



F809 Instrumentação para o ensino

Coordenador: Prof. José J. Lunazzi

Projeto: Construção de um túnel de vento e estudo da aerodinâmica

Aluno: Eric de Castro e Andrade R.A: 008578

Orientador: Engº. Pedro Raggio

Relatório Final

Contents

1	Introdução	3
2	Aspectos teóricos da hidrodinâmica	3
2.1	Introdução	3
2.2	Líquidos não-viscosos	4
2.3	Líquidos viscosos	5
3	Análise dos experimentos	7
3.1	Efeito Magnus e circulação	7
3.2	Sustentação de uma asa	9
3.3	Número de Reynolds e turbulência	9
4	Aparato experimental e alguns dados	10
4.1	Peças do túnel (a notação é baseada na Fig.7)	10
4.2	Estimativa de alguns valores envolvidos	14
5	Comentário sobre os experimentos	15
6	Conclusão	15
7	Apêndices	17
8	Agradecimentos	20

Abstract

Neste trabalho realizamos a construção um túnel de vento didático para ser utilizado na investigação de alguns aspectos qualitativos da aerodinâmica dos corpos.

Ele está dividido em duas partes, na primeira apresentamos uma introdução teórica dos experimentos a serem realizados. Na segunda mostramos todo o aparato experimental e descrevemos os experimentos. Há ainda um apêndice ao qual reservamos todo o trabalho analítico.

1 Introdução

Um grande número de programas de pesquisas, tanto fundamentais quanto aplicada, têm sido realizadas utilizando túneis de vento. Há interesse teórico na área de turbulência e aerodinâmica de asas e corpos, por exemplo.

O foco da pesquisa em aerodinâmica também se dividiu em áreas não relacionadas à aeronáutica como ciências atmosféricas e engenharia eólica. Exemplos aplicados não faltam, basta verificar o investimento de centena de milhões de dólares feito pelas equipes de automobilismo na busca de um melhor desempenho aerodinâmico de seus carros.

Do ponto de vista educacional este é um assunto vasto e muito interessante, pois seus fenômenos e efeitos são de natureza bem variadas e estão presentes no nosso cotidiano, desde a curva que uma bola de futebol descreve ao ser chutada, até a sustentação do vôo de um avião. Tentaremos aqui, através de uma abordagem didática, prever, demonstrar e explicar alguns destes fenômenos.

2 Aspectos teóricos da hidrodinâmica

2.1 Introdução

A principal diferença entre um fluido e um sólido é que um fluido não suporta nenhum tipo de tensão por qualquer intervalo de tempo. Assim que uma tensão lhe é aplicada ele tende a mover-se sob sua ação. Líquidos mais densos como o mel se movem com menos facilidade em relação a fluidos como o ar e a água. A medida de quão facilmente um fluido se move é dada pela viscosidade.

Primeiramente será feita a análise de um líquido não viscoso e em seguida considerado como a viscosidade influencia no comportamento dos fluidos.

2.2 Líquidos não-viscosos

Para descrever o movimento de um fluido são necessárias as seguintes variáveis: velocidade(\mathbf{v}), pressão(\mathbf{P}) e a densidade(ρ), uma vez que elas caracterizam o fluido em cada ponto do espaço. A temperatura não será levada em conta, pois suporemos que a pressão e a densidade a determinam de maneira única em todos os pontos do espaço.

Posto o problema, são precisas algumas simplificações para reduzir sua complexidade. Uma delas é supor que a densidade seja uma constante - imaginamos que o fluido seja incompressível. Pondo de outra forma, estamos assumindo que as variações na pressão sejam muito pequenas e que as mudanças que elas causam na densidade sejam desprezíveis. No caso deste trabalho esta aproximação é totalmente justificável, pois iremos trabalhar com o ar a uma temperatura constante e em um ponto fixo, o que deixa a pressão atmosférica inalterada.

Uma teoria geral para fluidos se inicia, com uma equação de estado que relaciona a pressão com a densidade. No nosso caso tal equação é simplesmente $\rho = cte$.

A próxima relação a ser observada é a de conservação da massa, que é expressa pela equação de continuidade, eq.7, ver *apêndice 2*.

Para obtermos a nossa próxima equação, vamos aplicar a segunda lei de Newton a um elemento de fluido e ver como sua velocidade muda sob a ação das forças.

$$\rho X \mathbf{a} = \mathbf{f}$$

onde \mathbf{f} representa uma densidade de força, ou seja $\mathbf{f} = \frac{\mathbf{F}}{V}$, onde V representa um certo volume do fluido.

Um conceito importante na dinâmica dos fluidos é o de linha de fluxo, que é o caminho que um elemento de fluido segue sob a dinâmica do sistema. Estas linhas de fluxo possuem como características a velocidade do fluido tangente a elas e que duas nunca se cruzam, como na Fig.1.

