

**Universidade Estadual de Campinas
Unicamp**

Relatório Final – F809

Projeto: Texto Básico em Astronomia &
Simulação de um Cometa.

Nome: José Renato Reis Maia

Orientador: Prof. Dr. Julio César Penereiro

Novembro 2004

Relatório nº 22

Índice

Parte 1

Capítulo 1 – Astronomia antiga.....	01
Capítulo 2 – Constelações	06
Capítulo 3 – A Esfera Celeste.....	11
Capítulo 4 – Sistema de Coordenadas	17
Capítulo 5 – Medidas de Tempo.....	32
Capítulo 6 – Mecânica Celeste	44

Parte 2

Capítulo 7 – Sistema Solar	65
Capítulo 8 – Sol.....	72
Capítulo 9 – Mercúrio.....	82
Capítulo 10 – Vênus	88
Capítulo 11 – Terra.....	91
Capítulo 12 – Lua	106

Parte 3

Capítulo 13 – Marte.....	128
Capítulo 14 – Asteróides	146
Capítulo 15 – Júpiter	170

Parte 4

Capítulo 11 – Saturno.....	193
Capítulo 12 – Urano	211
Capítulo 13 – Netuno.....	224
Capítulo 14 – Plutão	233
Capítulo 15 – Cometas	236
Capítulo 16 – Meteoróides e Meteoritos	284

Parte 5

Capítulo 17 – Introdução à Astrofísica.....	289
Capítulo 18 – Espectro Eletromagnético	293
Capítulo 19 – Radiação de Corpo Negro.....	297
Capítulo 20 – Determinação da Distância das Estrelas	307
Capítulo 21 – Estrelas: Classificação Espectral	314
Capítulo 22 – Sistemas Binários Estelares	323
Capítulo 24 – Estrelas Varáveis.....	332
Capítulo 25 – Estrutura e Evolução Estelar.....	336
Capítulo 26 – Estágios Finais da Evolução Estelar	346
Capítulo 27 – O Meio Interestelar	356

Parte 6

Capítulo 28 – Galáxia.....	365
Capítulo 29 – Outras Galáxias.....	374
Capítulo 30 – Estrutura do Universo	386
Capítulo 31 – Cosmologia.....	394

Parte 7

Capítulo 21 – Simulação de um Cometa	409
--	-----

Astronomia Antiga

As especulações sobre a natureza do Universo devem remontar aos tempos pré-históricos, por isso a astronomia é freqüentemente considerada a mais antiga das ciências. Desde a antigüidade, o céu vem sendo usado como mapa, calendário e relógio. Os registros astronômicos mais antigos datam de aproximadamente 3000 a.C. e se devem aos chineses, babilônios, assírios e egípcios. Naquela época, os astros eram estudados com objetivos práticos, como medir a passagem do tempo (fazer calendários) para prever a melhor época para o plantio e a colheita, ou com objetivos mais relacionados à astrologia, como fazer previsões do futuro, já que, não tendo qualquer conhecimento das leis da natureza (física), acreditavam que os deuses do céu tinham o poder da colheita, da chuva e mesmo da vida.

Vários séculos antes de Cristo, os chineses sabiam a duração do ano e usavam um calendário de 365 dias. Deixaram registros de anotações precisas de cometas, meteoros e meteoritos desde 700 a.C. Mais tarde, também observaram as estrelas que agora chamamos de novas.

Os babilônios, assírios e egípcios também sabiam a duração do ano desde épocas pré-cristãs. Em outras partes do mundo, evidências de conhecimentos astronômicos muito antigos foram deixadas na forma de monumentos, como o de Stonehenge, na Inglaterra, que data de 3000 a 1500 a.C.



Em Stonehenge, cada pedra pesa em média 26 ton. A avenida principal que parte do centro da monumento aponta para o local no horizonte em que o Sol nasce no dia mais longo do verão (solstício). Nessa estrutura, algumas pedras estão alinhadas com o nascer e o pôr do Sol no início do verão e do inverno. Os Maias, na América Central, também tinham conhecimentos de calendário e de fenômenos celestes, e os polinésios aprenderam a navegar por meio de observações celestes.

O ápice da ciência antiga se deu na Grécia, de 600 a.C. a 400 d.C., a níveis só ultrapassados no século XVI. Do esforço dos gregos em conhecer a natureza do cosmos, e com o conhecimento herdado dos povos mais antigos, surgiram os primeiros conceitos de Esfera Celeste, uma esfera de material cristalino, incrustada de estrelas, tendo a Terra no centro.

Desconhecedores da rotação da Terra, os gregos imaginaram que a esfera celeste girava em torno de um eixo passando pela Terra. Observaram que todas as estrelas giram em torno de um ponto fixo no céu e consideraram esse ponto como uma das extremidades do eixo de rotação da esfera celeste.

Há milhares de anos, os astrônomos sabem que o Sol muda sua posição no céu ao longo do ano, se movendo aproximadamente um grau para leste por dia. O tempo para o Sol completar uma volta na esfera celeste define um ano. O caminho aparente do Sol no céu durante o ano define a eclíptica (assim chamada porque os eclipses ocorrem somente quando a Lua está próxima da eclíptica).

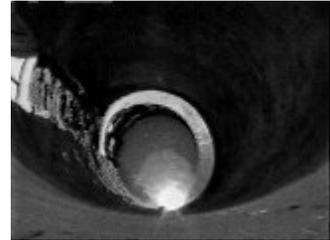
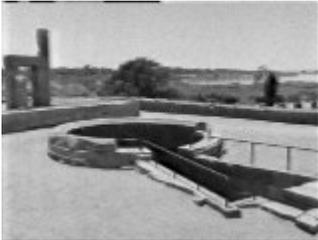
Como a Lua e os planetas percorrem o céu em uma região de dezoito graus centrada na eclíptica, essa região é definida como o Zodíaco, dividida em doze constelações, várias com formas de animais (atualmente as constelações do Zodíaco são treze: Áries, Touro, Gêmeos, Câncer, Leão, Virgem, Escorpião, Ofiúco, Sagitário, Capricórnio, Aquário e Peixes).

As constelações são grupos aparentes de estrelas. Os antigos gregos, e os chineses e egípcios antes deles, já tinham dividido o céu em constelações. Dentre os astrônomos da Grécia antiga podemos destacar os seguintes:

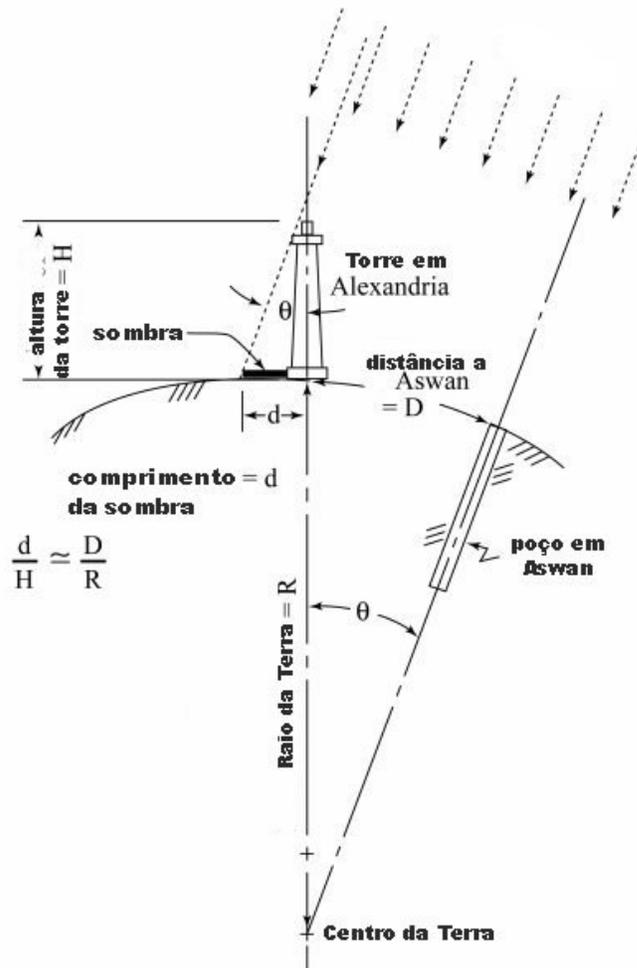
- **Tales de Mileto** (624 - 546 a.C.) introduziu na Grécia os fundamentos da geometria e da astronomia, trazidos do Egito. Pensava que a Terra era um disco plano em uma vasta extensão de água.
- **Pitágoras de Samos** (572 - 497 a.C.) acreditava na esfericidade da Terra, da Lua e de outros corpos celestes. Achava que os planetas, o Sol, e a Lua eram transportados por esferas separadas da que carregava as estrelas. Foi o primeiro a chamar o céu de cosmos.
- **Aristóteles de Estagira** (384-322 a.C.) explicou que as fases da Lua dependem de quanto da parte da face da Lua iluminada pelo Sol está voltada para a Terra. Explicou, também, os eclipses: um eclipse do Sol ocorre quando a Lua passa entre a Terra e o Sol; um eclipse da Lua ocorre quando a Lua entra na sombra da Terra. Aristóteles argumentou a favor da esfericidade da Terra, já que a sombra da Terra na Lua durante um eclipse lunar é sempre arredondada. Afirmava que o Universo é esférico e finito. Aperfeiçoou a teoria das esferas concêntricas de Eudoxus de Cnidos (408-355 a.C.), propondo em seu livro *De Caelo*, que “o Universo é finito e esférico, ou não terá centro e não pode se mover.”
- **Heráclides de Pontus** (388-315 a.C.) propôs que a Terra gira diariamente sobre seu próprio eixo, que Vênus e Mercúrio orbitam o Sol, e a existência de epiciclos.
- **Aristarco de Samos** (310-230 a.C.) foi o primeiro a propor a Terra se movia em volta do Sol, antecipando Copérnico em quase 2000 anos. Entre outras coisas, desenvolveu

um método para determinar as distâncias relativas do Sol e da Lua à Terra e mediu os tamanhos relativos da Terra, do Sol e da Lua.

- **Eratóstenes de Cirênia** (276-194 a.C.), bibliotecário e diretor da Biblioteca Alexandrina de 240 a.C. a 194 a.C., foi o primeiro a medir o diâmetro da Terra.



Ele notou que, na cidade egípcia de Siena (atualmente chamada de Aswân), no primeiro dia do verão, ao meio-dia, a luz solar atingia o fundo de um grande poço, ou seja, o Sol estava incidindo perpendicularmente à Terra em Siena. Já em Alexandria, situada ao norte de Siena, isso não ocorria; medindo o tamanho da sombra de um bastão na vertical, Eratóstenes observou que em Alexandria, no mesmo dia e hora, o Sol estava aproximadamente sete graus mais ao sul.



A distância entre Alexandria e Siena era conhecida como de 5000 estádios. Um estádio era uma unidade de distância usada na Grécia antiga. Um camelo atravessa 100 estádios em um dia, e viaja a cerca de 16 km/dia. Como 7 graus corresponde a 1/50 de um círculo (360 graus), Alexandria deveria estar a 1/50 da circunferência da Terra ao norte de Siena e a circunferência da Terra deveria ser 50×5000 estádios. Infelizmente, não é possível se ter certeza do valor do estádio usado por Eratóstenes, já que os gregos usavam diferentes tipos de estádios. O diâmetro da Terra é obtido dividindo-se a circunferência por π

- **Hiparco de Nicéia** (160 - 125 a.C.), considerado o maior astrônomo da era pré-cristã, construiu um observatório na ilha de Rodas, onde fez observações durante o período de 160 a 127 a.C. Como resultado, ele compilou um catálogo com a posição no céu e a magnitude de 850 estrelas. A magnitude, que especificava o brilho da estrela, era dividida em seis categorias, de 1 a 6, sendo 1 a mais brilhante, e 6 a mais fraca visível a olho nu. Hiparco deduziu corretamente a direção dos pólos celestes, e até mesmo a precessão, que é a variação da direção do eixo de rotação da Terra devido à influência gravitacional da Lua e do Sol, que leva 26.000 anos para completar um ciclo. Para deduzir a precessão, ele comparou as posições de várias estrelas com aquelas catalogadas por Timocharis de Alexandria e Aristyllus de Alexandria 150 anos antes (cerca de 283 a.C. 260 a.C.). Estes eram membros da Escola Alexandrina do século III a.C. e foram os primeiros a medir as distâncias das estrelas de pontos fixos no céu (coordenadas eclípticas). Foram, também, dos primeiros a trabalhar na Biblioteca de Alexandria, que se chamava Museu, fundada pelo rei do Egito, Ptolémée Sôter Ier, em 305 a.C..

Hiparco também deduziu o valor correto de $8/3$ para a razão entre o tamanho da sombra da Terra e o tamanho da Lua e também que a Lua estava a 59 vezes o raio da Terra de distância; o valor correto é 60. Ele determinou a duração do ano com uma margem de erro de 6 minutos.

- **Ptolomeu** (85 d.C. - 165 d.C.) (Claudius Ptolemaeus) foi o último astrônomo importante da antigüidade. Ele compilou uma série de treze volumes sobre astronomia, conhecida como o Almagesto, que é a maior fonte de conhecimento sobre a astronomia



na Grécia.

Reprodução de parte do Almagesto, de Claudius Ptolomaeus, escrito entre 127 e 151 d.C. O termo Almagesto é uma contração de *Megiste Syntaxis* (grande coleção). A contribuição mais importante de Ptolomeu foi uma representação geométrica do

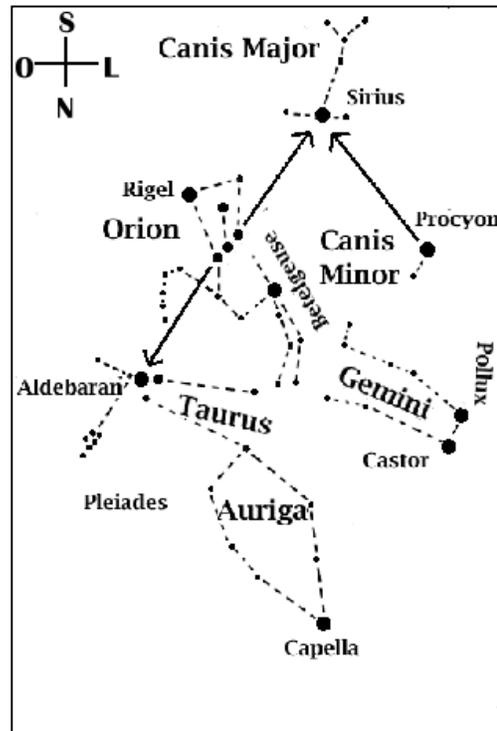
sistema solar, geocêntrica, com círculos e epiciclos, que permitia prever o movimento dos planetas com considerável precisão e que foi usado até o Renascimento, no século XVI.

Constelações

Constelações são agrupamentos *aparentes* de estrelas os quais os astrônomos da antigüidade imaginaram formar figuras de pessoas, animais ou objetos. Numa noite escura, pode-se ver entre 1000 e 1500 estrelas, sendo que cada estrela pertence a alguma constelação. As constelações nos ajudam a separar o céu em porções menores, mas identificá-las é em geral muito difícil.



Uma constelação fácil de enxergar é Órion, mostrada na figura acima como é vista no hemisfério sul. Para identificá-la devemos localizar 3 estrelas próximas entre si, de mesmo brilho, e alinhadas. Elas são chamadas Três Marias, e formam o cinturão da constelação de Órion, o caçador. Seus nomes são Mintaka, Alnilan e Alnitaka. A constelação tem a forma de um quadrilátero com as Três Marias no centro. O vértice nordeste do quadrilátero é formado pela estrela avermelhada Betelgeuse, que marca o ombro direito do caçador. O vértice sudoeste do quadrilátero é formado pela estrela azulada Rigel, que marca o pé esquerdo de Órion. Estas são as estrelas mais brilhantes da constelação. Como vemos, no hemisfério Sul Órion aparece de ponta cabeça. Segundo a lenda, Órion estava acompanhado de dois cães de caça, representadas pelas constelações do Cão Maior e do Cão Menor. A estrela mais brilhante do Cão Maior, Sírius, é também a estrela mais brilhante do céu, e é facilmente identificável a sudeste das Três Marias. Procyon é a estrela mais brilhante do Cão Menor, e aparece a leste das Três Marias. Betelgeuse, Sírius e Procyon formam um grande triângulo, como pode ser visto no esquema acima.



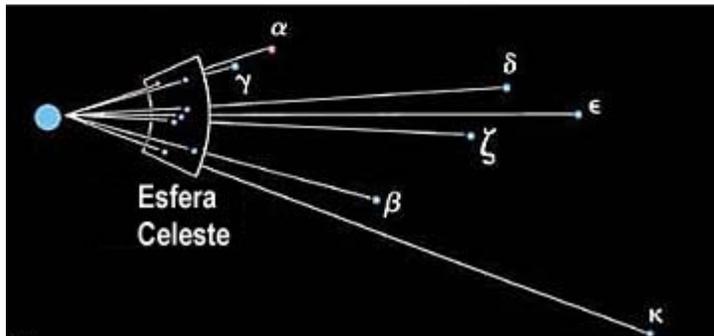
As estrelas de uma constelação só estão aparentemente próximas na esfera celeste, pois na verdade estão a distâncias reais diferentes. Quando você olha em um atlas do céu, você encontra as constelações representadas em diagramas como o abaixo, em que as estrelas são desenhadas com tamanhos diferentes para representar brilhos diferentes. Note que este diagrama mostra Órion na orientação em que é vista no hemisfério norte.



