da função aplicada. Sabemos o valor da tensão aplicada e sabemos o número de ondas existente entre o pico e a base da função aplicada (metade do número de ondas em um período).

Como sabemos o comprimento de onda do laser aplicado, pela teoria, determinamos o índice de variação do piezoelétrico pela tensão aplicada.

### Dados experimentais

A frequência de ressonância encontrada foi 2,12 KHz ( $\nu_g$ ), da figura 3, ou seja, um período de 472,8ms e a tensão aplicada foi de 21,5 V.

A frequência detectada ( $\nu_d$ ) foi de 30,12 KHz, ou seja, 37,8ms como período.

Assim a razão entre 472,8ms / 37,8ms é igual a 12,5 picos em um período (6,25 picos em meio período). A relação entre a tensão aplicada, 21,5 V, e os picos

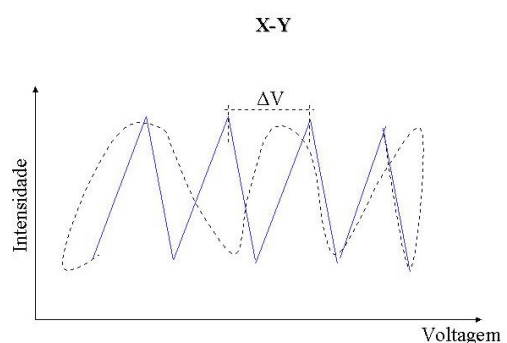
encontrados é (21,5 / 37,8) igual a 3,37 V, ou seja, a distância entre 2 picos adjacentes é igual a 3,37 V.

Pela teoria sabemos que  $\Delta l = \lambda/2$  e que  $\Delta l = \Delta V_p \cdot X$ , onde  $\Delta V_p$  é igual a 3,37 V e  $X$  é o índice de variação do material piezoelétrico pela tensão aplicada.

Então:

$$3,37 \cdot X = 663 / 2 \rightarrow \underline{X=93,9 \text{ nm/V}}$$

Utilizando o osciloscópio no modo X-Y, temos a seguinte figura:



**Fig.4**-Imagem de interferência no modo X-Y

Assim determinamos, diretamente, como 3,2V a tensão entre dois picos de máximo. Valor equivalente ao calculado anteriormente.

### CONCLUSÃO

Finalizamos satisfatoriamente este projeto, concluindo a montagem do equipamento e determinando o índice de variação do

piezoelétrico em relação à voltagem aplicada, assim é possível determinar o comprimento de onda de um laser desconhecido. Porém para que isto seja possível é necessário que a intensidade do laser seja suficiente para que o detector consiga captar o sinal.

Assim é possível trabalharmos com um instrumento de Fabry-Perot com materiais encontrados no laboratório e apresentarmos os conceitos de interferência de ondas.

## **BIBLIOGRAFIA E REFERÊNCIAS**

[1]- *“Principles of optics”*, Max Born and Emil Wolf, sexta edição.

[2]- T.T. Grove - *“A low-cost scanning Fabry-Perot cavity for laser experiments”*

(American

Association of Physics Teachers, nº 71 (2), February 2003

[3]- Grant R. Fowles - *“Introduction to modern optics”*

[4]- Jorge Ivan Cisneros - *“Nota Experimental 2 - Interferômetro Fabry-Perot”*