Escreveremos a densidade de força acima como uma soma de três termos. Um termo \mathbf{f}_p será devido à pressão. O outro \mathbf{f}_{ext} será devido à forças externas que agem à distância como por exemplo as forças elétrica e gravitacional. Resta o último termo que está associado às forças internas, que surgem como efeito da viscosidade, sendo por isso chamadas de forças viscosas, \mathbf{f}_{visc} . A expressão torna-se:

$$\rho X \mathbf{a} = \mathbf{f}_p + \mathbf{f}_{ext} + \mathbf{f}_{visc} \quad (1)$$

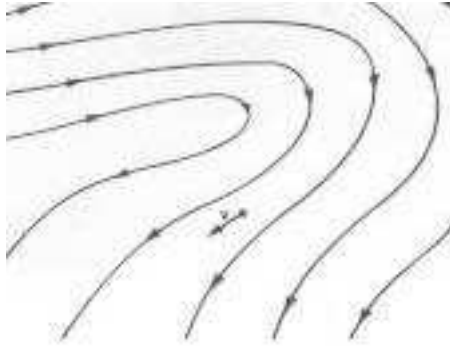


Figure 1: Linhas de fluxo em um fluido

Supondo que $\mathbf{f}_{visc} = 0$, obtemos a equação de movimento para um fluido, da qual, dentre outras coisas, podemos extrair a equação de Bernoulli, eq.8,(ver *apêndice 3*).

2.3 Líquidos viscosos

Consideremos agora o atrito interno do fluido, ou como anteriormente chamado, sua viscosidade. Começaremos com o seguinte fato experimental: ***a velocidade de um líquido é exatamente nula na superfície de um sólido***. Um exemplo bem conhecido deste fato é dado pela camada de poeira que se forma na hélice de um ventilador, mesmo notando que este esteja sempre em funcionamento. Este fato que influencia diretamente um túnel de vento, pois este deve ser tão maior para fazer como que os experimentos fiquem afastados de suas bordas e não sintam influência desta variação da velocidade do ar. Ver Fig.2.

Originalmente caracterizamos um fluido pelo fato de que ele não suporta nenhum tipo de tensão. Em situações estáticas não há de fato nenhuma força de cisalhamento, mas antes do equilíbrio ser atingido, elas podem existir. A viscosidade é que descreve tais forças de cisalhamento existentes em um fluido em movimento.

Uma medida das forças de cisalhamento durante o movimento de um fluido é obtida através do seguinte experimento. Suponha que haja duas placas sólidas e paralelas com água entre elas, como na Fig.2, e que uma esteja fixa enquanto a outra se movimenta paralelamente a ela a uma pequena velocidade v_0 . Se for medida a força necessária para manter a placa de cima se movendo, será

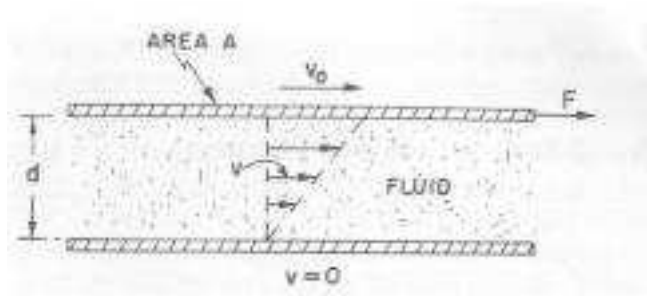


Figure 2: Arraste viscoso entre duas placas paralelas

	Viscosidade(<i>newtons * s/m²</i>)
Ar(<i>0°C</i>)	1,71
Ar(<i>20°C</i>)	1,81
Ar(<i>100°C</i>)	2,18

Table 1: Variação da viscosidade do ar com a temperatura

encontrado que ela é proporcional à área das placas e à v_0/d , onde d é a distância entre elas. Assim a tensão de cisalhamento é:

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{v_0}{d} \quad (2)$$

Onde a constante de proporcionalidade η é o chamado coeficiente de viscosidade.

Para a água a 20°C

$$\eta = 10^3 \text{newtons} * \text{s}/\text{m}^2$$

É de costume, se utilizar a viscosidade específica, que é η dividida pela densidade ρ . Os valores para a água e o ar são então comparáveis:

$$\text{Água a } 20^\circ\text{C}, \frac{\eta}{\rho} = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$$

$$\text{Ar a } 20^\circ\text{C}, \frac{\eta}{\rho} = 15 * 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$$

Geralmente, os valores da viscosidade dependem fortemente da temperatura, veja tabela 1.

Quando na equação do movimento de um fluido é levada em conta a viscosidade, ou seja, fazendo $\mathbf{f}_{visc} \neq 0$, é bem conveniente a introdução de uma quantidade adimensional conhecida número de Reynolds.

$$\Re = \frac{\rho v l}{\eta} \quad (3)$$

Onde l é uma dimensão linear relevante para o problema. No caso da esfera e do cilindro seriam os seus diâmetros.