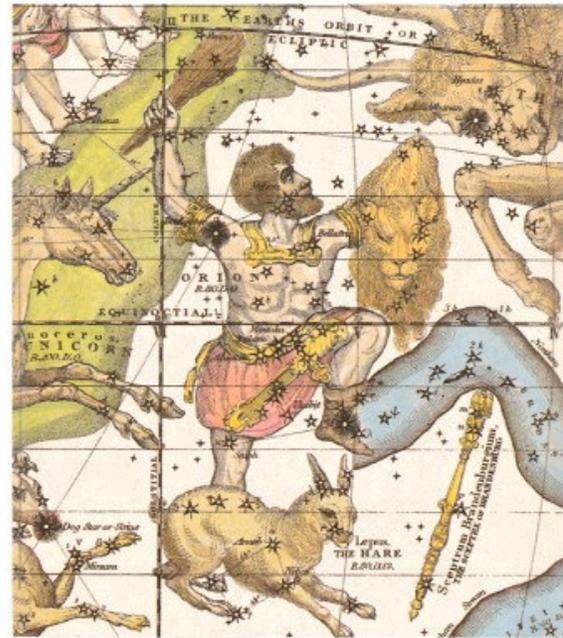
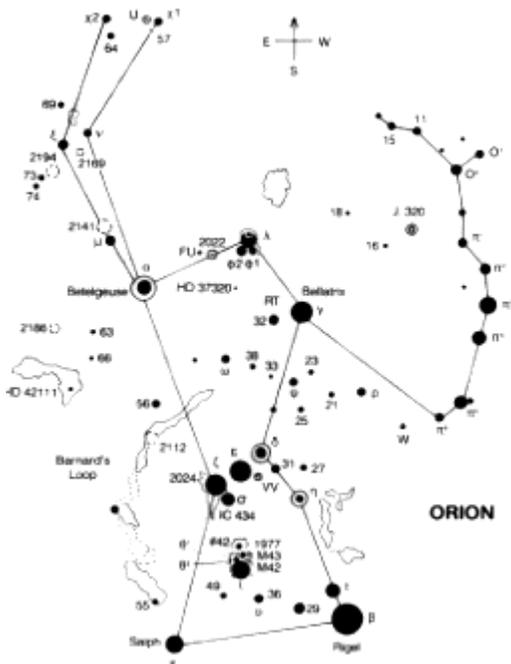
(a)



(b)



(c)



c

As constelações surgiram na antigüidade para ajudar a identificar as estações do ano. Por exemplo, a constelação do Escorpião é típica do inverno do hemisfério sul, já que em

junho ela é visível a noite toda. Já Órion é visível a noite toda em dezembro e, portanto, típica do verão do hemisfério sul. Alguns historiadores suspeitam que muitos dos mitos associados às constelações foram inventados para ajudar os agricultores a lembrarem quando deveriam plantar e colher.

As constelações mudam com o tempo, e em 1929 a União Astronômica Internacional adotou 88 constelações oficiais, de modo que cada estrela do céu faz parte de uma constelação. Cada constelação tem sua coordenada celeste.

Lista alfabética das constelações, em *Latim* e Português

Andromeda, Andrômeda (mit.)	Dorado, Dourado (Peixe)	Pictor, Cavalete do Pintor
Antlia, Bomba de Ar	Draco, Dragão	Pisces, Peixes
Apus, Ave do Paraíso	Equuleus, Cabeça de Cavallo	Pyxis, Bússola
Aquarius, Aquário	Eridanus, Eridano	Piscis Austrinus, Peixe Austral
Aquila, Águia	Fornax, Forno	Puppis, Popa (do Navio)
Ara, Altar	Gemini, Gêmeos	Reticulum, Retículo
Aries, Áries (Carneiro)	Grus, Grou	Sagitta, Flecha
Auriga, Cocheiro	Hercules, Hércules	Sagittarius, Sagitário
Boötes, Pastor	Horologium, Relógio	Scorpius, Escorpião
Caelum, Butil de Escultor	Hydra, Cobra Fêmea	Sculptor, Escultor
Camelopardalis, Girafa	Hydrus, Cobra macho	Scutum, Escudo
Cancer, Câncer (Caranguejo)	Indus, Índio	Serpens, Serpente
Canes Venatici, Cães de Caça	Lacerta, Lagarto	Sextans, Sextante
Canis Major, Cão Maior	Leo, Leão	Taurus, Touro
Canis Minor, Cão Menor	Leo Minor, Leão Menor	Telescopium, Telescópio
Capricornus, Capricórnio	Lepus, Lebre	Triangulum, Triângulo
Carina, Quilha (do Navio)	Libra, Libra (Balança)	Triangulum Australe, Triângulo Austral
Cassiopeia, Cassiopéia (mit.)	Lupus, Lobo	Tucana, Tucano
Centaurus, Centauro	Lynx, Lince	Ursa Major, Ursa maior
Cepheus, Cefeu (mit.)	Lyra, Lira	Ursa Minor, Ursa Menor
Cetus, Baleia	Mensa, Montanha da Mesa	Vela, Vela (do Navio)
Chamaeleon, Camaleão	Microscopium, Microscópio	Virgo, Virgem
Circinus, Compasso	Monoceros, Unicórnio	Volans, Peixe Voador
Columba, Pomba	Musca, Mosca	Vulpecula, Raposa
Coma Berenices, Cabeleira	Normai, Régua	
Corona Austrina, Coroa Austral	Octans, Octante	
Corona Borealis, Coroa Boreal	Ophiuchus, Ofiúco (Caçador de Serpentes)	
Corvus, Corvo	Orion, Órion (Caçador)	
Crater, Taça	Pavo, Pavão	
Crux, Cruzeiro do Sul	Pegasus, Pégaso (Cavalo Alado)	
Cygnus, Cisne	Perseus, Perseu (mit.)	
Delphinus, Delfim	Phoenix, Fênix	

Essas constelações foram definidas por:

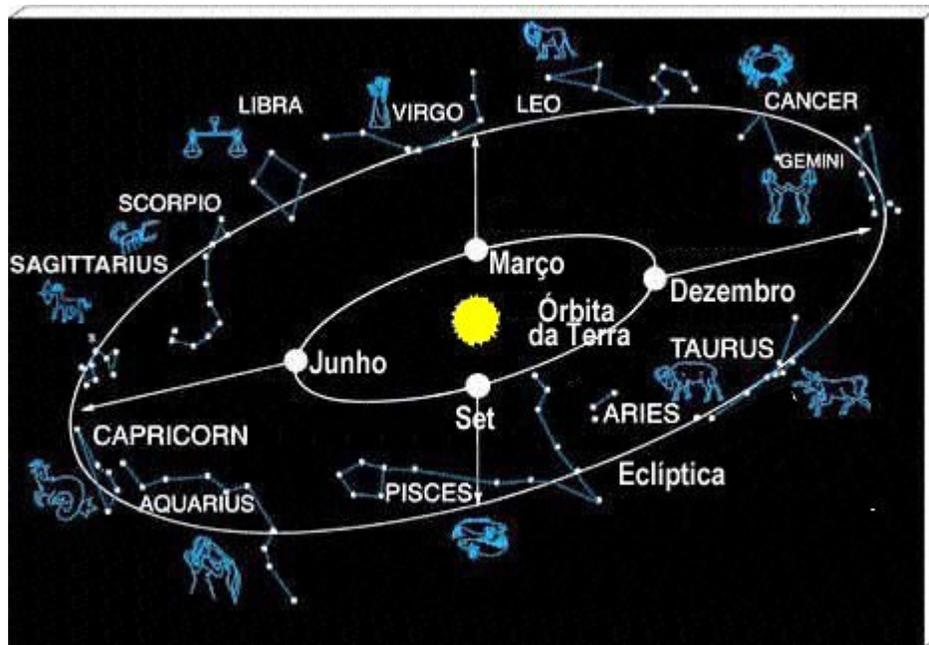
1. Claudius Ptolomaeus, no *Almagesto* em cerca de 150 d.C.;
2. Johann Bayer (1572-1625), astrônomo alemão, no *Uranometria* em 1603;
3. Johannes Hevelius (1611-1689), astrônomo alemão-polonês
4. Nicolas Louis de Lacaille (1713-1762), astrônomo francês, nos *Memórias e Coelum Stelliferum* em 1752 e 1763.

O Zodíaco

Partindo da eclíptica, que é o plano da órbita do Sol, temos ao seu redor uma faixa de cerca de 18 graus denominada da Zodíaco, cuja tradução é círculo dos animais. Nela encontramos, com exceção dos cometas cujas orbitas muitas vezes são aleatórias, os componentes do sistema solar como os planetas, luas e asteróides. As constelações que formam o Zodíaco no céu foram definidas por Aristóteles são: Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Ofiucus, Sagittarius, Capricornus, Aquarius e Pisces.

Devido a um movimento que a Terra executa, chamado de precessão dos equinócios, cuja duração aproximada é de 26.000 anos, o Sol atualmente cruza as 13 constelações do Zodíaco nas seguintes datas:

- Áries de 19 de abril a 13 de maio,
- Touro de 14 de maio a 19 de junho,
- Gêmeos de 20 de junho a 20 de julho,
- Câncer de 21 de julho a 9 de agosto,
- Leão de 10 de agosto a 15 de setembro,
- Virgem de 16 de setembro a 30 de outubro,
- Libra de 31 de outubro a 22 de novembro,
- Escorpião de 23 de novembro a 29 de novembro,
- Ofiúco de 30 de novembro a 17 de dezembro,
- Sagitário de 18 de dezembro a 18 de janeiro,
- Capricórnio de 19 de janeiro a 15 de fevereiro,
- Aquário de 16 de fevereiro a 11 de março e
- Peixes de 12 de março a 18 de abril.



A astrologia desconsidera a passagem do Sol pela constelação de Ofiúco, o que representaria a 13ª constelação, ficando então o zodíaco astrológico com apenas 12 constelações. Caso você tenha nascido na data de 5 de julho, olhando para o Sol vemos que ele estará na direção das estrelas da constelação de Leão, entretanto não podemos ver essas estrelas nessa época do ano devido ao forte brilho da nossa estrela.

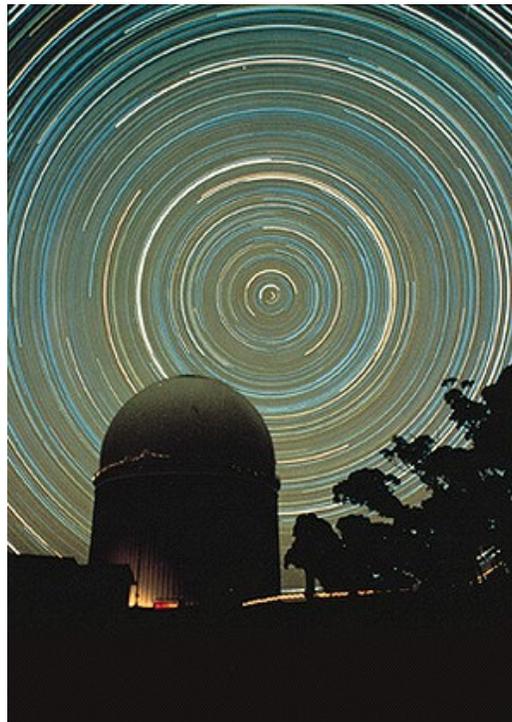
Para fins astrológicos, a interpretação dada é que você nasceu sob o signo de Leão, lembrando que na antigüidade astronomia e astrologia tinham o mesmo significado e as pessoas que sabiam interpretar os fatos corretamente eram consideradas sábios ou sacerdotes, hoje em dia vemos que em muitos casos que a astrologia é apenas um exercício de imaginação, sendo uma ofensa grave chamar um astrônomo de astrólogo.

A Esfera Celeste

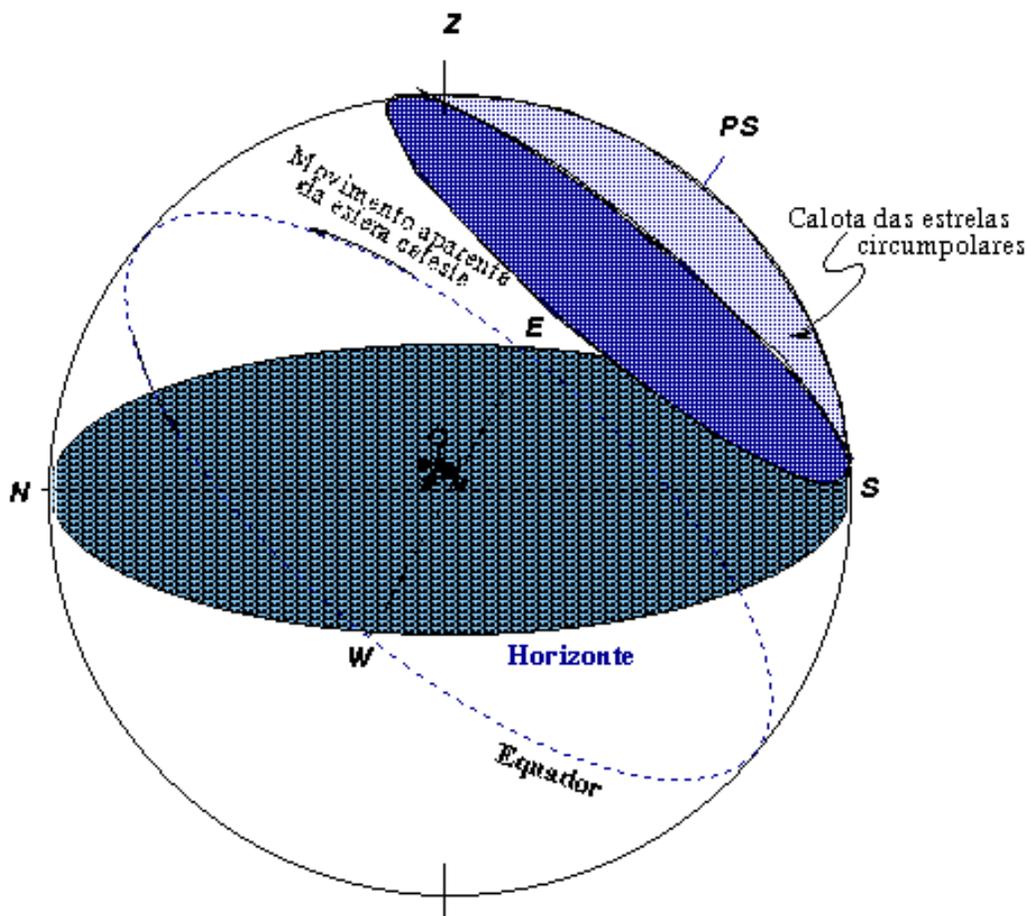
Observando o céu em uma noite estrelada, não podemos evitar a impressão de que estamos no meio de uma grande esfera incrustada de estrelas. Isso inspirou, nos antigos gregos, a idéia do céu como uma **Esfera Celeste**.



Com o passar das horas, os astros se movem no céu, nascendo a leste e se pondo a oeste. Isso causa a impressão de que a esfera celeste está girando de leste para oeste, em torno de um eixo imaginário, que intercepta a esfera em dois pontos fixos, os **Pólos Celestes**. Na verdade, esse movimento, chamado **movimento diurno dos astros**, é um reflexo do movimento de rotação da Terra, que se faz de oeste para leste. O eixo de rotação da esfera celeste é o prolongamento do eixo de rotação da Terra, e os pólos celestes são as projeções, no céu, dos pólos terrestres.



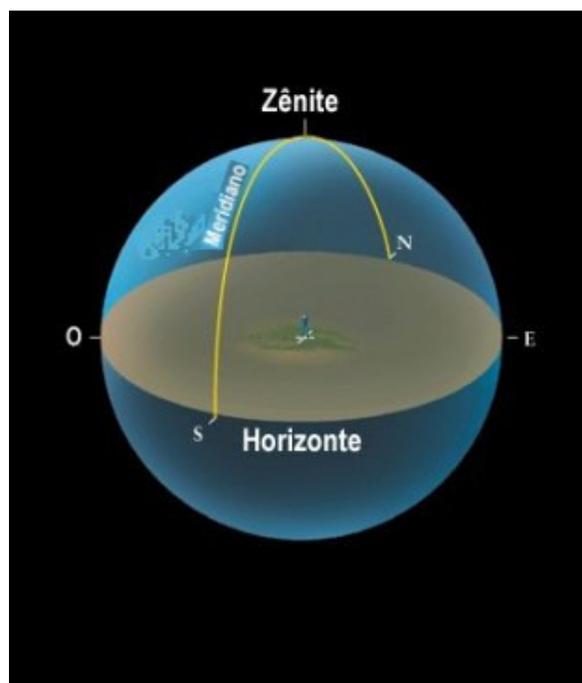
Embora o Sol, a Lua, e a maioria dos astros, aqui na nossa latitude (23° para Campinas), tenham nascer e ocaso, existem astros que nunca nascem nem se põem, permanecendo sempre acima do horizonte. Se pudéssemos observá-los durante 24 horas, os veríamos descrevendo uma circunferência completa no céu, no sentido horário. Esses astros são chamados **circumpolares**. O centro da circunferência descrita por eles coincide com o Pólo Celeste Sul. Para os habitantes do hemisfério norte, as estrelas circumpolares descrevem uma circunferência em torno do Pólo Celeste Norte. Mas as estrelas que são circumpolares lá não as mesmas estrelas que são circumpolares aqui, pois o fato de uma estrela ser circumpolar ou não, depende da latitude do lugar de observação. No hemisfério sul, não existe nenhuma estrela de forte brilho que possa nos indicar com maior precisão a direção do Polo Celeste Sul, a que mais se aproxima é a estrela “ σ Octantis” (sigma do Oitante) enquanto no hemisfério norte existe a estrela “*Polaris*” que fica na constelação da Ursa Maior bem próxima do Polo Celeste Norte. A “coincidência” da estrela *Polaris* com o Polo Celeste Norte foi de fundamental importância como referência pelos navegadores antepassados, pois conhecendo-se sua altura em relação ao horizonte, podia-se calcular a latitude do local.



Os antigos gregos definiram alguns planos e pontos na esfera celeste, que são úteis para a determinação da posição dos astros no céu. São eles:

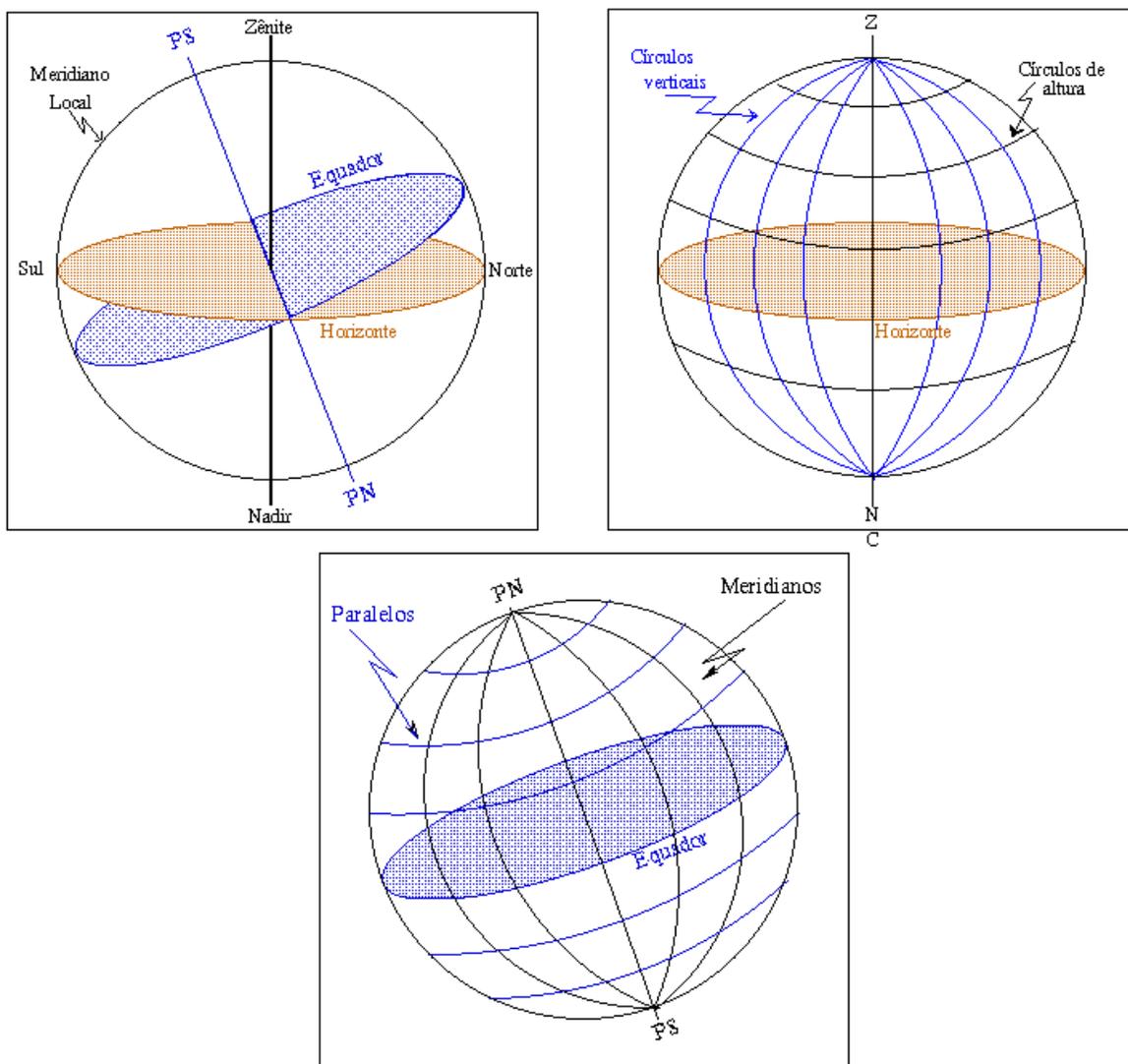
- **Horizonte:** plano tangente à Terra no lugar em que se encontra o observador. Como o raio da Terra é desprezável frente ao raio da esfera celeste, considera-se que o Horizonte é um círculo máximo da esfera celeste, ou seja, passa pelo seu centro.
- **Zênite:** ponto no qual a vertical do lugar (perpendicular ao horizonte) intercepta a esfera celeste, acima da cabeça do observador. A vertical do lugar é definida por um fio a prumo.
- **Nadir:** ponto diametralmente oposto ao Zênite.
- **Equador Celeste:** círculo máximo em que o prolongamento do equador da Terra intercepta a esfera celeste.
- **Polo Celeste Norte:** ponto em que o prolongamento do eixo de rotação da Terra intercepta a esfera celeste, no hemisfério norte.
- **Polo Celeste Sul:** ponto em que o prolongamento do eixo de rotação da Terra intercepta a esfera celeste, no hemisfério sul.

Para definirmos uma posição sobre uma esfera precisamos definir um eixo e um plano perpendicular a este eixo.



- **Círculo vertical:** qualquer semi-círculo máximo da esfera celeste contendo a vertical do lugar. Os círculos verticais começam no Zênite e terminam no Nadir.
- **Ponto Geográfico Norte:** ponto em que o círculo vertical que passa pelo Polo Celeste Norte intercepta o Horizonte. É também chamado **Ponto Cardeal Norte**.

- **Ponto Geográfico Sul:** também chamado **Ponto Cardeal Sul**, é o ponto em que o círculo vertical que passa pelo Polo Celeste Sul intercepta o Horizonte. A linha sobre o Horizonte que liga os pontos cardeais Norte e Sul chama-se linha Norte-Sul, ou **meridiana**. A linha Leste-Oeste é obtida traçando-se, sobre o Horizonte, a perpendicular à meridiana.
- **Círculo de altura:** qualquer círculo da esfera celeste paralelo ao Horizonte. É também chamado **almucântara**, ou **paralelo de altura**.
- **Círculo horário:** qualquer semi-círculo máximo da esfera celeste que contém os dois pólos celestes. É também chamado **meridiano**. O meridiano que passa pelo Zênite se chama **Meridiano Local**.
- **Paralelo:** qualquer círculo da esfera celeste paralelo ao equador celeste. É também chamado **círculo diurno**.



E qual é a velocidade angular aparente diariamente do Sol? Como um dia é definido como uma volta completa do Sol, isto é, o Sol percorre 360° em 24 horas, a velocidade aparente é de

$$V_{\text{aparente}} = 360^\circ/24 \text{ h} = 15^\circ/\text{h}$$

Um grau tem 60 minutos de arco e um minuto de arco tem 60 segundos de arco. Logo

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

Como 1 hora tem 60 minutos de tempo e 1 minuto de tempo tem 60 segundos de tempo,

$$1 \text{ h} = 60\text{m} = 3600\text{s}$$

Mas como a rotação da Terra em torno de seu próprio eixo percorre 360° em 24 horas:

$$1 \text{ h} = 15^\circ$$

$$1 \text{ m} = 15'$$

$$1 \text{ s} = 15''$$

Sistemas de Coordenadas

Para determinar a posição de um astro no céu, precisamos definir um sistema de coordenadas. Nesse sistema, vamos utilizar apenas coordenadas angulares, sem nos preocuparmos com as distâncias dos astros. A posição do astro será determinada através de dois ângulos de posição, um medido sobre um plano fundamental, e o outro medido perpendicularmente a ele. Antes de entrarmos nos sistemas de coordenadas astronômicas, convém recordarmos o sistema de coordenadas geográficas, usadas para medir posição sobre a superfície da Terra. Nesse sistema as coordenadas são **latitude** e a **longitude**.

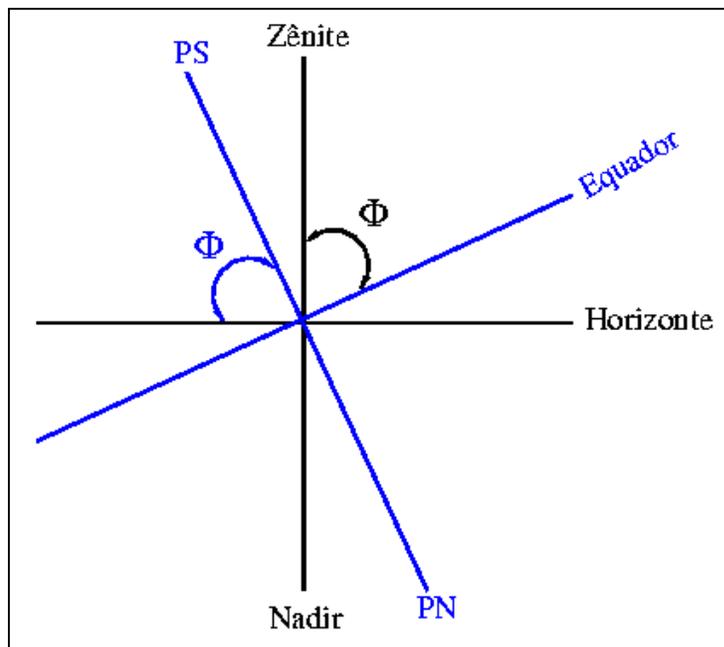
- **Longitude geográfica (λ):** é o ângulo medido ao longo do equador da Terra, tendo origem em um meridiano de referência (o meridiano de Greenwich), e extremidade no meridiano do lugar. Na Conferência Internacional Meridiana, realizada em Washington em outubro de 1884, foi definida variando de 0 a 180° (Oeste de Greenwich) e de 0 a -180° (Leste). Na convenção usada em astronomia, varia entre -12h (Oeste) e +12 (Leste).

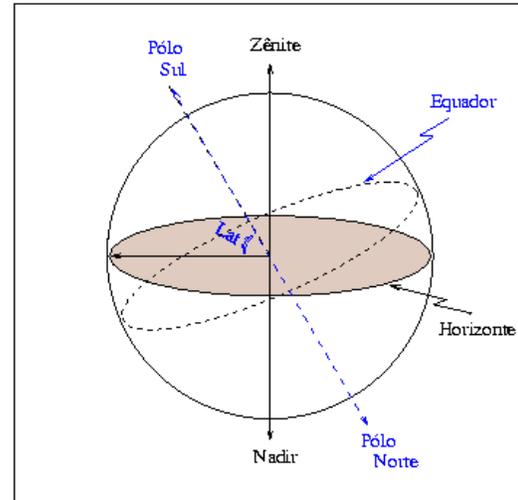
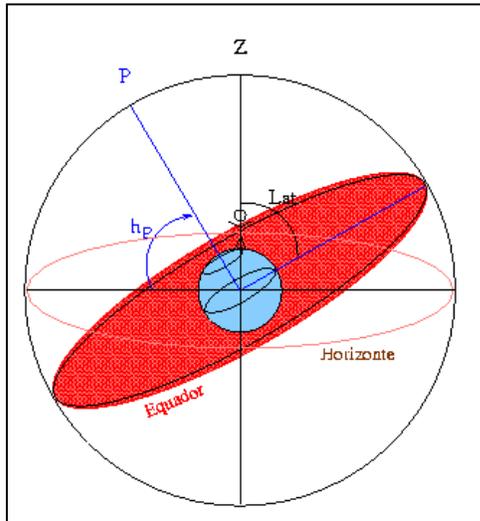
$$-12h \leq \lambda \leq +12h$$

- **Latitude geográfica (Φ):** ângulo medido ao longo do meridiano do lugar, com origem no equador e extremidade no zênite do lugar. Varia entre -90 e +90 . O sinal negativo indica latitudes do hemisfério sul e o sinal positivo hemisfério norte.

$$-90^\circ \leq \Phi \leq +90^\circ$$

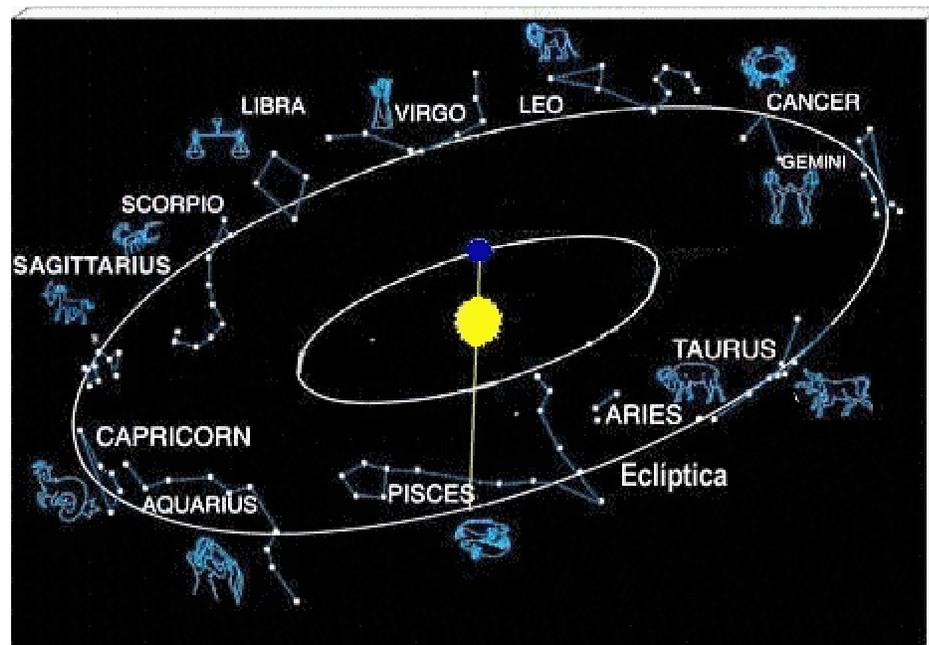
- **Definição astronômica de latitude:** A latitude de um lugar é igual à altura do pólo elevado (h_p).



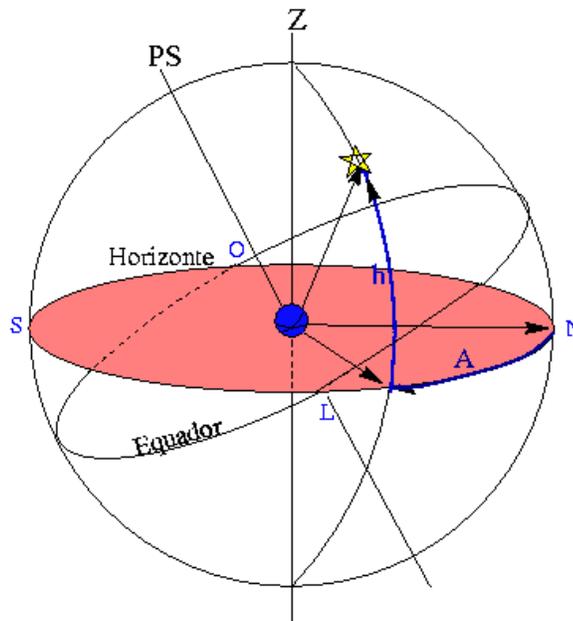
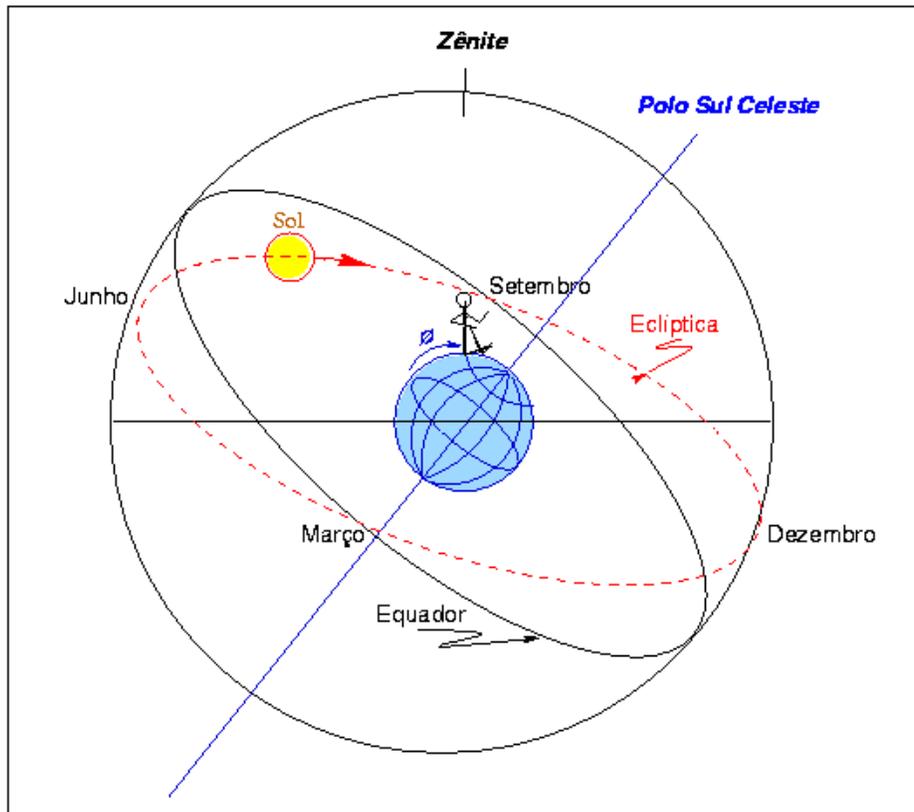


Coordenadas Astronômicas

O plano da **eclíptica** é o plano imaginário contendo a órbita da Terra em volta do Sol. Durante o ano, a posição aparente do Sol está neste plano, assim como todos os planetas estão próximos deste plano, pois foram formados no disco proto-planetário.



O Sistema Horizontal



Esse sistema utiliza como plano fundamental o Horizonte celeste. As coordenadas horizontais são **azimute** e **altura**.

- **Azimute (A):** é o ângulo medido sobre o horizonte, no sentido horário (Norte, Leste, Sul, Oeste), com origem no Norte Geográfico e extremidade no círculo vertical do astro. O azimute varia entre 0 e 360.

$$0^{\circ} \leq A \leq 360^{\circ}$$

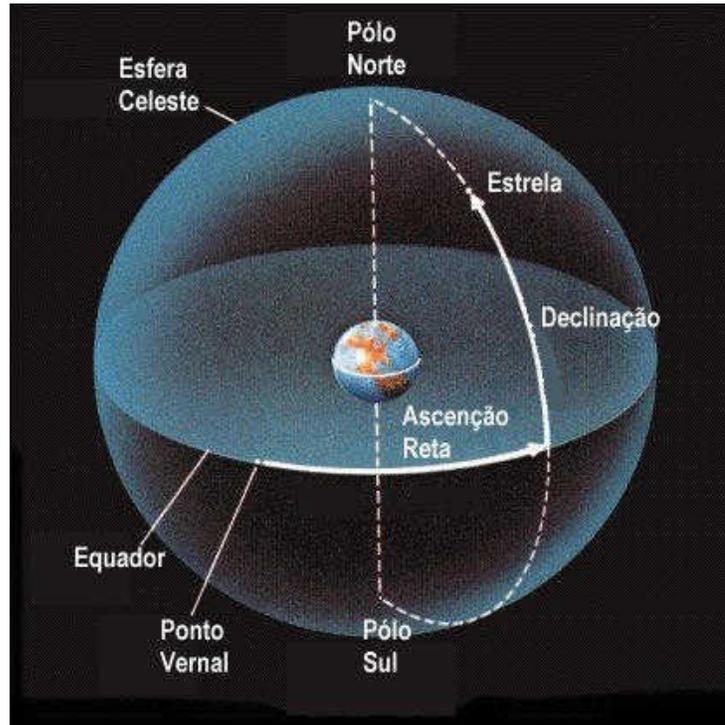
- **Altura (h):** é o ângulo medido sobre o círculo vertical do astro, com origem no horizonte e extremidade no astro. A altura varia entre -90° e $+90^{\circ}$. O complemento da altura se chama **distância zenital (z)**. Assim, a distância zenital é o ângulo medido sobre o círculo vertical do astro, com origem no zênite e extremidade no astro. A distância zenital varia entre 0° e 180° :

$$(h + z = 90^{\circ}) - 90^{\circ} \leq h \leq +90^{\circ}$$

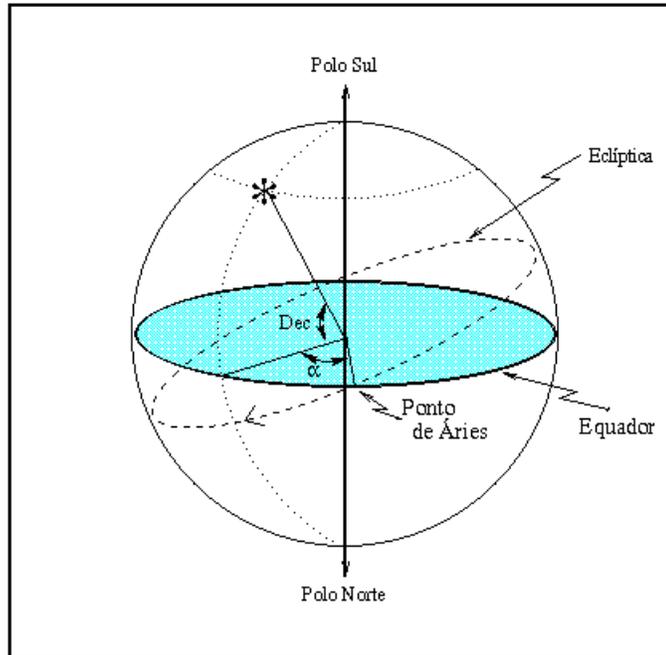
$$0^{\circ} \leq x \leq 180^{\circ}$$

O sistema horizontal é um sistema *local*, no sentido de que é fixo na Terra. As coordenadas azimute e altura (ou azimute e distância zenital) dependem do lugar e do instante da observação, e não são características do astro.