Para qualquer duas situações que possuam o mesmo número de Reynolds o fluxo irá parecer o mesmo. Isso é muito importante, pois significa que não é preciso se construir um avião para se descobrir qual é o fluxo de ar ao redor da sua asa, pode-se construir um modelo e se fazer medidas usando uma velocidade que dá o mesmo número de Reynolds. Este é principio muito importante que torna o estudo em túneis de vento bem menos custosos.

3 Análise dos experimentos

Para esta seção consideraremos apenas fluxos não viscosos.

3.1 Efeito Magnus e circulação

Nas nossas aproximações há duas soluções possíveis para o fluxo constante e uniforme de um fluido ao redor de um cilindro, que estão representadas na Fig.3 (a) e (b). Como estas duas soluções podem ocorrer ao mesmo tempo, a solução mais geral é a superposição das duas, Fig.3 (c). Este é um resultado interessante, mas que é válido somente para fluxos incompressíveis e irrotacionais, observando-se que aí as equações de movimento são lineares, *ver apêndice 1*.

Pela Fig.3(c), podemos ver que há uma força resultante na direção perpendicular ao fluxo. Esta força de sustentação perpendicular que aparece devido à rotação do corpo é chamada de *Efeito Magnus*.

A explicação do efeito Magnus é dada pela equação de Bernoulli (eq.8) que estabelece que na região de maior velocidade (ou seja maior concentração de linhas de fluxo) a pressão é reduzida e vice versa. Estando os lados opostos do cilindro sob a ação de forças desiguais, a força de sustentação perpendicular às linhas de fluxo surge. Observe que o seu sentido está diretamente ligado ao sentido de rotação do corpo.

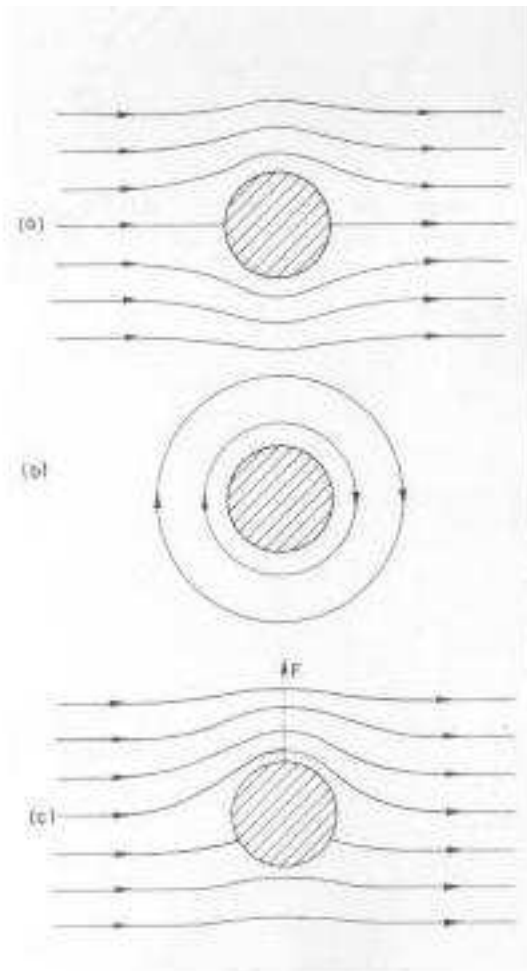


Figure 3: (a) Fluxo de um fluido ideal ao redor do cilindro. (b) Circulação ao redor do cilindro. (c) Superposição de (a) e (b).

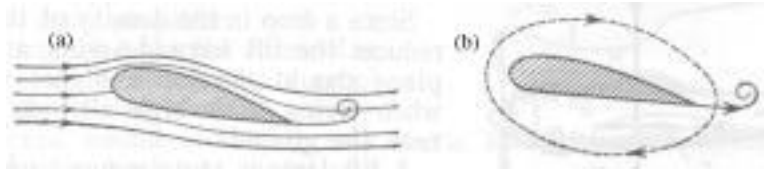


Figure 4: (a) Um redemoinho se forma na ponta da asa. (b) O redemoinho força o ar a circular ao redor da asa

3.2 Sustentação de uma asa

É um fato experimental que quando um fluxo de ar passa ao redor de um perfil de asa- como a de um avião- aparecem vórtices, que são linhas fechadas de circulação, no sentido anti-horário no final do perfil, como na Fig.4(a). O restante do ar perto do perfil recebe uma circulação no sentido horário, originando uma circulação efetiva ao redor do perfil como na Fig.4(b).

A diferença entre este caso e o efeito Magnus é que aqui não há nenhuma rotação do corpo, a circulação do ar se dá exclusivamente devido ao formato aerodinâmico do perfil, que induz o aparecimento dos vórtices no final da asa.

O fenômeno pode novamente ser analisado de acordo com a equação de Bernoulli, pois a circulação induz uma aceleração no ar sobre a asa e um retardo naquele sob a asa, causando assim uma diferença de velocidade e conseqüentemente de pressão.