O Sistema Equatorial Celeste



Esse sistema utiliza como plano fundamental o Equador celeste. Suas coordenadas são a **ascensão reta** e a **declinação**.



- **Ascensão reta (α ou AR):** ângulo medido sobre o equador, com origem no meridiano que passa pelo ponto Áries, e extremidade no meridiano do astro. A ascensão reta varia entre 0h e 24h (ou entre 0° e 360°) aumentando para leste.

$$0h \leq \alpha \leq +24h$$

O **Ponto Áries**, também chamado **Ponto Gama (γ)**, ou **Ponto Vernal**, é um ponto do equador, ocupado pelo Sol no equinócio de primavera do hemisfério norte (mais ou menos em 22 de março de cada ano).

- **Declinação (δ):** ângulo medido sobre o meridiano do astro, com origem no equador e extremidade no astro. A declinação varia entre -90° e $+90^\circ$. O complemento da declinação se chama **distância polar (Δ)**. ($\delta + \Delta = 90^\circ$).

$$-90^\circ \leq \delta \leq +90^\circ$$

$$0^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$$

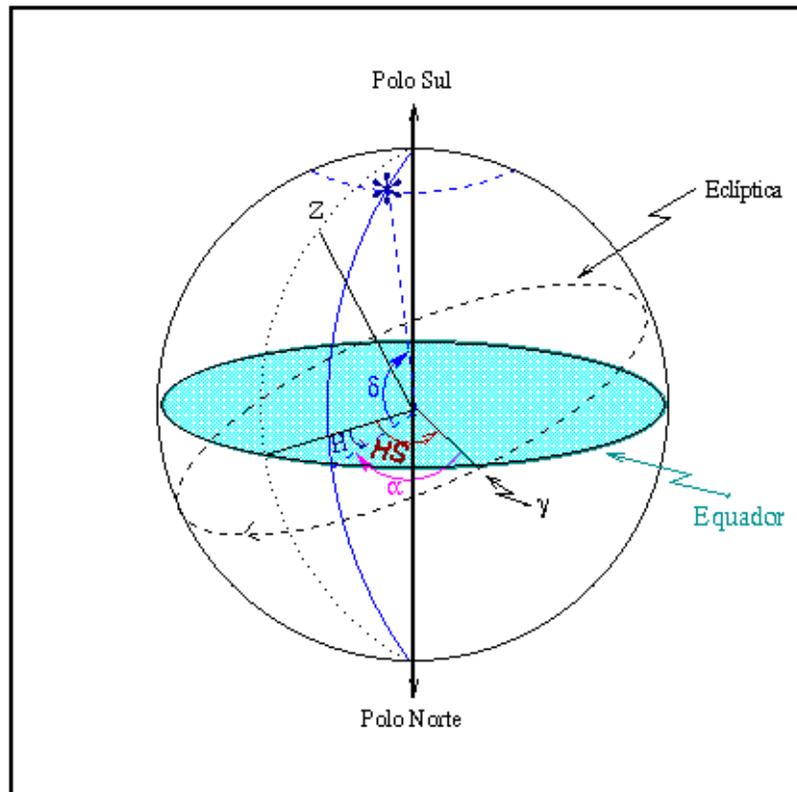
O sistema equatorial celeste é fixo na esfera celeste e, portanto, suas coordenadas *não dependem* do lugar e instante de observação. A ascensão reta e a declinação de um astro permanecem praticamente constantes por longos períodos de tempo, as correções são feitas de 50 anos em média.

Sistema Equatorial Horário

Nesse sistema o plano fundamental continua sendo o Equador, mas a coordenada medida ao longo do equador não é mais a ascensão reta, e sim uma coordenada não constante chamada **ângulo horário**. A outra coordenada continua sendo a **declinação**.

- **ângulo horário (H):** ângulo medido sobre o equador, com origem no meridiano local e extremidade no meridiano do astro. Varia entre -12h e +12h. O sinal negativo indica que o astro está a leste do meridiano, e o sinal positivo indica que ele está a oeste do meridiano.

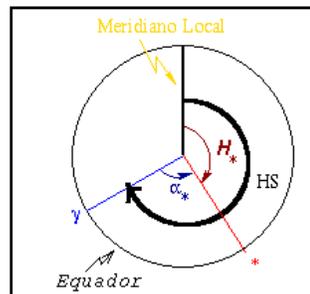
Tempo Sideral



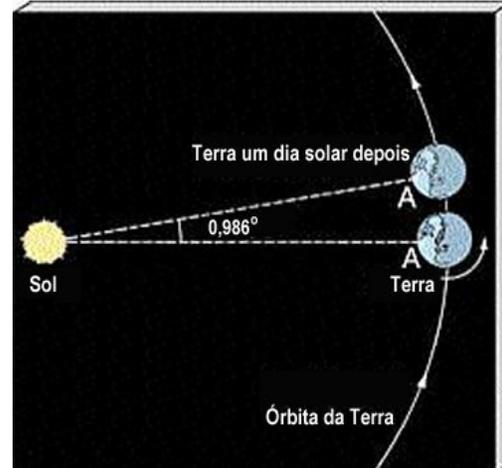
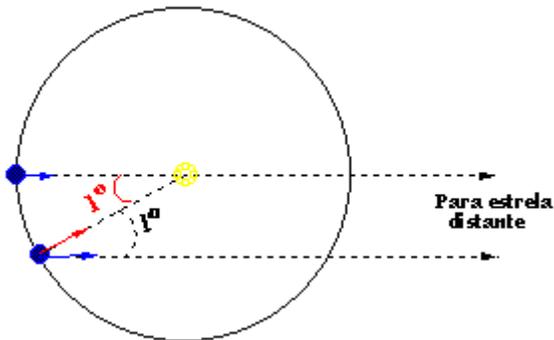
O sistema equatorial celeste e o sistema equatorial horário, juntos, definem o conceito de **tempo sideral**. O tempo sideral, assim como o tempo solar, é uma medida do tempo, e aumenta ao longo do dia.

- **Hora sideral (HS):** ângulo horário do ponto Áries. Pode ser medida a partir de qualquer estrela, pela relação:

$$HS = H^* + \alpha^*$$



- **Dia Sideral:** é o intervalo de tempo decorrido entre duas passagens sucessivas do ponto γ pelo meridiano do lugar.

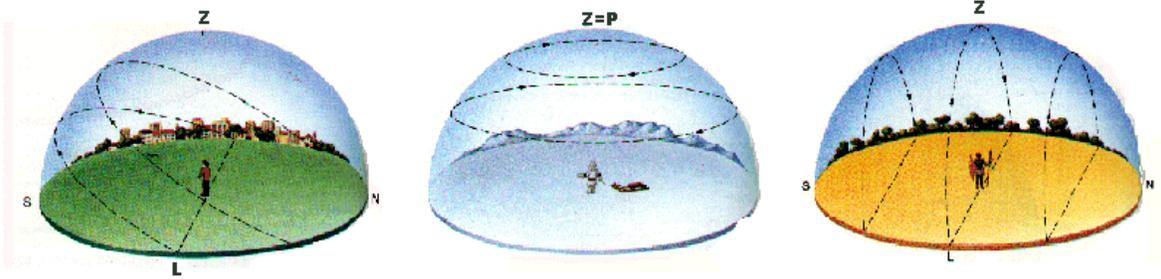


- **Dia Solar:** é o intervalo de tempo decorrido entre duas passagens sucessivas do Sol pelo meridiano do lugar. É 3^m56^s mais longo do que o dia sideral. Essa diferença é devida ao movimento de translação da Terra em torno do Sol, de aproximadamente 1 grau (4 minutos) por dia ($360^\circ/\text{ano} = 0,986^\circ/\text{dia}$). Como a órbita da Terra em torno do Sol é elíptica, a velocidade de translação da Terra em torno do Sol não é constante, causando uma variação diária de $1^\circ 6'$ (4^m27^s) em dezembro, e $53'$ (3^m35^s) em junho.

Movimento Diurno dos Astros

O movimento diurno dos astros, de leste para oeste, é um reflexo do movimento de rotação da Terra, de oeste para leste. Ao longo do dia, todos os astros descrevem no céu **arcos paralelos ao Equador**. A orientação desses arcos em relação ao horizonte depende da latitude do lugar.

- **1. Nos pólos ($\Phi = \pm 90$):** Todas as estrelas do mesmo hemisfério do observador permanecem 24 h acima do horizonte (não têm nascer nem ocaso), e descrevem no céu círculos paralelos ao horizonte. As estrelas do hemisfério oposto nunca podem ser vistas.
- **2. No equador ($\Phi = 0$):** Todas as estrelas nascem e se põem, permanecendo 12h acima do horizonte e 12h abaixo dele. A trajetória das estrelas são arcos perpendiculares ao horizonte. Todas as estrelas do céu (dos dois hemisférios) podem ser vistas ao longo do ano.
- **3. Em um lugar de latitude intermediária:** Algumas estrelas têm nascer e ocaso, outras permanecem 24h acima do horizonte, outras permanecem 24h abaixo do horizonte. As estrelas visíveis descrevem no céu arcos com uma certa inclinação em relação ao horizonte, a qual depende da latitude do lugar.



Passagem Meridiana de um Astro

Chama-se **passagem meridiana** ao instante em que o astro cruza o meridiano local. Durante o seu movimento diurno, o astro realiza duas passagens meridianas, ou duas **culminações**: a culminação superior, ou passagem meridiana superior, ou ainda máxima altura (porque nesse instante a altura do astro atinge o maior valor), e a passagem meridiana inferior, ou culminação inferior. No instante da passagem meridiana superior, cumpre-se a seguinte relação entre z , δ , e Φ :

$$Z = \pm (\delta - \Phi)$$

onde o sinal mais vale se a culminação é feita ao norte do zênite e o sinal menos se a culminação é feita ao sul do zênite.

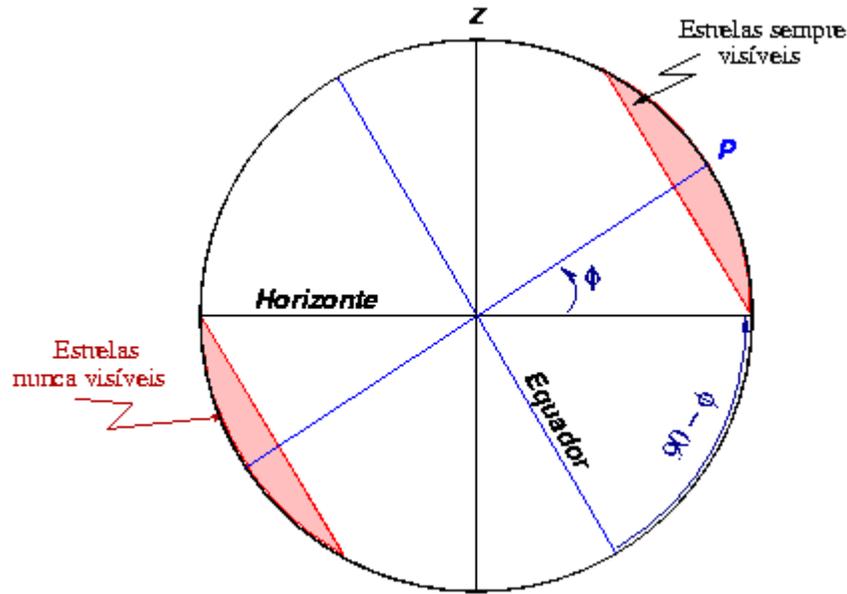
Por exemplo, a galáxia de Andrômeda tem declinação de $+41^\circ$. Em Campinas, com latitude -23° , qual é sua altura máxima? Pela relação anterior, obtemos que sua distância zenital é de $z = \pm [41 - (-23)]^\circ = \pm 64^\circ$. Como a altura é o complemento da distância zenital, as alturas nas passagens meridianas são $90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$, quando ela passa ao norte do zênite, e $90^\circ - (-64^\circ) = 154^\circ$, abaixo do horizonte, quando ela passa ao sul do zênite. Portanto, a altura máxima é 26° . Como esta galáxia tem ascensão reta próxima de 0h, qual é a melhor época para observá-la? Sabemos que o Sol está com AR = 0h próximo de 21 de março. A melhor época para observar um objeto celeste com AR = 0h é 6 meses depois, quando o Sol está em 12h e, portanto, à meia noite a AR = 0h passa pelo meridiano superior.

Estrelas Circumpolares

Estrelas circumpolares são aquelas que não têm nascer nem ocaso, descrevendo seu círculo diurno completo acima do horizonte. Portanto, as estrelas circumpolares fazem as duas passagens meridianas acima do horizonte. Para uma certa estrela com declinação ser circumpolar em um lugar de latitude deve se cumprir a relação:

$$|\delta| \geq 90^\circ - |\Phi|$$

com δ e Φ de mesmo sinal.



Por exemplo, a estrela mais brilhante da constelação do Cruzeiro do Sul tem declinação de -65° . Em Campinas, como a latitude é aproximadamente -23° , essa relação indica:

$|65^\circ| \geq 90^\circ - |-23^\circ|$ verdadeiro porque tanto a declinação quanto a latitude têm o mesmo sinal, negativo neste caso. Essa estrela é circumpolar em Campinas, isto é, está sempre acima do horizonte.

Para se derivar as relações entre os sistemas de coordenadas, é necessário utilizar-se a Trigonometria Esférica.

Trigonometria Esférica

A astronomia esférica, ou astronomia de posição, diz respeito fundamentalmente às direções na qual os astros são vistos, sem se preocupar com sua distância. É conveniente expressar essas direções em termos das posições sobre a superfície de uma esfera - a Esfera Celeste. Essas posições são medidas unicamente em ângulos. Dessa forma, o raio da esfera, que é totalmente arbitrário, não entra nas equações.

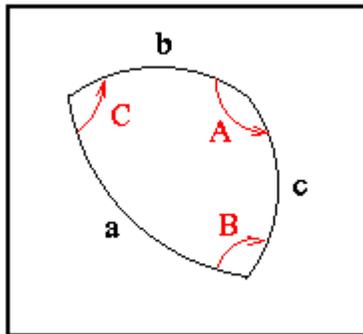
Definições básicas:

Se um plano passa pelo centro de uma esfera, ele a dividirá em dois hemisférios idênticos, ao longo de um **grande círculo**, ou **círculo máximo**. Qualquer plano que corta a esfera sem passar pelo seu centro a intercepta em um círculo menor ou pequeno.

Quando dois círculos máximos se interceptam em um ponto, formam entre si um **ângulo esférico**. A medida de um ângulo esférico é igual á medida do ângulo plano entre as tangentes dos dois arcos que o formam.

Um ângulo esférico também é medido pelo arco esférico correspondente, que é o arco de um círculo máximo contido entre os dois lados do ângulo esférico e distantes 90 de seu vértice. A medida de um arco esférico, por sua vez, é igual ao ângulo que ele subentende no centro da circunferência.

Triângulos esféricos:



Um triângulo esférico não é qualquer figura de três lados sobre a esfera; seus lados devem ser arcos de *grandes círculos*, ou seja, arcos esféricos. Denotamos os ângulos de um triângulo esférico por letras maiúsculas (A,B,C), e os seus lados por letras minúsculas (a,b,c).

Propriedades dos triângulos esféricos

- 1) A soma dos ângulos de um triângulo esférico é sempre maior que 180 graus, e menor do que 270 graus, e não é constante, dependendo do triângulo. De fato, o excesso a 180 graus é diretamente proporcional à área do triângulo.
- 2) A soma dos lados de um triângulo esférico é maior do que zero e menor do que 180 graus.
- 3) Os lados maiores estão opostos aos ângulos maiores no triângulo.
- 4) A soma de dois lados do triângulo é sempre maior do que o terceiro lado, e a diferença é sempre menor.
- 5) Cada um dos lados do triângulo é menor do que 180 graus, e isso se aplica também aos ângulos.

Solução de triângulos esféricos:

Ao contrário da trigonometria plana, não é suficiente conhecer dois ângulos para resolver o triângulo esférico. É sempre necessário conhecer no mínimo três elementos: ou três ângulos, ou três lados, ou dois lados e um ângulo, ou um ângulo e dois lados.