Segundo [3], a força de sustentação de um perfil típico de asa é dada pela equação

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho A v^2$$

onde ρ é a densidade do fluido, A é a seção transversal da asa, v^2 é a velocidade da asa e C_L é uma constante de proporcionalidade cujo valor típico para asas é $C_L \approx 0.5$, dentro das nossas aproximações.

3.3 Número de Reynolds e turbulência

Até agora supomos que o nosso fluxo fosse completamente laminar, ou seja, as linhas de fluxo nunca se misturavam e sempre possuíam uma direção bem definida. Contudo, possuímos fluxo turbulento. Tal fluxo ocorre devido à presença de partículas de fluido com movimento caótico. O que a turbulência faz é misturar as linhas de fluxo.

Um bom critério para saber se um fluxo é ou não turbulento é fornecido pelo

número de Reynolds. Considere, por exemplo, um fluxo viscoso ao redor de um cilindro. Alguns fluxos estão na Fig.5

Na Fig.5 podemos notar a presença de vórtices. A sua aparição está intimamente ligada a uma grande variação local de velocidade, que ocorre devido ao fato de a velocidade do fluido na superfície do cilindro ir a zero e ter que aumentar rapidamente nas suas proximidades. Assim quando a velocidade não é muito alta os vórtices têm tempo de se difundir para regiões distantes do cilindro. À medida que a velocidade aumenta uma região turbulenta vai surgindo sem muito padrão, contudo tem a ela fica confinada dentro de uma região de fluxo laminar. Este confinamento, justifica o fato de considerarmos o fluido como não turbulento em nossa teoria, pois a concordância entre teoria e experimento tem uma ampla região de validade.

Pelos resultados vemos que estaremos tratando de um fluxo que é turbulento em uma região restrita, ver Fig.[cap:O-fluxo](e). A força sobre a asa é de fato muito pequena, justificando-se assim o uso do isopor.

4 Aparato experimental e alguns dados

Um bom tempo do projeto foi gasto na confecção do túnel de vento. A descrição do mesmo é feita com o auxílio da Fig.7

4.1 Peças do túnel (a notação é baseada na Fig.7)

1-Ventilador, foi usado um exaustor de parede comum ao qual foi adicionado um controle de velocidade para analisar os efeitos da variação no fluxo do ar. Cabe notar que o ventilador é o fator limitante, para atingirmos velocidades maiores, é um motor com maior rotação e/ou hélices com maior passo.

2-Aro de proteção($\phi = 500mm$), tem a finalidade de fixar o ventilador, dar segurança evitando que ele fique exposto e canalizar o fluxo de ar. É complementado com uma grade colocada na parte de fora do ventilador.

3-Este dispositivo foi introduzido ao constatarmos que muito do ar estava recirculando para o ambiente ao invés de entrar no túnel - isso se deveu principalmente ao fato de que havia um espaço entre a peça 2 e o ventilador. Ele consiste de um aro de plástico preenchido com uma espuma. Somente sua introdução aumentou a velocidade dentro do túnel em cerca de 50%, mostrando que a recirculação é um problema grave.

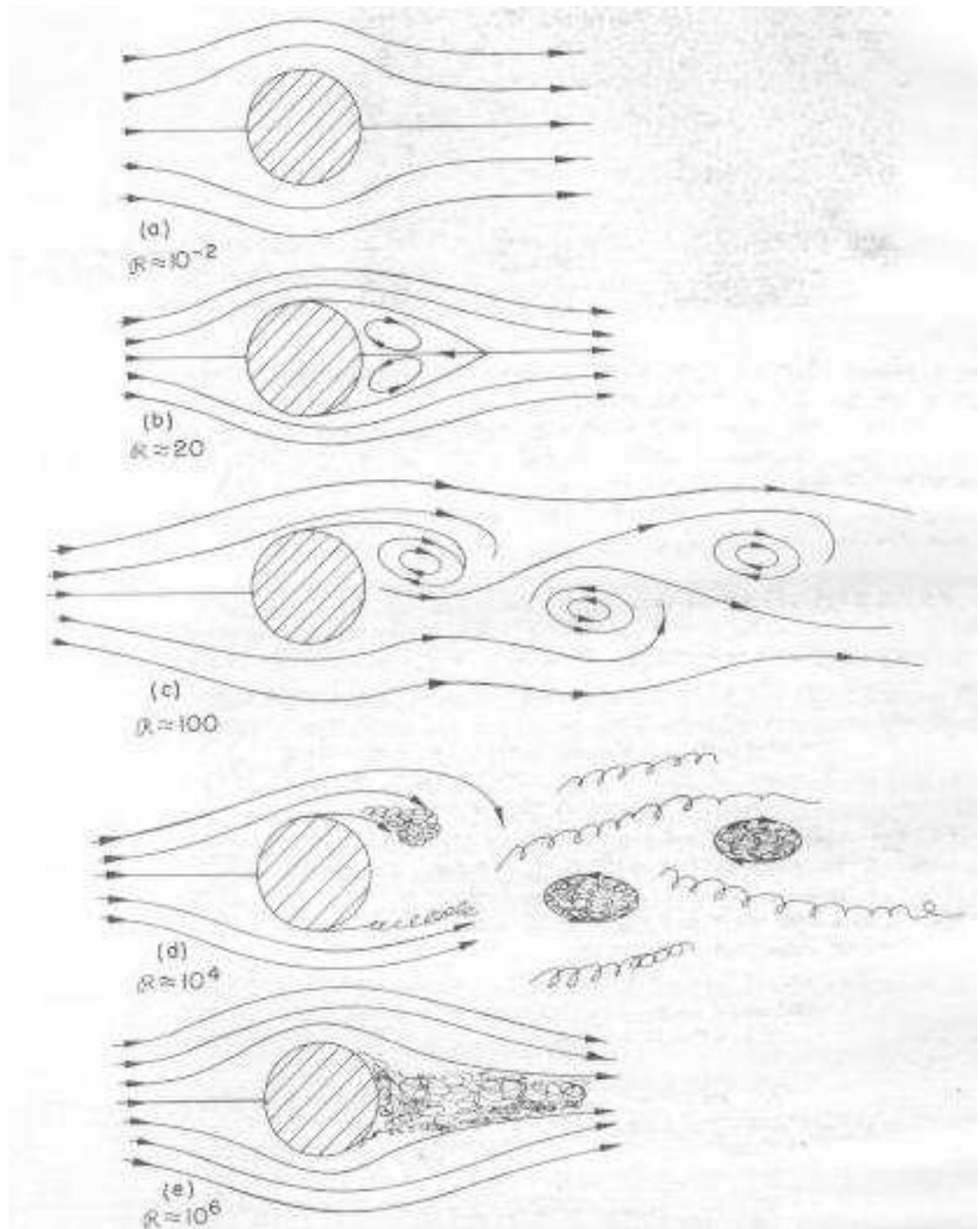


Figure 5: O fluxo através de um cilindro para vários números de Reynolds.



Figure 6: Fluxo no túnel, note que há fitas que ficam juntas da parede indicando que aí a velocidade do fluido é zero e que antes de chegar ao objeto as fitas demonstram um fluxo laminar, pois estão praticamente paralelas umas às outras.

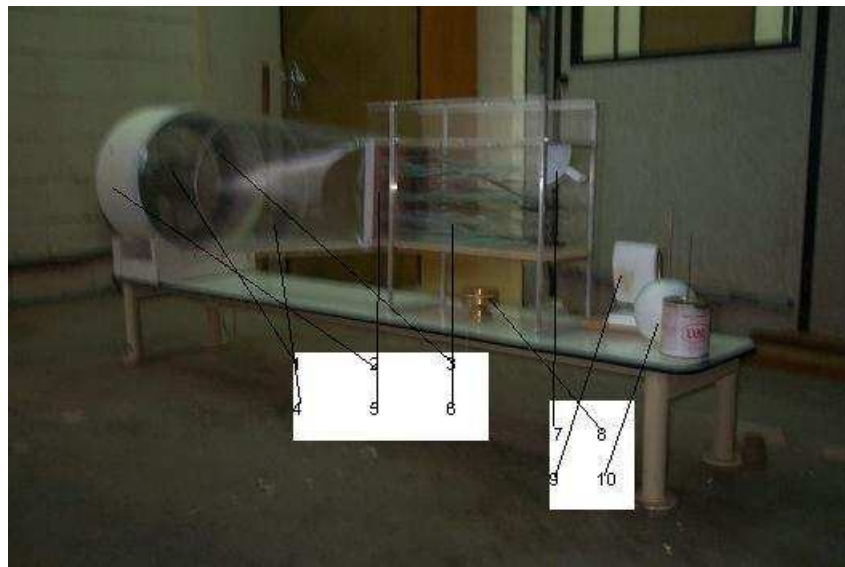


Figure 7: Túnel de vento

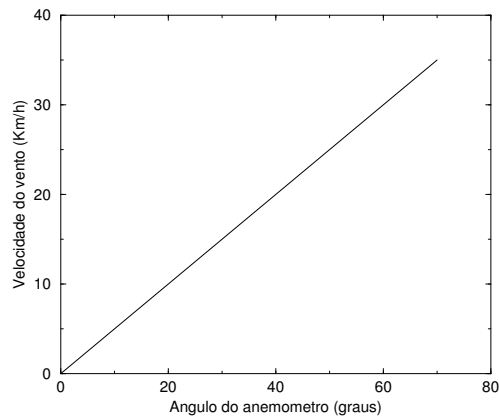


Figure 8: Variação do ângulo de inclinação do anemômetro com relação à velocidade do vento. A relação linear é validada para baixas velocidades, uma vez que ela aumenta o ar encontra uma área efetivamente menor da palheta, perdendo-se assim a linearidade.