As fórmulas principais para a solução dos triângulos esféricos são:

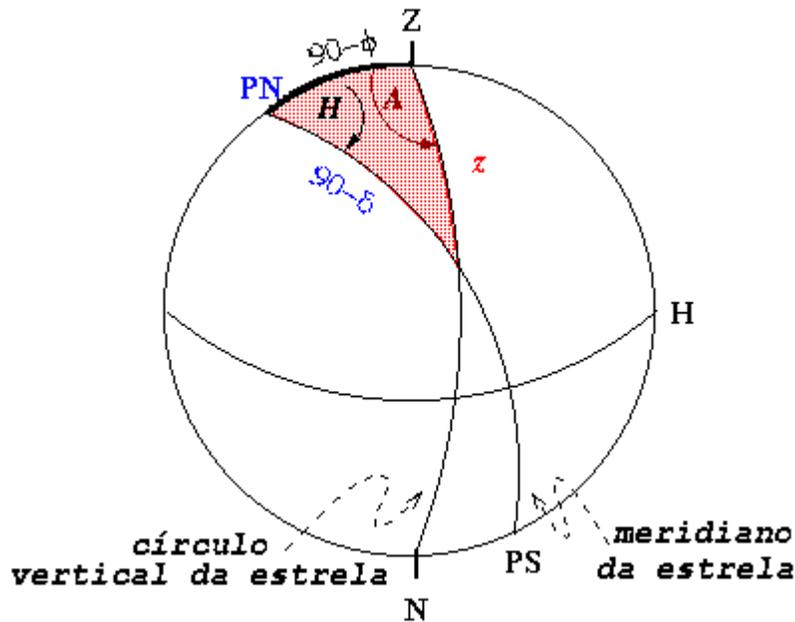
fórmula dos cossenos:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

e a *fórmula dos senos:*

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

O Triângulo de Posição



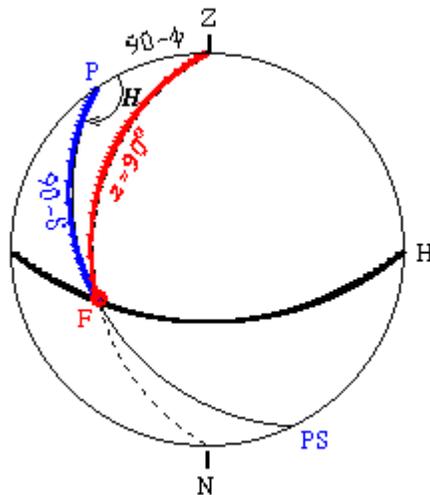
Denomina-se triângulo de posição o triângulo situado na esfera celeste cujos vértices são o pólo elevado, o astro e o zênite.

Os lados e ângulos do triângulo de posição são:

- arco entre o zênite e o pólo = $(90^\circ - \Phi)$
- arco entre o zênite e astro = z
- arco entre o pólo e o astro = $(90^\circ - |\delta|)$
- ângulo com vértice no zênite = A (no hemisfério norte) ou $A - 180^\circ$ (no hemisfério sul)
- ângulo com vértice no pólo = H
- ângulo com vértice na estrela

O triângulo de posição é usado para derivar as coordenadas do astro quando conhecida a posição geográfica do lugar, ou determinar as coordenadas geográficas do lugar quando conhecidas as coordenadas do astro, Também permite fazer as transformações de um sistemas de coordenada para outro.

Relações entre distância zenital (z), azimute (A), ângulo horário (H), e declinação (δ).



Pela fórmula dos cossenos, podemos tirar quatro relações entre os sistemas de coordenadas:

$$\cos z = \cos (90^\circ - \phi) \cos (90^\circ - \delta) + \text{sen} (90^\circ - \phi) \text{sen} (90^\circ - \delta) \cos H$$

$$\text{sen} \delta = \text{sen} \phi \cos z + \cos \phi \text{sen} z \cos A$$

$$\cos H = \cos z \sec \phi \sec \delta - \tan \phi \tan \delta$$

$$\cos A = \text{sen} \delta \csc z \sec \phi - \tan \phi \cot z$$

Por exemplo, se pode derivar que para uma estrela de declinação, em um local de latitude, o ângulo horário ao se pôr (ocaso) é:

$$\cos \widehat{ZF} = \cos \widehat{PZ} \cos \widehat{PF} + \text{sen} \widehat{PZ} \text{sen} \widehat{PF} \cos \widehat{ZPF}$$

ou

$$\cos 90^\circ = \text{sen} \phi \text{sen} \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

ou seja:

$$\cos H = - \tan \phi \tan \delta$$

Com esta fórmula podemos calcular, por exemplo, quanto tempo o Sol permanece acima do horizonte em um certo lugar e em uma certa data do ano, pois para qualquer astro o tempo de permanência acima do horizonte será 2 vezes o ângulo horário desse astro no momento do nascer ou ocaso.

Exemplo, quanto tempo permanecerá o Sol acima do horizonte em Campinas, cuja latitude é 23° , no dia do Solstício de verão no hemisfério sul, em que a declinação do Sol é de $23^\circ 27'$? Usando a fórmula acima, temos $\cos H = -\tan(23^\circ) \tan(-23^\circ 27') = -0,1841$
 $\Rightarrow H = 100,61^\circ$, ou $2H = 13h 24' 52''$.

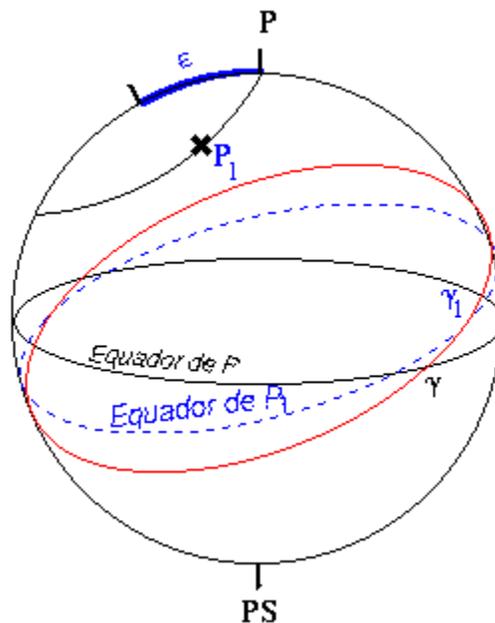
Especificamente, em Campinas, o Sol estará acima do horizonte aproximadamente 13h e 14 min em 21 de dezembro, e 10h e 25 min em 21 de junho. Note que a diferença de 10 minutos é devido à definição de que o dia começa com a borda superior do Sol no horizonte, e o dia termina com a borda superior do Sol no horizonte, e não o centro do disco solar, como assumido na fórmula acima.

O azimute do astro no nascer (ou ocaso) também pode ser deduzido da figura:

$$\cos A = \operatorname{sen} \delta \operatorname{sec} \phi$$

$$\cos A = \operatorname{sen}(-23^\circ 27') \operatorname{sec}(23^\circ) = -0,39$$

Logo $A = 113,45^\circ$ ($236,75^\circ$), o que significa entre o leste e o sul.



Efeito da precessão dos equinócios na ascensão reta e declinação

Seja $\tau = 23,5^\circ$ a obliquidade da eclíptica, e seja $\Delta\lambda$ a variação da longitude eclíptica de uma estrela, pela mudança de γ para γ_1 , devido à precessão do polo, de P para P_1 :

$$\Delta\delta = \Delta\gamma \operatorname{sen} \tau \cos \alpha$$

$$\Delta\alpha = \Delta\lambda [\cos \tau + \sin \tau \sin \alpha \tan \delta]$$

Determinar a separação angular entre duas estrelas

A separação angular entre duas estrelas é a distância medida ao longo do círculo máximo passando pelas duas estrelas. Sejam A e B as duas estrelas, e sejam α_A , δ_A , α_B e δ_B as suas coordenadas.

Podemos construir um triângulo esférico em que um dos lados seja a separação angular entre elas e os outros dois lados sejam as suas distâncias polares, ou seja, os arcos ao longo dos meridianos das estrelas desde o pólo (P) até as estrelas.

Pela fórmula dos cosenos temos:

$$\cos \widehat{AB} = \cos \widehat{PA} \cos \widehat{PB} + \sin \widehat{PA} \sin \widehat{PB} \cos \widehat{APB}$$

Onde:

$$\begin{aligned} \widehat{AB} &= \text{distância polar entre A e B} \\ \widehat{PA} &= \text{distância polar de A} = 90^\circ - \delta_A \\ \widehat{PB} &= \text{distância polar de B} = 90^\circ - \delta_B \\ \widehat{APB} &= \text{ângulo entre o meridiano de A e B} = \alpha_A - \alpha_B \end{aligned}$$

E portanto:

$$\begin{aligned} \cos \widehat{PA} &= \sin \delta_A \\ \cos \widehat{PB} &= \sin \delta_B \\ \sin \widehat{PA} &= \cos \delta_A \\ \sin \widehat{PB} &= \cos \delta_B \\ \cos \widehat{APB} &= \cos (\alpha_A - \alpha_B) \end{aligned}$$

E finalmente:

$$\cos \widehat{AB} = \sin \delta_A \sin \delta_B + \cos \delta_A \cos \delta_B \cos(\alpha_A - \alpha_B)$$

Exemplo:

Qual o tamanho da constelação do Cruzeiro do Sul, medido pelo eixo maior da Cruz?

O eixo maior da Cruz é formado pelas estrelas γ_{acrux} ($\alpha = 12\text{h}31\text{m}11\text{s}$ e $\delta = -57^\circ 07'$) e α_{acrux} ($\alpha = 12\text{h}26\text{m}37\text{s}$ e $\delta = -63^\circ 06'$).

Chamando D o tamanho do eixo maior da Cruz, e aplicando a equação acima, temos:

$$\cos D = \operatorname{sen} \delta(\gamma) \operatorname{sen} \delta(\alpha) + \cos \delta(\gamma) \cos \delta(\alpha) \cos(\alpha(\gamma) - \alpha(\alpha))$$

$$\delta(\gamma) = -57^{\circ}07' = -57.11^{\circ}$$

$$\alpha(\gamma) = 12\text{h}31\text{m}11\text{s} = 187.80^{\circ}$$

$$\delta(\alpha) = -63^{\circ}06' = -63.10^{\circ}$$

$$\alpha(\alpha) = 12\text{h}26\text{m}37\text{s} = 186.65^{\circ}$$

Substituindo esses valores na equação temos:

$$\cos D = \operatorname{sen} \delta(-57.11^{\circ}) \operatorname{sen} \delta(-63.10^{\circ}) + \cos \delta(-57.11^{\circ}) \cos \delta(63.10^{\circ}) \cos(187.8^{\circ} - 186,65^{\circ})$$

Portanto:

$$\cos D = 0,995 \Rightarrow D = 5.73^{\circ} \text{ ou } D = 5^{\circ}43\text{m}55\text{s}$$

Medidas de Tempo

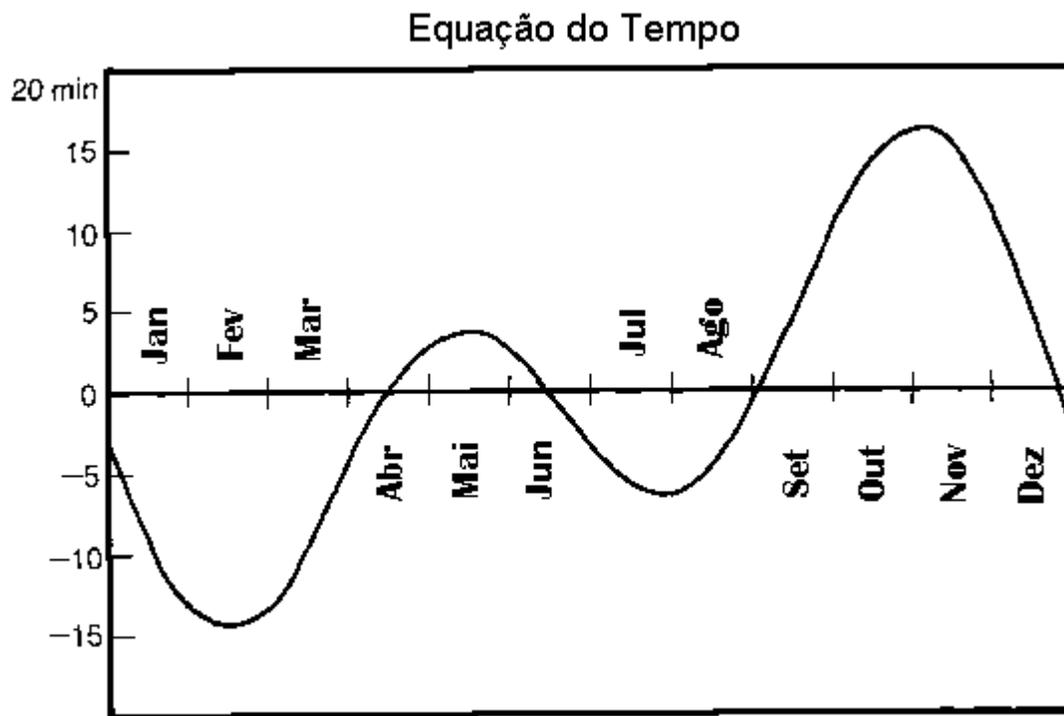
A medida do tempo se baseia no movimento de rotação da Terra, que provoca a rotação aparente da esfera celeste.

Tempo Solar

O tempo solar toma como referência o Sol.

Tempo solar verdadeiro: é o ângulo horário do centro do Sol. Ou seja é a posição real do Sol na eclíptica.

Tempo solar médio: é o ângulo horário do centro do **sol médio**. O sol médio é um sol fictício, que se move ao longo do Equador celeste (ao passo que o Sol verdadeiro se move ao longo da Eclíptica), com velocidade angular constante, de modo que os dias solares médios são iguais entre si (ao passo que os dias solares verdadeiros não são iguais entre si porque o movimento do Sol na eclíptica não tem velocidade angular constante). Mas o movimento do Sol na eclíptica é anualmente periódico, assim o ano solar médio é igual ao ano solar verdadeiro.



Equação do Tempo: é a diferença entre o Tempo Solar Verdadeiro e o Tempo Solar Médio. Seu maior valor positivo é cerca de 16 minutos e seu maior valor negativo é cerca de 14 minutos. Esta é a diferença entre o meio dia verdadeiro (passagem meridiana do Sol), e o meio dia do Sol médio. Quando se faz a determinação da longitude de um local pela

medida da passagem meridiana do Sol, se não corrigirmos a hora local do centro do meridiano pela equação do tempo, poderemos introduzir um erro de até 4 graus na longitude.

Se pode também derivar que a **equação do tempo**, definida como o ângulo horário do Sol, menos o ângulo horário do sol médio, pode ser expressa como:

$$E = (l_{\odot} - a_{\odot}) - (l_{\odot} - l_{\odot}^-)$$

onde l_{\odot} é a longitude eclíptica do Sol e l_{\odot}^- a longitude do Sol médio. Esta equação divide o problema em dois termos, o primeiro chamado de *redução ao equador*, leva em conta que o Sol real se move na eclíptica enquanto o Sol médio, fictício, se move no equador, e o segundo de *equação do centro*, que leva em conta a elipticidade da órbita.

A quantidade tabulada no *Astronomical Ephemeris* não é diretamente E , mas a efeméride do Sol no trânsito. Esta efeméride é o instante da passagem do Sol pelo meridiano da efeméride, e é 12 horas menos a equação do tempo naquele instante.

Tempo civil (Tc): é o tempo solar médio acrescido de 12 horas, isto é, usa como origem do dia o instante em que o sol médio passa pelo meridiano inferior do lugar. A razão da instituição do tempo civil é não mudar a data durante as horas de maior atividade da humanidade nos ramos financeiros, comerciais e industriais, o que acarretaria inúmeros problemas de ordem prática.

Tempo universal (TU): é o tempo civil de Greenwich. Note que os tempos acima são **locais**, dependendo do ângulo horário do Sol, verdadeiro ou médio. Se medirmos diretamente o tempo solar, este vai provavelmente ser diferente daquele que o relógio marca, pois não usamos o tempo local na nossa vida diária, mas o tempo do *fuso horário* mais próximo.

Fusos Horários

De acordo com a definição de tempo civil, lugares de longitudes diferentes têm horas diferentes, porque têm meridianos diferentes. Inicialmente, cada nação tinha a sua hora, que era a hora do seu meridiano principal. Por exemplo, a Inglaterra tinha a hora do meridiano que passava por Greenwich, a França tinha a hora do meridiano que passava por Paris.

Como as diferença de longitudes entre os meridianos escolhidos não eram horas e minutos exatos, as mudança de horas de um país para outro implicavam cálculos incômodos, o que não era prático. Para evitar isso adotou-se o convênio internacional dos **fusos horários**.

Cada fuso compreende 15° (= 1 h). Fuso zero é aquele cujo meridiano central passa por Greenwich. Os fusos variam de **0h a +12h para leste** de Greenwich e de **0h a -12h para oeste** de Greenwich. Todos os lugares de um determinado fuso têm a hora do meridiano central do fuso.

Hora legal: é a hora civil do meridiano central do fuso.

Fusos no Brasil: o Brasil abrange quatro fusos:

- -2h: arquipélago de Fernando de Noronha
- -3h: estados do litoral, Minas, Goiás, Tocantins, parte oriental do Pará
- -4h: parte ocidental do Pará, parte oriental do Amazonas, Mato Grosso do Norte e Mato Grosso do Sul.
- -5h: parte ocidental do Amazonas e Acre.

Tempo Atômico Internacional: desde 1967, quando um segundo foi definido como 9.192.631 770 vezes o período da luz emitida pelo isótopo 133 do Césio, no nível fundamental, passando do nível hiperfino $F = 4$ para $F = 3$, se usa o TAI, dado por uma média de vários relógios atômicos muito precisos. Hoje em dia se usa a transição maser do hidrogênio, ainda mais precisa. O TAI varia menos de 1 segundo em 3 milhões de anos. Mas existem objetos astronômicos ainda mais precisos, como a estrela anã branca G117-B15A, cujo período de pulsação ótica varia menos de 1 segundo em 10 milhões de anos, e pulsares em rádio, ainda mais precisos.

Calendário

A todo momento fazemos referência a algum sistema de contagem do tempo sem nos darmos conta das dificuldades que surgiram para sua padronização e sua adequação com os fenômenos sazonais.

Mas qual teria sido a origem da designação dos nossos dias, como os conhecemos hoje? Por que o ano tem 12 meses e a semana sete dias? Por que o ano começa em 1º de janeiro? Por que alguns anos são bissextos e outros não? Por que os meses e dias da semana têm esses nomes?

A relação entre o calendário e a Astronomia é direta. Cedo, o homem sentiu necessidade de dividir o tempo para comemorar suas festas religiosas e, principalmente, para saber a época de suas atividades agrícolas e comerciais.

Os primeiros povos tinham dois sistemas básicos para contagem de longos períodos de tempo que eram baseados nos movimentos do Sol e da Lua. No caso do Sol, geralmente toma-se como referência o ano trópico, cujo intervalo de tempo entre dois solstícios de verão consecutivos, hoje sabemos, é 365,2422 dias. Já os calendários lunares são baseados no período de 12 lunações, ou seja, 354,36708 dias. Uma lunação é o intervalo entre duas luas novas consecutivas e dura 29,53059 dias.

Por algum tempo utilizou-se exclusivamente o calendário lunar. Como para ocorrerem 12 lunações são necessários 354 dias, faltavam, ainda, cerca de dez dias para o Sol ocupar a mesma posição na eclíptica. Consequentemente, as estações do ano iriam ocorrer, pelo calendário lunar, a cada ano, cerca de dez dias mais cedo. Imagine o

transtorno que isso traria aos povos que dependiam diretamente dos fenômenos sazonais (plantio, caça, pesca, etc.)!

Os egípcios, cujos trabalhos no calendário remontam a 4 milênios antes de Cristo, utilizaram inicialmente um ano de 360 dias começando com a enchente anual do Nilo, que acontecia quando a estrela Sírius, a mais brilhante estrela do céu e se localiza na constelação do Cão Maior, nascia logo antes do nascer do Sol. Mais tarde, quando o desvio na posição do Sol se tornou notável, 5 dias foram adicionados. Mas ainda havia um lento deslocamento, que somava 1 dia a cada 4 anos. Então os egípcios deduziram que o comprimento do ano era de 365,25 dias. Já no ano 238 a.C., o Rei Ptolomeu III ordenou que um dia extra fosse adicionado ao calendário a cada 4 anos, como no ano bissexto atual.

Nosso calendário atual está baseado no antigo calendário romano, que era lunar. Como o período sinódico da Lua é de 29,5 dias, um mês tinha 29 dias e o outro 30 dias, o que totalizava 354 dias. Então a cada três anos era introduzido um mês a mais para completar os 365,25 dias por ano em média. Os anos no calendário romano eram chamados de a.u.c. (ab urbe condita), a partir da fundação da cidade de Roma. Neste sistema, o dia 11 de janeiro de 2000 marcou o ano novo do 2753 a.u.c. A maneira de introduzir o 13º mês se tornou muito irregular, de forma que no ano 46 a.C. Júlio César (Gaius Julius Caesar, 102-44 a.C.), orientado pelo astrônomo Alexandrino Sosígenes (90 -? a.C.), reformou o calendário, introduzindo o **Calendário Juliano**, de doze meses, no qual a cada três anos de 365 dias seguia outro de 366 dias (**ano bissexto**). Ainda assim, alguns povos utilizam até hoje o calendário exclusivamente lunar, como os árabes. Já os judeus utilizam um calendário lunissolar. O mundo ocidental usa o calendário solar, embora ainda guarde alguns resquícios do antigo calendário lunar, como os 12 meses, originários das 12 lunações.

É importante distinguir dois tipos de anos:

- **Ano sideral:** é o período de revolução da Terra em torno do Sol com relação às estrelas. Seu comprimento é de 365,2564 dias solares médios, ou 365d 6h 9m 10s.
- **Ano tropical:** é o período de revolução da Terra em torno do Sol com relação ao Equinócio Vernal, isto é, com relação ao início das estações. Seu comprimento é 365,2422 dias solares médios, ou 365d 5h 48m 46s. Devido ao movimento de precessão da Terra, o ano tropical é levemente menor do que o ano sideral. O calendário se baseia no ano tropical.

Os Primeiros Calendários Romanos

Calendário de Rômulo

Este calendário, criado por Rômulo (753-717 a.C.), tinha 304 dias divididos em dez meses, cada mês variando entre 16 e 36 dias. Posteriormente, o número de dias de cada mês teria 30 ou 31 dias, compreendendo dez meses lunares, sendo que o ano deveria sempre se iniciar no equinócio da primavera. Ora, como o ano trópico tem 365,2422 dias, eles deveriam ter algum sistema para corrigir o déficit de 61 dias, mas não se sabe qual era esse

processo. Mesmo que houvesse algum método engenhoso, sabe-se que este calendário teve pouca duração, pois os meses flutuavam pelas estações do ano.

Os nomes dos meses foram provavelmente o único legado deste calendário:

1° Martius (31 dias)	6° Sextilis (30 dias)
2° Aprilis (30 dias)	7° Septembre (31 dias)
3° Maius (31 dias)	8° Octobre (31 dias)
4° Junius (30 dias)	9° Novembre (31 dias)
5° Quintilis (31 dias)	10° Decembre (30 dias)

Calendário de Numa Pompilo

Na época do imperador Numa Pompilo (717-673 a.C.), sucessor de Rômulo, foram feitas algumas modificações no calendário. Os romanos daquela época eram extremamente supersticiosos e consideravam números pares como fatídicos. Então aboliram os meses de 30 dias, que passaram a ter 31 ou 29 dias. Além disso, aumentou-se para 12 o número de meses, sendo introduzidos *Januarius* (29 dias), em homenagem a Jano, deus com duas caras, e *Februarius* (28 dias), deus dos infernos e das purificações. Esses meses eram, respectivamente, o décimo primeiro e o décimo segundo do ano, permanecendo o início em *Martius*. Com os 355 dias desse calendário, ainda havia uma diferença de 10,25 dias para o calendário solar. Para corrigir isso, era acrescentado, periodicamente, no final do ano, um mês denominado intercalar, chamado *Mercedonius* (segundo alguns deriva de *merces* - renda, imposto, porque nessa época eram recolhidos os impostos).

A periodicidade obedecia um ciclo de 24 anos chamado pompiliano, que era subdividido em períodos de quatro anos. Os anos que tinham numeração ímpar neste ciclo e o último (o 24) tinham 12 meses de 355 dias; os restantes tinham 13 meses (com o intercalar que poderia ter 22 ou 23 dias). *Mercedonius* tinha 22 dias quando se intercalava no 2°, 6°, 10°, 18°, 20° e 22° ano do ciclo pompiliano, e 23 dias quando no 4°, 8°, 12° e 16° ano do ciclo, contendo, portanto, *Februarius*, 28 dias nos anos ordinários, e 50 ou 51 dias nos anos com intercalação. Isto porque o mês intercalar não vinha após *Februarius*, mas no meio deste. Depois de “23 de *Februarius*” contava-se 1, 2, 3...22 ou 23 *Mercedonius*, e retornava-se para o 24° dia de *Februarius*.

O ano de Numa Pompilo tinha, portanto, 12 meses com 355 dias e quando havia a intercalação, alternadamente 377 ou 378, ou seja, num período de quatro anos, tínhamos: 355, 377, 355 e 378 dias, dando uma média de 366,24 dias.

Os dois últimos períodos de quatro anos do ciclo de 24 anos tinham, respectivamente, 371 e 372 dias, em vez de 377 e 378, eliminando 12 dias em 24 anos, o que provocou um ano ligeiramente maior que 365 dias.

Com isso conseguiu-se um calendário bastante razoável, embora um pouco complicado para o povo romano.

A intercalação dos meses e o controle dos números de dias eram atributos dos pontífices. É importante notar que estes acabaram tendo em suas mãos o poder sobre a época da investidura dos cônsules. Assim os responsáveis pela observância das regras da intercalação adiavam ou antecipavam a introdução do mês *Mercedonius*, primeiramente pela conveniência de prolongarem as magistraturas ou para favorecimento de amigos. Desse modo acabaram perdendo o controle sobre o calendário, e em pouco tempo o caos havia se formado.

A duração dos meses no calendário de Numa Pompilo ficou assim:

Mês	Período			
	01	02	03	04
1° Martius	31	31	31	31
2° Aprilis	29	29	29	29
3° Maius	31	31	31	31
4° Junius	29	29	29	29
5° Quintilis	31	31	31	31
6° Sextilis	29	29	29	29
7° Septembre	29	29	29	29
8° Octobre	31	31	31	31
9° Novembre	29	29	29	29
10° Decembre	29	29	29	29
11° Januarius	29	29	29	29
12° Februarius	29	23	28	24
13° Mercedonius	22	---	23	---
Resto de Februarius	---	05	---	04
Total de dias	355	377*	355	378*

* Nos dois últimos períodos de quatro anos num ciclo de 24 anos, os anos pares tinham sua duração reduzida para 371 e 372 dias, respectivamente.

Calendário Juliano

O imperador Júlio César (100-44 a.C.) tomou para si a tarefa de reordenar o calendário, chamando para isso o astrônomo Sosígenes.

Dentre as modificações introduzidas temos:

1- O ano se iniciaria em *Januarius*, e não mais em *Martius*. Para isso ele fez com que *calendas januaris* (1° de janeiro) coincidissem com a primeira Lua nova depois do solstício de inverno, que naquela época se dava em *antediem VIII calendas januarii* (25/12). Júlio César atendeu, assim, as antigas crenças dos calendários solar e lunar.

2- O ano teria 365 dias, sendo que de quatro em quatro anos haveria um dia excedente em *Februarius*: o *bis VI antedem calendas martii*, onde antes se intercalava o *Mercedonius*.

O ano anterior ao uso do calendário juliano é conhecido como ano da confusão, pois foram feitas várias modificações nesse ano para preparar o calendário para a reforma; houve 15 meses com 445 dias.

Júlio César, após ser assassinado em 44 a.C., foi homenageado e, para isso, lhe foi reservado o mês *Julius*, antigo *Quintilis*.

Os pontífices encarregados de regular o calendário e de acompanhar as observâncias das leis erraram nas interpretações das regras do calendário e estavam tornando bissextos os anos em intervalos de três anos, ao invés de quatro em quatro. Com isso, nos 37 primeiros anos foram considerados 12 anos bissextos: 42, 39, 36, 33, 30, 27, 24, 21, 18, 15, 12 e 9 A.C., quando deveriam ser nove: 41, 37, 33, 29, 25, 21, 17, 13 e 9, produzindo uma diferença de três dias.

César Augusto (44 a.C. - 37 d.C.) decretou que não se fizessem bissextos os três anos seguintes que deveriam sê-los, ou seja, 5 e 1 a.C., assim como 4 d.C.

Graças a essas contribuições, o imperador foi homenageado com seu nome no lugar de *Sextilis*, mês em que nasceu, que passou a ter 31 dias, o mesmo número de *Julius*, visto que sendo imperador, como Júlio César, ambos deveriam merecer a mesma homenagem. Com o aumento no número de dias de *Augustus*, o prejudicado foi o mês de *Februarius*, que passou a ter 28 ou 29 dias.

Calendas, Nonas e Idos

Na Roma antiga os meses eram divididos em três partes, denominadas: calendas, nonas e idos. Estas eram ainda contadas de trás para frente, e assim 2 de janeiro era *antediem IV nonas januarii*; 10 de março era *antediem VI idus martii*; e o primeiro dia do mês era simplesmente *Kalendae*, daí o nome calendário.

Quando o calendário romano era exclusivamente lunar, o primeiro dia das calendas (e dos meses) fazia-se coincidir com a Lua nova, as nonas na Lua crescente e os idos na Lua cheia. Depois abandonou-se o sistema de contagem baseado nas fases da Lua e os dias passaram a ser predeterminados. As calendas passaram a corresponder ao primeiro dia do mês, já as nonas e os idos aos dias 7 e 15 nos meses de março, maio, julho e outubro, e aos dias 5 e 13 nos outros meses.

Calendário Juliano	dias	Calendário Juliano depois de Augustus	dias
1º Januarius	31	1º Januarius	31
2º Februarius	29 ou 30	2º Februarius	28 ou 29
3º Martius	31	3º Martius	31
4º Aprilis	30	4º Aprilis	30
5º Maius	31	5º Maius	31
6º Junius	30	6º Junius	30

7° Quintilis	31	7° Julius	31
8° Sextilis	30	8° Augustus	31
9° September	30	9° Septembre	30
10° October	31	10° Octobre	31
11° November	30	11° Novembre	30
12° December	31	12° Decembre	31

Calendário Gregoriano

Mesmo após a reforma juliana, havia algumas incorreções que só se tornaram apreciáveis depois de muitos séculos.

Com a reforma juliana passou-se a considerar o ano com 365 dias, havendo a intercalação de quatro em quatro anos de um ano com 366 dias, o que tornava na média a duração do ano com 365,25 dias. Mas como o ano trópico tem 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 47,5 segundos, restando, portanto, uma diferença de 11 minutos e 12,5 segundos, a cada quatro anos aumentava-se 24 horas, quando na verdade deveria aumentar-se 23 horas, 15 minutos e 10 segundos.

Com essa diferença temos, a cada 128,5 anos, um atraso de um dia nas datas dos equinócios e solstícios.

Em 325 d.C., o concílio de Nicéia (atual Iznik, Turquia) fixou a data da Páscoa como sendo *o primeiro domingo depois da Lua Cheia que ocorre em ou após o equinócio Vernal*, fixado em 21 de março.

O sistema de numeramento dos anos **d.C.** (depois de Cristo) foi instituído no ano 527 d.C. pelo abade romano Dionysius Exiguus (?-544), que estimou que o nascimento de Cristo ocorrera em 25 de dezembro de 754 a.u.c., que ele designou como 1 d.C. Em 1613 Johannes Kepler (1571-1630) publicou o primeiro trabalho sobre a cronologia e o ano do nascimento de Jesus. Neste trabalho Kepler demonstrou que o calendário Cristão estava em erro por cinco anos, e que Jesus tinha nascido em 4 a.C., uma conclusão atualmente aceita. O argumento é que Dionysius Exiguus assumiu que Cristo nascera no ano 754 da cidade de Roma, correspondente ao ano 46 Juliano, definindo como o ano um da era cristã. Entretanto vários historiadores afirmavam que o rei Herodes, que faleceu depois do nascimento de Cristo, morreu no ano 42 Juliano. Deste modo, o nascimento ocorrera em 41 Juliano, 5 anos antes do que Dionysius assumira. Como houve uma conjunção de Júpiter e Saturno em 17 de setembro de 7 a.C., que pode ter sido tomada como a *estrela guia*, sugerindo que o nascimento pode ter ocorrido nesta data. Outros historiadores propõem que houve um erro na determinação da data de falecimento de Herodes, que teria ocorrido *depois* do ano 42 Juliano e, conseqüentemente, o nascimento de Jesus também teria ocorrido um pouco mais tarde, entre os anos 3 e 2 da era cristã. Nessa época ocorreram diversas conjunções envolvendo Júpiter, começando com uma conjunção com Vênus em agosto de 3 a.C., seguida por três conjunções seguidas com Regulus, e terminando com mais uma conjunção muito próxima com Vênus, em julho de 2 a.C. Essa série de eventos teria chamado a

atenção dos reis magos que teriam, então passado a seguir na direção de Júpiter. Segundo essa interpretação, portanto, Júpiter teria sido a estrela guia, ou estrela de Belém.

Em 1582, durante o papado de Gregório XIII (Ugo Boncampagni, 1502-1585), o equinócio vernal já estava ocorrendo em 11 de março, antecipando muito a data da Páscoa. Daí foi deduzido que o ano era mais curto do que 365,25 dias (hoje sabemos que tem 365,242199 dias). Essa diferença atingia 1 dia a cada 128 anos, sendo que nesse ano já completava 10 dias. O papa então introduziu nova reforma no calendário, sob orientação do astrônomo jesuíta alemão Christopher Clavius (1538-1612), para regular a data da Páscoa, instituindo o **Calendário Gregoriano**.



Papa Gregório XIII

As reformas, publicada na bula papal *Inter Gravissimas* em 24.02.1582, foram:

5. tirou 10 dias do ano de 1582, para recolocar o Equinócio Vernal em 21 de março. Assim, o dia seguinte a 4 de outubro de 1582 (quinta-feira) passou a ter a data de 15 de outubro de 1582 (sexta-feira).
6. introduziu a regra de que anos múltiplos de 100 não são bissextos a menos que sejam também múltiplos de 400. Portanto o ano 2000 foi bissexto.
7. o dia extra do ano bissexto passou de 25 de fevereiro (sexto dia antes de março, portanto bissexto) para o dia 28 de fevereiro e o ano novo passou a ser o 1º de janeiro.

Estas modificações foram adotadas imediatamente nos países católicos, como Portugal e, portanto, no Brasil, na Itália, Espanha, França, Polônia e Hungria, mas somente em setembro de 1752 na Inglaterra e Estados Unidos, onde o 2 de setembro de 1752 foi seguido do 14 de setembro de 1752, e somente com a Revolução Bolchevista na Rússia, quando o dia seguinte ao 31 de janeiro de 1918 passou a ser o 14 de fevereiro de 1918. Cada país, e mesmo cada cidade na Alemanha, adotou o Calendário Gregoriano em época diferente.

O ano do Calendário Gregoriano tem 365,2425 dias solares médios, ao passo que o ano tropical tem aproximadamente 365,2422 dias solares médios. A diferença de 0,0003 dias corresponde a 26 segundos (1 dia a cada 3300 anos). Assim:

$$1 \text{ ano tropical} = 365,2422 = 365 + 1/4 - 1/100 + 1/400 - 1/3300$$

ou

$$365,2422 = 365 + 0,25 - 0,01 + 0,0025 - 0,0003 = 365,2425 - 0,0003$$

Data Juliana: A data Juliana é utilizada principalmente pelos astrônomos como uma maneira de calcular facilmente o intervalo de tempo decorrido entre diferentes eventos astronômicos. A facilidade vem do fato de que não existem meses e anos na data juliana; ela consta apenas do número de dias solares médios decorridos desde o início da era Juliana, em 1 de janeiro de 4713 a.C.. O dia juliano muda sempre às 12 h TU.

Ano Bissexto - origem da palavra: No antigo calendário romano, o primeiro dia do mês se chamava *calendas*, e cada dia do mês anterior se contava retroativamente. Em 46 a.C., Júlio César determinou que o sexto dia antes das calendas de março deveria ser repetido uma vez em cada quatro anos, e era chamado *ante diem bis sextum Kalendas Martias* ou simplesmente *bissextum*. Daí o nome bissexto.

Século XXI: O século XXI (terceiro milênio) começa no dia 01 de janeiro de 2001, porque não houve ano zero e, portanto, o século I começou no ano 1.

Calendário Judaico: tem como início o ano de 3761 a.C., a data de *criação* do mundo de acordo com o “Velho Testamento”. Como a idade **medida** da Terra é de 4,5 bilhões de anos, o conceito de *criação* é somente religioso. É um calendário lunisolar, com meses lunares de 29 dias alternando-se com meses de 30 dias, com um mês adicional intercalado a cada 3 anos, baseado num ciclo de 19 anos. As datas no calendário hebreu são designadas AM (do latim *Anno Mundi*).

Calendário Muçulmano: é contado a partir de 622 d.C., do dia depois da Hériga, ou dia em que Maomé saiu de Meca para Medina. Consiste de 12 meses lunares.