4-Tronco de cone feito de plástico e utilizado para ligar 2 aPelos resultados vemos que estaremos tratando de um fluxo que é turbulento em uma região restrita, ver Fig.[cap:O-fluxo](e). A força sobre a asa é de fato muito pequena, justificando-se assim o uso do isopor.o compartimento de experimentos. O plástico é o mais indicado uma vez que é maleável, resistente e de fácil fixação. Esta foi feita simplesmente abraçando o plástico com nylon e fixando tudo com parafusos.

5-Retificador do ar. É uma colméia feita de chapa de circuito impresso, utilizada para direcionar o ar, com o intuito de produzir um fluxo laminar. Ver Fig.9.

6-Compartimento de experiência. Um paralelepípedo (200X260X600) feito de acrílico. As fitas de plástico presente nele estão aí para indicar as linhas de fluxo do ar.

7-Anemômetro. Mede a velocidade do ar no final do túnel. É uma palheta de isopor que sofre um deslocamento angular devido ao fluxo do ar. O ângulo indica velocidade do vento, Ver Fig.9. A calibração do instrumento, deve se feita em um dia sem vento, usando, por exemplo o hodômetro de um carro como referência. A relação entre a velocidade e o ângulo de inclinação pode ser encontrada na Fig.8

8-Volante. Essa peça é utilizada para produzir rotação no objeto no túnel

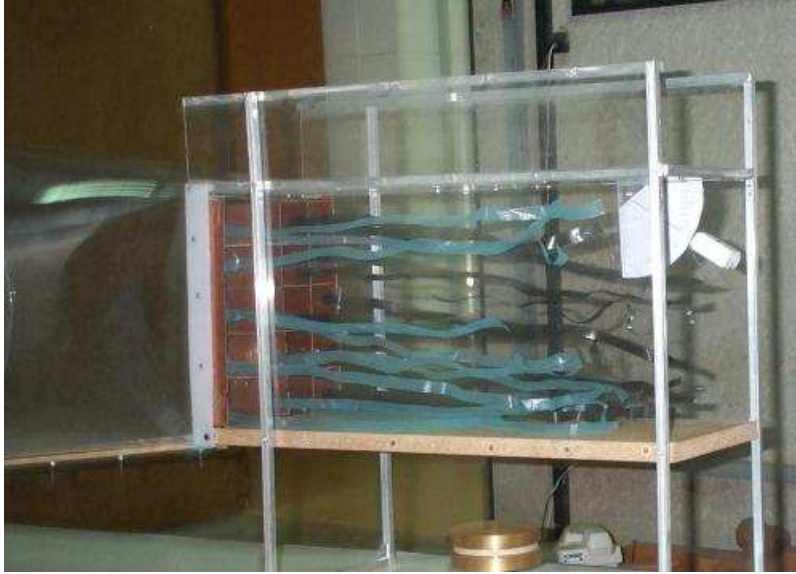


Figure 9: Anemômetro e retificador

em rotação. Desta forma podemos observar o efeito *Magnus*.

9-Suporte para o perfil de asa. É usado para demonstrar o efeito de sustentação que ocorre no perfil de asa, quando submetido a um fluxo de ar.

10-Protótipos para experiência. Cilindro de papelão com tampas de latão ($\phi = 100mm$, $H = 120mm$); esfera de isopor oca ($\phi = 300mm$). Perfil de asa de isopor ($\rho = 0,1 g/cm^3$) e seção transversal de $150 cm^2$.

4.2 Estimativa de alguns valores envolvidos

Velocidade máxima do vento	$\sim 30 Km/h$
Número de Reynolds para a esfera	$\sim 10^5$
Número de Reynolds para o cilindro	$\sim 10^5$
Força de sustentação sobre a asa de isopor	$\sim 10^{-1} N$

Como antecipado estamos em uma região como a aquela da Fig.5(e), em que há uma região turbulenta confinada a uma laminar. A força de sustentação é da mesma ordem da força peso do perfil de asa de isopor, e como veremos a seguir a sustentação de fato ocorre.

5 Comentário sobre os experimentos

Como mostrado anteriormente, o nosso fluxo de ar não é muito forte, cerca de 30Km/h, mas nos permite tirar conclusões interessantes quanto a força de sustentação. O fluxo do ar não ser laminar em todas as regiões do túnel não é um problema para todas as experiências desejadas.

A demonstração será baseada em 3 experimentos:

1-Mostrar como as linhas de fluxo, representadas pelas fitas, são alteradas quando introduzimos uma esfera ou um cilindro no túnel e também comprovar o fato de que não há fluxo nas proximidades das paredes.

2-Estudar o efeito Magnus na esfera e no cilindro

3-Verificar como o perfil aerodinâmico da asa lhe confere sustentação

A observação das linhas de fluxo é um experimento bem simples, que além de dar motivação, apresenta o fenômeno do desvio de um fluido frente a um corpo. Este é um efeito ao qual estamos habituados a presenciar com a água, mas não diretamente com o ar. Estas linhas podem ser observadas através de simulações, veja por exemplo Ref.[4] e Fig.10. A observação de que a velocidade do vento é nula nas paredes do túnel é bem instrutiva pois é um fato exclusivamente experimental, logo não é previsto por nenhuma teoria.

O efeito Magnus foi descrito na Sec.3.1 e sua observação fica mais evidente se são colocadas fitas de coloração diferentes em cada metade do túnel, observando como cada lado reage de uma maneira diferente. Para uma melhor visualização do efeito é necessário que a velocidade do vento não seja muito alta, pois assim não é preciso girar o corpo rapidamente.

Para verificar o perfil aerodinâmico, é comparado o perfil de asa com um paralelepípedo também de isopor. Isso será muito útil para esclarecer que a sustentação ocorre não porque uma peça de isopor possui uma baixa densidade, mas devido ao formato do perfil.

6 Conclusão

Desde o início os esforços foram concentrados na construção do túnel, que tentamos fazer, dentro dos nossos recursos, da maneira mais versátil possível. Versatilidade esta atingida com acessórios como o controlador de velocidade e do anemômetro, que nos permitem um grande controle sobre o fluxo de ar no túnel.

O tempo restante foi dedicado ao estudo de efeitos que julgamos interessantes e pouco explorados. Para todos os efeitos abordados procuramos dar um enfoque

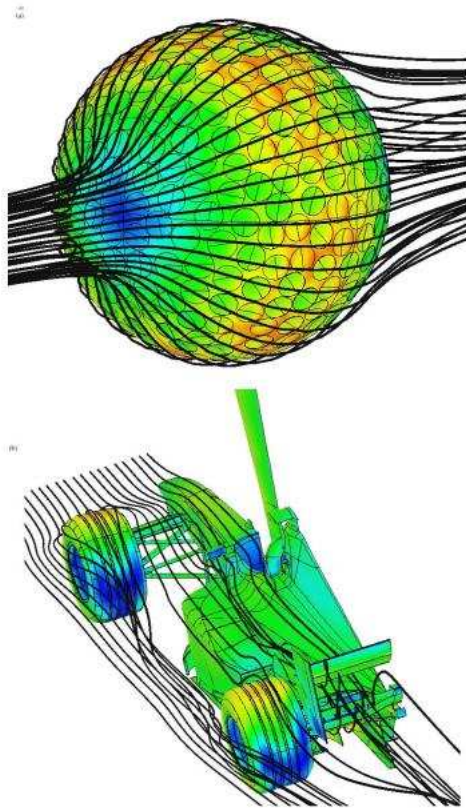


Figure 10: Simulação das linhas de fluxo para uma bola de golfe e para um carro de fórmula1

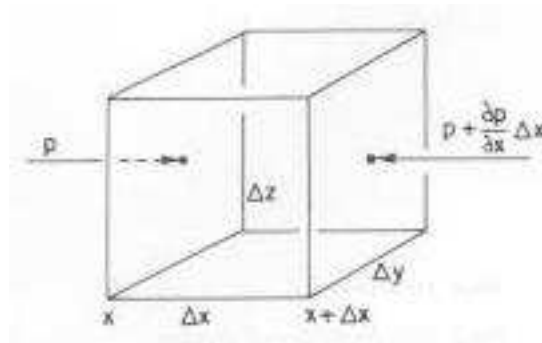


Figure 11: Diagrama de forças para o elemento de fluido, considerando apenas a direção x .

físico, de porque e em que condições ele acontece. Como é sabido cálculos exatos em aerodinâmica ou são feitos em condições especiais, como descritas na Sec.2, ou através de cálculos numéricos elaborados, o que pode dificultar o entendimento do assunto do ponto de vista teórico, mas certamente torna seu estudo experimental mais atraente e importante, como procuramos demonstrar ao longo deste trabalho.

Tendo em mente a riqueza da física envolvida, uma gama enorme de assuntos ainda pode ser explorada, como por exemplo, a força de arraste e a aerodinâmica de corpos - que além de interessantes são temas bem atuais. A nossa expectativa é que outros colegas possam se aproveitar do túnel já construído e se dedicarem exclusivamente à elaboração de experiências.

7 Apêndices

Apêndice 1 - Equação do movimento

Como discutido no texto, a equação de movimento para um fluido possui 3 termos, ver eq.1. O primeiro deles que é a força devido à pressão pode ser calculado considerando um pequeno elemento cúbico do fluido e levando em conta que a pressão só varie ao longo da direção x , ver fig.11.