A Semana

São necessários sete dias, aproximadamente, para a Lua ir de uma fase a outra, e parece que esse foi o motivo para a semana ter sete dias. Esta divisão era, ainda na Antigüidade, quase universal. Na Roma antiga era chamada “Septmana” - sete manhãs. Os babilônios talvez tenham sido os primeiros a utilizá-la. Eles deram como nomes desses dias os mesmos dos planetas que conheciam (os cinco planetas visíveis a olho nu que conhecemos hoje, acrescidos do Sol e da Lua). Esta prática, muito antiga, já era usada pelos babilônios. Foi adotada pelos romanos e outros povos europeus influenciados por estes.

Latim	Espanhol*	Francês*
Solis dies	Domingo	Dimanche
Lunae dies	Lúnes	Lundi
Martis dies	Martes	Mardi
Mercurie dies	Miercoles	Mercredi
Jovis dies	Juéves	Jeudi
Veneris dies	Viernes	Vendredi
Saturni dies	Sábado	Samedi

Saxão**	Inglês	Alemão
----------------	---------------	---------------

Sun's day	Sunday	Sonntag
Moon's day	Monday	Montag
Tiw's day	Tuesday	Dienstag
Wonden's day	Wednesday	Mittwoch
Thor's day	Thursday	Donnerstag
Friga's day	Friday	Freitag
Saterne's day	Saturday	Samstag

* Em espanhol e em francês foi alterada a nomenclatura do domingo e do sábado; a justificativa é a mesma da língua portuguesa (ver adiante).

** Na língua saxã, Tiw, Wonden, Thor e Friga representam os deuses correspondentes na mitologia nórdica a Marte, Mercúrio, Júpiter e Vênus. Esta língua influenciou as línguas inglesa e alemã.

Como vemos, os dias da semana estão ordenados da seguinte maneira: dia do Sol, dia da Lua, dia de Marte, dia de Mercúrio, dia de Júpiter, dia de Vênus e dia de Saturno. Notamos que aparentemente esta ordem não tem nenhum sentido.

No sistema aristotélico, a ordem de afastamento dos “planetas” da Terra era: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. Esta ordem foi corretamente deduzida pela velocidade destes astros na esfera celeste.

Esta origem atribui-se ao hábito, na Antigüidade, de dedicar-se cada hora e cada dia a um planeta que influenciaria esta hora ou este dia. Os planetas eram ordenados do mais afastado para o mais próximo; o planeta que influenciaria a primeira hora do dia era também o planeta daquele dia.

Por exemplo: o dia em que sua primeira hora fosse atribuída ao Sol era obviamente “dia do Sol”, a segunda hora, a Vênus, a terceira, a Mercúrio, a quarta, a Lua, a quinta, a Saturno, a sexta, a Júpiter, e a sétima, a Marte. Aí se repetia o ciclo; a oitava ao Sol, e assim por diante. Para saber qual seria a primeira hora (e as seguintes) do dia, e conseqüentemente o “planeta do dia”, usava-se a “estrela dos magos”, ou heptacorda, uma figura cabalística.

A língua portuguesa não dividiu os dias segundo o nome dos planetas, porque no começo do Cristianismo a Páscoa durava uma semana, sendo o trabalho reduzido ao mínimo possível e o tempo destinado exclusivamente a orações. Esses dias eram os *feriaes*, ou seja, feriados. Para enumerar os *feriaes*, começou-se pelo sábado, como os hebreus faziam. O dia seguinte ao sábado seria o *feria-prima* (domingo), depois seria o *segunda-feria* (segunda-feira), e assim por diante. O sábado origina-se de *Shabbath*, dia do descanso para os hebreus.

O imperador Flávio Constantino (280-337 d.C.), após se converter ao Cristianismo, substituiu a denominação de *Dies Solis* ou *Feria-prima* para *Dominica* (dia do Senhor), que por sua vez foi adotada por povos latinos.

Latim litúrgico	Português
Dies Dominica	Domingo
Feria Secunda	Segunda-feira
Feria Tertia	Terça-feira
Feria Quarta	Quarta-feira
Feria Quinta	Quinta-feira
Feria Sexta	Sexta-feira
Sabbatum	Sábado

Era

Uma era zodiacal, como a Era de Aquário, na perspectiva astronômica, é definida como o período em anos em que o Sol, no dia do equinócio vernal (março), nasce naquela constelação, Áries, Peixes ou Aquário, por exemplo. Com o passar dos séculos, a posição do Sol no equinócio vernal, vista por um observador na Terra, parece mudar devido ao movimento de Precessão dos Equinócios, descoberto por Hiparcos e explicado teoricamente por Newton como devido ao torque causado pelo Sol no bojo da Terra e à conservação do momentum angular.

A área de uma constelação é definida por uma borda imaginária que a separa no céu das outras constelações. Em 1929, a União Astronômica Internacional definiu as bordas das 88 constelações oficiais, publicadas em 1930 em um trabalho intitulado *Delimitation Scientifique des Constellations*. A borda estabelecida entre Peixes e Aquário coloca o início da Era de Aquário em 2600 d.C..

Data da Páscoa

A páscoa judaica (Pesach), que ocorre 163 antes do início do ano judaico, foi instituída na época de Moisés, uma festa comemorativa feita a Deus em agradecimento à libertação do povo de Israel escravizado por Faraó, Rei do Egito. Esta data não é a mesma da Páscoa Juliana e Gregoriana.

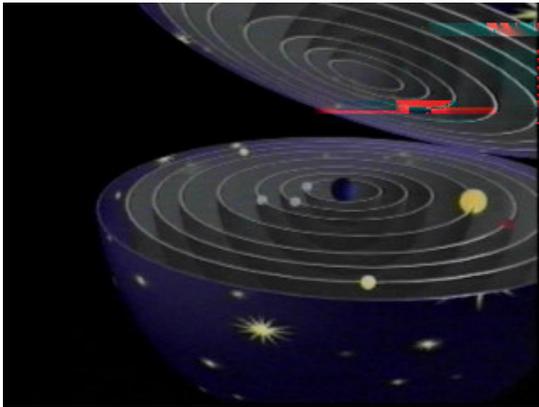
O dia da Páscoa cristã, que marca a ressurreição de Cristo, de acordo com o decreto do papa Gregório XIII (Ugo Boncampagni, 1502-1585), *Inter Gravissimas* em 24.02.1582, seguindo o primeiro concílio de Nicéia de 325 d.C., convocado pelo imperador romano Constantino, **é o primeiro domingo depois da Lua Cheia que ocorre no dia ou depois de 21 março** (equinócio de outono no hemisfério sul). Entretanto, a data da Lua Cheia não é a real, mas a definida nas Tabelas Eclesiásticas, que, sem levar totalmente em conta o movimento complexo da Lua, podia ser calculada facilmente, e está próxima da lua real.

A Quarta-Feira de Cinzas ocorre 46 dias antes da Páscoa e, portanto, a Terça-Feira de carnaval ocorre 47 dias antes da Páscoa.

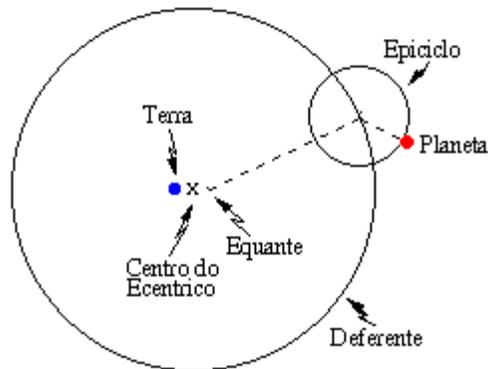
Mecânica Celeste

Os planetas estão muito mais próximos de nós do que as estrelas, de forma que eles parecem se mover, ao longo do ano, entre as estrelas de fundo. Esse movimento se faz, geralmente, de oeste para leste (não confundir com o movimento diurno, que é sempre de leste para oeste!), mas em certas épocas o movimento muda, passando a ser de leste para oeste. Esse movimento retrógrado pode durar vários meses (dependendo do planeta), até que fica mais lento e o planeta reverte novamente sua direção, retomando o movimento normal. O movimento observado de cada planeta é uma combinação do movimento do planeta em torno do Sol com o movimento da Terra em torno do Sol, e é simples de explicar quando sabemos que a Terra está em movimento, mas fica muito difícil de descrever num sistema em que a Terra esteja parada.

O modelo geocêntrico



Apesar da dificuldade de compreender e explicar o movimento observado dos planetas do ponto de vista geocêntrico (a Terra no centro do Universo), o geocentrismo foi uma idéia dominante na Astronomia durante toda a Antiguidade e Idade Média. O sistema geocêntrico também é conhecido como sistema ptolomaico, pois foi **Cláudio Ptolomeu**, o último dos grandes astrônomos gregos (150 d.C.), quem construiu o modelo geocêntrico mais completo e eficiente. Ptolomeu explicou o movimento dos planetas através de uma combinação de círculos: o planeta se move ao longo de um pequeno círculo chamado **epiciclo**, cujo centro se move em um círculo maior chamado **deferente**. A Terra fica numa posição um pouco afastada do centro do deferente (portanto o deferente é um círculo excêntrico em relação à Terra). Para dar conta do movimento não uniforme dos planetas, Ptolomeu introduziu ainda o **equante**, que é um ponto ao lado do centro do deferente oposto à posição da Terra, em relação ao qual o centro do epiciclo se move a uma taxa uniforme.



O objetivo de Ptolomeu era produzir um modelo que permitisse prever a posição dos planetas de forma correta, e nesse ponto ele foi razoavelmente bem sucedido. Por essa razão esse modelo continuou sendo usado sem mudança substancial por 1300 anos.

O Modelo Heliocêntrico

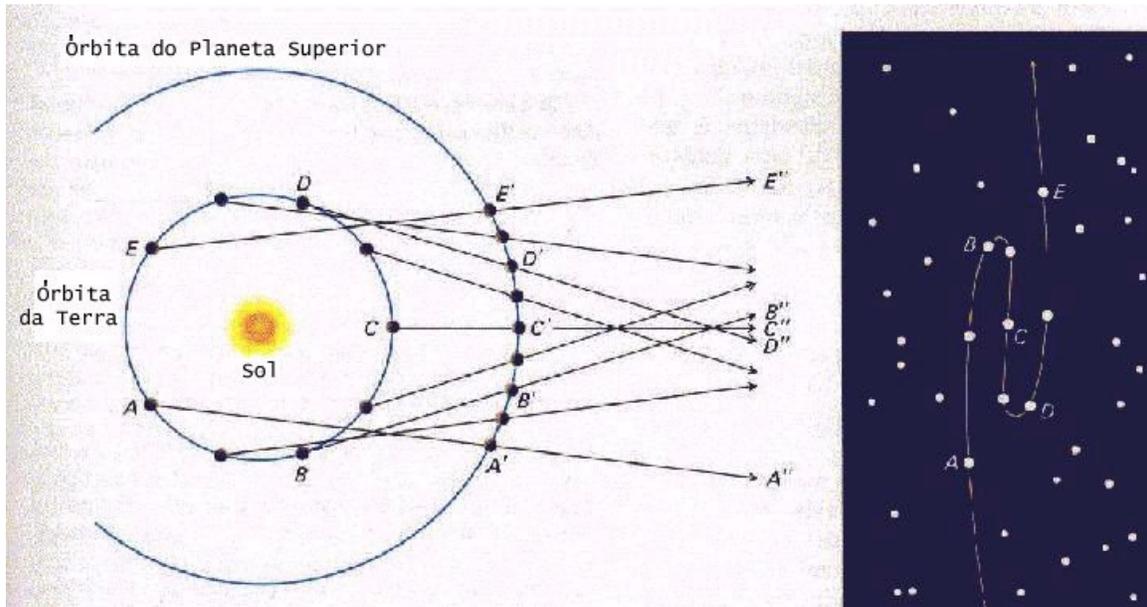


No início do século XVI, a Renascença estava sacudindo as cinzas do obscurantismo da Idade Média, e trazendo novo fôlego a todas as áreas do conhecimento humano. **Nicolau Copérnico** representou o Renascimento na Astronomia. Copérnico (1473-1543) foi um astrônomo polonês com grande inclinação para a matemática. Estudando na Itália, ele leu sobre a hipótese heliocêntrica proposta (e não aceita) por Aristarco (300 a.C.), e achou que o Sol no centro do Universo era muito mais razoável do que a Terra. Copérnico registrou suas idéias num livro - **De Revolutionibus**- publicado no ano de sua morte.

Os conceitos mais importantes colocados por Copérnico foram:

- introduziu o conceito de que a Terra é apenas um dos seis planetas (então conhecidos) girando em torno do Sol
- colocou os planetas em ordem de distância ao Sol: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno (Urano, Netuno e Plutão).

- determinou as distâncias dos planetas ao Sol, em termos da distância Terra-Sol.
- deduziu que quanto mais perto do Sol está o planeta, maior é sua velocidade orbital.



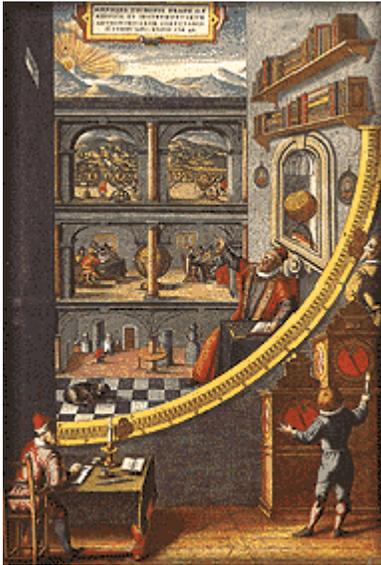
Dessa forma, o movimento retrógrado dos planetas foi facilmente explicado sem necessidade de epiciclos.

Copérnico manteve a idéia de que as órbitas dos planetas eram circulares, e embora o movimento dos planetas ficasse simples de entender no seu sistema, as posições previstas para os planetas não eram em nada melhores do que as posições previstas no sistema de Ptolomeu.

Tycho, Kepler e Galileo

A Teoria Heliocêntrica conseguiu dar explicações mais simples e naturais para os fenômenos observados (por exemplo, o movimento retrógrado dos planetas), porém Copérnico não conseguiu prever as posições dos planetas de forma precisa, nem conseguiu provar que a Terra estava em movimento.

Tycho Brahe (1546 – 1601)



Três anos após a morte de Copérnico, nasceu o dinamarquês Tycho Brahe, o último grande astrônomo observacional antes da invenção do telescópio. Usando instrumentos fabricados por ele mesmo, Tycho fez extensivas observações das posições de planetas e estrelas, com uma precisão em muitos casos melhor do que 1 minuto de arco ($1/30$ do diâmetro do Sol).

O excelente trabalho de Tycho como observador lhe propiciou o patrocínio do rei da Dinamarca, Frederic II (1534-1588), e assim Tycho pode construir seu próprio observatório, na ilha báltica de Hveen.

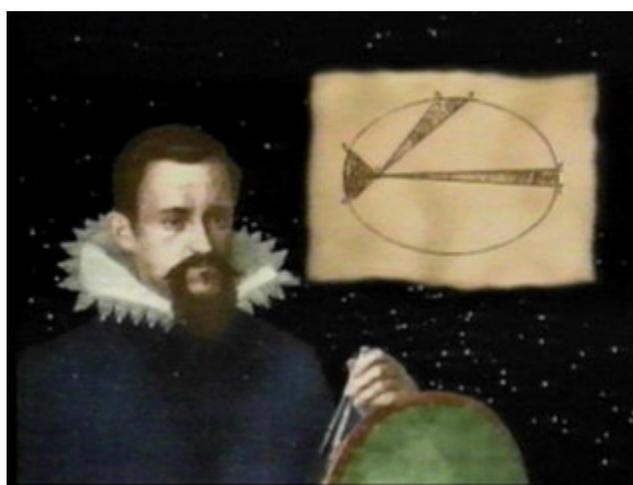


Após a morte do rei, entretanto, seu sucessor se desentendeu com Tycho e retirou seus privilégios. Assim, em 1597 Tycho foi forçado a deixar a Dinamarca, e foi trabalhar como astrônomo da corte para o imperador da Bohemia, em Praga.

Tycho Brahe não acreditava na hipótese heliocêntrica de Copérnico, mas foram suas observações dos planetas que levaram às leis de Kepler do movimento planetário.

Em 1600 (um ano antes de sua morte), Tycho contratou para ajudá-lo na análise dos dados sobre os planetas, colhidos durante 20 anos, um jovem e hábil matemático alemão chamado Johannes Kepler.

Johannes Kepler (1571-1630)



Kepler estudou inicialmente para seguir carreira teológica. Na Universidade ele leu sobre os princípios de Copérnico e logo se tornou um entusiástico defensor do heliocentrismo. Em 1594 conseguiu um posto de professor de matemática e astronomia em uma escola secundária em Graz, na Áustria, mas poucos anos depois, por pressões da Igreja Católica (Kepler era protestante), foi exilado, e foi então para Praga trabalhar com Tycho Brahe.

Quando Tycho morreu, Kepler “herdou” seu posto e seus dados, a cujo estudo se dedicou pelos 20 anos seguintes.

O planeta para o qual havia o maior número de dados era Marte. Kepler conseguiu determinar as diferentes posições da Terra após cada período sideral de Marte, e assim conseguiu traçar a órbita da Terra. Encontrou que essa órbita era muito bem ajustada por um círculo excêntrico, isto é, com o Sol um pouco afastado do centro.

Kepler conseguiu também determinar a órbita de Marte, mas ao tentar ajustá-la com um círculo não teve sucesso. Ele continuou insistindo nessa tentativa por vários anos, e em certo ponto encontrou uma órbita circular que concordava com as observações com um erro de 8 minutos de arco. Mas sabendo que as observações de Tycho não poderiam ter um erro

desse tamanho (apesar disso significar um erro de apenas 1/4 do tamanho do Sol), Kepler descartou essa possibilidade.

Finalmente, passou à tentativa de representar a órbita de Marte com uma oval, e rapidamente descobriu que uma elipse ajustava muito bem os dados. A posição do Sol coincidia com um dos focos da elipse. Ficou assim explicada também a trajetória quase circular da Terra, com o Sol afastado do centro.