A força resultante é

$$F_x = (p(x) - p(x + \Delta x))\Delta y\Delta z$$

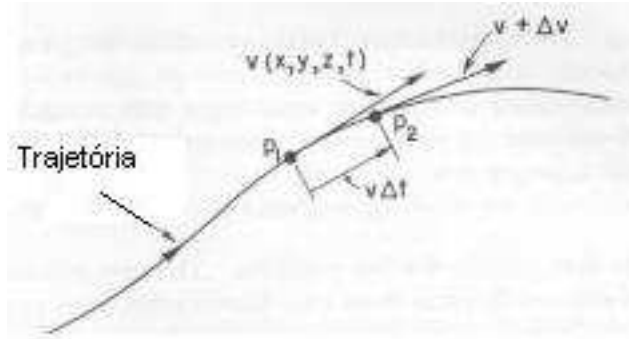


Figure 12: Trajetória de uma partícula do fluido indo do ponto p1, para o ponto p2.

fazendo uma expansão e retendo termos somente de primeira ordem

$$F_x = (p(x) - p(x) - \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x) \Delta y \Delta z$$

a força por unidade de volume ($V = \Delta x \Delta y \Delta z$) é

$$f_x = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

Se considerarmos as outras direções vemos facilmente que força de pressão por unidade de volume é

$$\mathbf{f}_p = -\nabla p$$

Considerando que $\mathbf{f}_{ext} = -\rho \nabla \phi$, ou seja derivada de um potencial, e lembrando que $\mathbf{f}_{visc} = 0$, temos a eq. do movimento

$$\rho \mathbf{a} = -\nabla p - \rho \nabla \phi$$

O único termo que falta ser determinado é a aceleração, que não é simplesmente a derivada da velocidade do fluido, pois estamos acompanhando o movimento de um elemento do fluido move e não vendo um ponto fixo do espaço, ver Fig.12.

A variação da velocidade de uma única partícula é

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}, t + \Delta t) - \mathbf{v}(\mathbf{r}, t), \Delta \mathbf{r} = \mathbf{v} \Delta t$$

novamente fazendo expansão, só mantendo termos de primeira ordem e reconhecendo a aceleração como $\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$ temos:

$$\mathbf{a} = (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$$

De posse da aceleração escrevemos

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{\nabla \mathbf{p}}{\rho} - \nabla \phi$$

rearranjamos esta expressão com a seguinte identidade vetorial:

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = (\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})$$

e assim temos nossa equação linear do movimento

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \Omega \times \mathbf{v} + \frac{1}{2} \nabla v^2 = -\frac{\nabla \mathbf{p}}{\rho} - \nabla \phi \quad (4)$$

onde definimos o novo campo vetorial

$$\Omega = \nabla \times \mathbf{v} \quad (5)$$

que é chamado de vorticidade. Se a vorticidade é zero em todo lugar, dizemos que o fluxo é irrotacional.

Apêndice 2 - Conjunto completo de equações

Além da eq.4 obtida anteriormente, há uma segunda equação de suma importância que a equação de continuidade

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (6)$$

que expressa a conservação de massa em um fluido.

Devemos lembrar que em nossa aproximação a densidade é constante, logo a eq.6 reduz-se a

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (7)$$

O conjunto formado pelas eqs.4,5 e 7 caracterizam completamente o campo \mathbf{v} e são análogas às eqs. do eletromagnetismo.

Apêndice 3 - Bernoulli

Retornemos à eq.4, mas nos detenhamos ao caso em que o fluxo é estacionário e irrotacional($\Omega=0$). Por estacionário queremos dizer que em qualquer ponto do fluido a sua velocidade nunca muda- \mathbf{v} é um vetor estático . O fluido em qualquer ponto é sempre substituído por outro exatamente igual. Um fluxo estacionário não quer dizer que nada esta ocorrendo, apenas significa que $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$. Sob estas condições

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + \phi = const(em\ todo\ lugar) \quad (8)$$

Em geral o potencial externo é devido à força gravidade, temos neste caso $\phi = gz$, onde z é uma altura medida em relação a uma origem arbitrária e g é a aceleração da gravidade.

8 Agradecimentos

Este projeto foi muito motivado pelas discussões realizadas com o Eng^o. Pedro, cujo o conhecimento e disposição foram inestimáveis, e viabilizado pelo técnico Luís que com muita boa vontade e paciência ajudou na confecção do túnel e dos experimentos.

Referências

- [1] R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, The Feynman Lectures on Physics, Vol. II: Mainly Electromagnetism and Matter, Addison-Wesley, Reading, Mass (1975).
- [2] G.S. Landsberg, Textbook of Elementary Physics, Vol I: Mechanics, Heat and Molecular Physics Mir Publishers (1972).
- [3] Landau, L. D. and Lifschitz, E. M. Fluid Mechanics, 2nd ed. Oxford, England: Pergamon Press, 1982.
- [4] <http://www.cambridgeflowsolutions.com/index.shtml>
- [5] <http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/bga.html>
- [6] <http://galileo.phys.virginia.edu/classes/311/notes/fluids2>