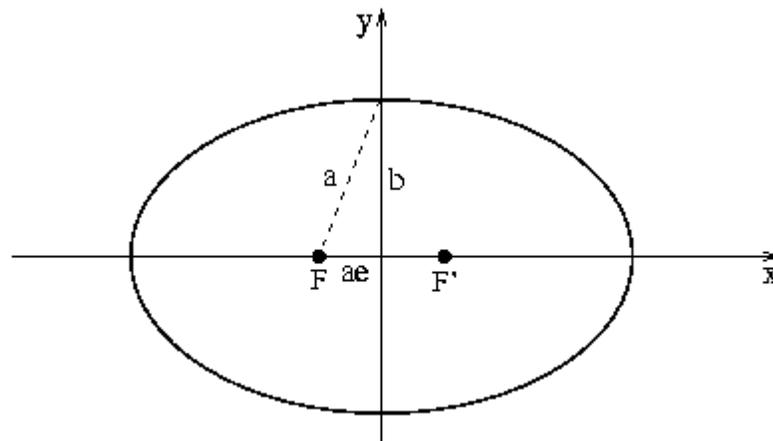
Propriedades das Elipses

- Em qualquer ponto da curva, a soma das distâncias desse ponto aos dois focos é constante. Sendo F e F' os focos, P um ponto sobre a elipse, e a o seu semi-eixo maior, então:

$$FP + F'P = \text{constante} = 2a$$

- Quanto maior a distância entre os dois focos, maior é a *excentricidade* (e) da elipse. Sendo c a distância do centro a cada foco, a o semi-eixo maior, e b o semi-eixo menor, a excentricidade é definida por;

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$



já que quando o ponto está exatamente sobre b temos um triângulo retângulo, com $a^2 = b^2 + c^2$.

- Se imaginamos que um dos focos da órbita do planeta é ocupado pelo Sol, o ponto da órbita mais próximo do Sol é chamado **periélio**, e o ponto mais distante é chamado **afélio**. A distância do periélio ao foco (R_p) é:

$$R_p = a - c = a - a \cdot e = a(1 - e)$$

e a distância do afélio ao foco (R_a) é:

$$R_a = a + c = a + a \cdot e = a(1 + e)$$

As Leis de Kepler

- Lei das órbitas elípticas (1609): A órbita de cada planeta é uma elipse, com o Sol em um dos focos. Como consequência da órbita ser elíptica, a distância do Sol ao planeta varia ao longo de sua órbita.
- Lei das áreas (1609): A reta unindo o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. O significado físico desta lei é que a velocidade orbital não é uniforme, mas varia de forma regular: quanto mais distante o planeta está do Sol, mais devagar ele se move. Dizendo de outra maneira, esta lei estabelece que *a velocidade areal é constante*.
- Lei harmônica (1618): O quadrado do período orbital dos planetas é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol. Esta lei estabelece que planetas com órbitas maiores se movem mais lentamente em torno do Sol e, portanto, isso implica que a força entre o Sol e o planeta decresce com a distância ao Sol. Sendo P o período sideral do planeta, a o semi-eixo maior da órbita, que é igual à distância média do planeta ao Sol, e K uma constante, podemos expressar a lei como:

$$P^2 = K a^3$$

Se medimos P em anos (o período sideral da Terra), e a em unidades astronômicas (a distância média da Terra ao Sol), então $K = 1$, e podemos escrever a lei como:

$$P^2 = a^3$$

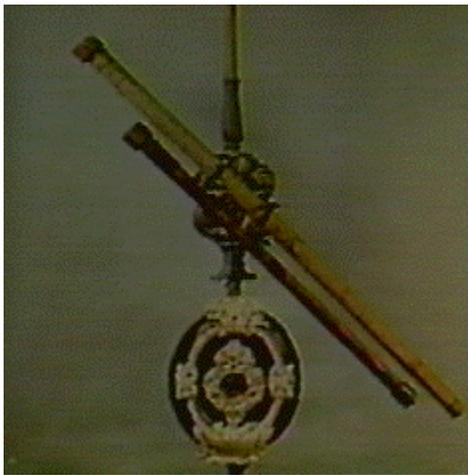
Galileo Galilei (1564 - 1642)



Uma grande contribuição ao Modelo Heliocêntrico foi dado pelo italiano Galileo Galilei. Galileo foi o pai da moderna física experimental e da astronomia telescópica. Seus experimentos em mecânica estabeleceram parte dos conceitos de inércia, e de que a

aceleração de corpos em queda livre não depende de seu peso, que foram mais tarde incorporados às leis do movimento de Newton.

Galileo começou suas observações telescópicas em 1610, usando um telescópio construído por ele mesmo. Não cabe a Galileo o crédito da invenção do telescópio, no entanto lentes e óculos já eram conhecidos desde cerca de 1350, e Galileo tinha ouvido falar do telescópio construído pelo holandês Hans Lippershey (1570-1619) em 1608. Galileo soube desse instrumento em 1609, e, sem ter visto o telescópio de Lippershey, construiu o seu próprio, com aumento de 3 vezes, ainda em 1609. Em seguida ele construiu outros instrumentos, e o melhor tinha aumento de 30 vezes.



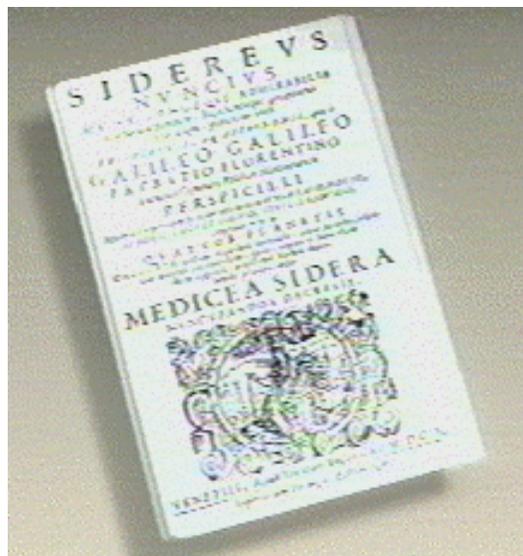
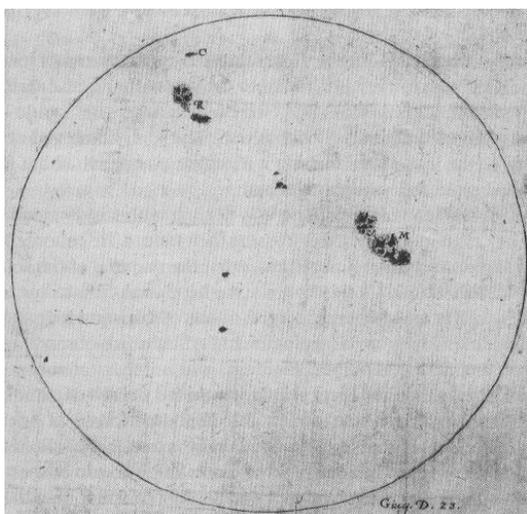
Galileo usou o telescópio para observar sistematicamente o céu, fazendo várias descobertas importantes, como:

- A Via Láctea era constituída por uma infinidade de estrelas.
- Júpiter tinha quatro satélites, ou luas, orbitando em torno dele, com períodos entre 2 e 17 dias. Esses satélites são chamados “galileanos”, e são: Io, Europa, Ganimedes e Calisto. Desde então, mais 35 satélites foram descobertos em Júpiter. Essa descoberta de Galileo foi particularmente importante porque mostrou que podia haver centros de movimento que por sua vez também estavam em movimento; portanto o fato da Lua girar em torno da Terra não implicava que a Terra estivesse parada.
- Vênus passa por um ciclo de fases, assim como a Lua.

Essa descoberta também foi fundamental porque, no sistema ptolomaico, Vênus está sempre mais próximo da Terra do que o Sol, e como Vênus está sempre próximo do Sol, ele **nunca poderia ter toda sua face iluminada voltada para nós** (fase cheia) e, portanto, deveria sempre aparecer como nova ou no máximo crescente. Ao ver que Vênus muitas vezes aparece em fase quase totalmente cheia, Galileo concluiu que ele viaja ao redor do

Sol, passando às vezes pela frente dele e outras vezes por trás dele, e não revolve em torno da Terra.

- Superfície em relevo da Lua, e as manchas do Sol. Ao ver que a Lua tem cavidades e elevações assim como a Terra, e que o Sol também não tem a superfície lisa, mas apresenta marcas, provou que os corpos celestes não são esferas perfeitas, mas sim têm irregularidades, assim como a Terra. Portanto a Terra não é diferente dos outros corpos, e pode ser também um corpo celeste.



Reprodução de um desenho de Galileu mostrando as manchas solares, em 23 de junho de 1612.

As descobertas de Galileu proporcionaram grande quantidade de evidências em suporte ao sistema heliocêntrico. A razão da proibição da Igreja ao heliocentrismo era que no Salmo 104:5 do Antigo Testamento da Bíblia, está escrito: *Deus colocou a Terra em suas fundações, para que nunca se mova.*

Por causa disso, ele foi chamado a depor ante a Inquisição Romana, sob acusação de heresia, e obrigado a se retratar. Apenas em 1980, o Papa João Paulo II ordenou um re-exame do processo contra Galileu, o que acabou por eliminar os últimos vestígios de resistência, por parte da igreja Católica, à revolução Copernicana.

O astrônomo alemão **Simon Marius** (Mayr) (1573-1624) afirma ter descoberto os satélites de Júpiter algumas semanas antes de Galileu, mas Galileu, descobrindo-os independentemente em 7 e 13 de janeiro de 1610, publicou primeiro, em março de 1610, no seu *Sidereus Nuncius*. Os atuais nomes dos satélites foram dados por Marius em 1614, seguindo sugestão de Johannes Kepler. Na mitologia grega, Io, Calisto e Europa foram mulheres amantes de Zeus (Júpiter), enquanto Ganimedes foi um jovem de extraordinária beleza, por quem Zeus se apaixonou e atraiu ao Olimpo levado por uma águia.



Estudando o movimento dos corpos, Galileo Galilei (1564-1642) descobriu através de experimentos que “um corpo que se move, continuará em movimento a menos que uma força seja aplicada e que o force a parar.” Galileo argumentou que o movimento é tão natural quanto o repouso, isto é, um corpo que está em repouso permanece em repouso a menos que seja submetido a uma força que o faça mover-se. Se um objeto já está se movimentando, ele continuará em movimento a menos que seja submetido a uma força que o faça parar.

Galileo descobriu os satélites de Júpiter e comunicou seus dados a Kepler, que os observou pessoalmente. Os satélites obedecem às Três Leis de Kepler, porém com um valor da constante **k** diferente na 3ª Lei ($P^2 = k a^3$).

Sessenta anos depois, o inglês Isaac Newton foi quem deu uma explicação completa ao movimento e à forma como as forças atuam. A descrição está contida nas suas 3 leis:

Primeira Lei: Inércia, é baseada na enunciada por Galileo, embora Galileo não tenha realmente chegado ao conceito de inércia. Em ausência de forças externas, um objeto em repouso permanece em repouso, e um objeto em movimento permanece em movimento, ficando em movimento retilíneo e com velocidade constante. Esta propriedade do corpo que resiste à mudança, chama-se inércia. A medida da inércia de um corpo é seu momentum. Newton definiu o momentum de um objeto como sendo proporcional à sua velocidade. A constante de proporcionalidade, que é a sua propriedade que resiste à mudança, é a sua massa:

$$\vec{P} = m\vec{v} = \text{constante, se } \vec{F} = 0$$

Segunda Lei: Lei da Força, relaciona a mudança de velocidade do objeto com a força aplicada sobre ele. A força líquida aplicada a um objeto é igual à massa do objeto

vezes a aceleração causada ao corpo por esta força. A aceleração é na mesma direção da força.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Terceira Lei: Ação e Reação, estabelece que se o objeto exerce uma força sobre outro objeto, este outro exerce uma força igual e contrária.

Newton pôde explicar o movimento dos planetas em torno do Sol, assumindo a hipótese de uma força dirigida ao Sol, que produz uma aceleração que força a velocidade do planeta a mudar de direção continuamente.

Gravitação Universal

Obviamente a Terra exerce uma atração sobre os objetos que estão sobre sua superfície. Newton se deu conta de que esta força se estendia até a Lua e produzia a aceleração centrípeta necessária para manter a Lua em órbita. O mesmo acontece com o Sol e os planetas. Então Newton levantou a hipótese da existência de uma força de atração universal entre os corpos em qualquer parte do Universo.

A força centrípeta que o Sol exerce sobre um planeta de massa m , que se move com velocidade v à uma distância r do Sol, é dada por:

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad (F_c)$$

Assumindo neste instante uma órbita circular, que mais tarde será generalizada para qualquer tipo de órbita, o período P do planeta é dado por:

$$P = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{P}$$

Pela 3ª Lei de Kepler,

$$P^2 = K r^3$$

onde a constante k depende das unidades de P e r . Temos então que

$$v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{kr^3} = \frac{4\pi^2}{kr} \Rightarrow v^2 \propto \frac{1}{r}$$

Seja m a massa do planeta e M a massa do Sol. Substituindo-se esta velocidade na expressão da força centrípeta exercida pelo Sol (F_c) no planeta, a força pode então ser escrita como:

$$F \propto \frac{m}{r^2}$$

e, de acordo com a 3ª. lei de Newton, o planeta exerce uma força igual e contrária sobre o Sol. A força centrípeta exercida pelo planeta sobre o Sol, de massa M é dada por:

$$F \propto \frac{M}{r^2}$$

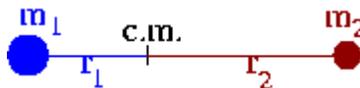
Newton deduziu então que:

$$F = \frac{G M m}{r^2}$$

onde G é uma constante de proporcionalidade. Tanto o Sol quanto o planeta que se move em torno dele experimentam a mesma força, mas o Sol permanece aproximadamente no centro do Sistema Solar porque a massa do Sol é aproximadamente mil vezes maior que a massa de todos os planetas somados.

Newton então concluiu que para que a atração universal seja correta, deve existir uma força atrativa entre pares de objetos em qualquer região do universo, e esta força deve ser proporcional a suas massas e inversamente proporcional ao quadrado de suas distâncias. A constante de proporcionalidade G depende das unidades das massas e da distância.

Derivação da “Constante” k



Suponha que dois corpos de m_1 e m_2 separados do **centro de massa** por r_1 e r_2 . A atração gravitacional é dada por:

$$F_G = \frac{G m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2},$$

e a aceleração centrípeta por:

$$F_1 = \frac{m_1 v_1}{r_1} \text{ e } F_2 = \frac{m_2 v_2}{r_2}$$

Como:

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{P} \Rightarrow v_1^2 = \frac{4\pi^2 r_1^2}{P^2}$$

e o mesmo para m_2 ,

$$F_1 = F_2 = F_G = \frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2} = \frac{m_1v_1^2}{r_1} = \frac{4\pi^2m_1r_1}{P^2}$$

e

$$\frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2} = \frac{m_2v_2^2}{r_2} = \frac{4\pi^2m_2r_2}{P^2}$$

Eliminando-se m_1 na primeira e m_2 na segunda e somando-se, obtemos:

$$\frac{G(m_1+m_2)}{(r_1+r_2)^2} = \frac{4\pi^2(r_1+r_2)}{P^2}$$

ou:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1+m_2)}(r_1+r_2)^3$$

Identificando-se $a=(r_1+r_2)$, obtemos:

$$K = \frac{4\pi^2}{G(m_1+m_2)} \quad (1)$$

Isso nos diz que a “constante” K , definida como a razão $\frac{P^2}{a^3}$, só é constante realmente se (m_1+m_2) permanece constante. Isso é o que acontece no caso dos planetas do sistema solar: como todos têm massa muito menor do que a massa do Sol, a soma da massa do Sol com a massa do planeta é sempre aproximadamente a mesma, independente do planeta. Por essa razão Kepler, ao formular sua 3ª lei, não percebeu a dependência com a massa.

Mas, se considerarmos sistemas onde os corpos principais são diferentes, então as razões $\frac{P^2}{a^3}$ serão diferentes. Por exemplo, todos os satélites de Júpiter têm praticamente a mesma razão $\frac{P^2}{a^3} = K_J$, que portanto podemos considerar constante entre elas, mas essa constante é diferente da razão $\frac{P^2}{a^3} = K_\odot$ comum aos planetas do sistema solar. Para estabelecermos a igualdade temos que introduzir a massa:

$$(M_\odot + m_p) \left(\frac{P^2}{a^3} \right)_\odot = (M_J + m_s) \left(\frac{P^2}{a^3} \right)_J = \text{constante}$$

ou, considerando as massas dos planetas desprezáveis frente à massa do Sol, e as massas dos satélites desprezáveis frente à massa de Júpiter, e representando a razão $\frac{P^2}{a^3}$ pela letra K, temos:

$$(M_{\odot} + K_{\odot}) = (M_J + K_J) = \text{constante}$$

Generalizando para quaisquer sistemas, podemos escrever:

$$(M_1 + K_1) = (M_2 + K_2) = \dots = (M_n + K_n) = \text{constante}$$

onde K_n é a razão entre o quadrado do período e o cubo do semi-eixo maior da órbita para os corpos do sistema de massa M_n .

Pela equação (1) sabemos que o valor dessa constante é $\frac{4\pi^2}{G}$, e temos então:

$$(M_1 + K_1) = (M_2 + K_2) = \dots = (M_n + K_n) = \frac{4\pi^2}{G}$$

Existem casos de sistemas gravitacionais em que não podemos desprezar a massa de nenhum corpo frente à do outro, como, por exemplo, muitos sistemas binários de estrelas.

Nesses casos, é mais correto escrever:

$$(M + m)_1 K_1 = (M + m)_2 K_2 = \dots = (M + m)_n K_n = \frac{4\pi^2}{G}$$

$$\boxed{(M + m) = \frac{4\pi^2 a^3}{G P^2}}$$

Determinação de massas

A terceira lei de Kepler na forma derivada por Newton pode se escrita como:

$$\boxed{(M + m) = \frac{4\pi^2 a^3}{G P^2}}$$

que nada mais é do que a última parte da equação, onde foi substituído K por $\frac{P^2}{a^3}$.

No sistema internacional de unidades, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$. Mas, em astronomia, muitas vezes é mais conveniente adotar outras unidades que não as do sistema internacional. Por exemplo, em se tratando de sistemas nos quais o corpo maior é uma estrela, costuma-se determinar suas massas em unidades de massa do Sol, ou massas

solares (massa do Sol = M_{\odot}), seus períodos em anos e suas distâncias entre si em unidades astronômicas. Em sistemas em que o corpo maior é um planeta, é mais conveniente expressar sua massa em unidades de massas da Terra (massa da Terra = M_{\oplus}), seu período em meses siderais e suas distâncias relativas em termos da distância entre Terra e Lua. Em ambos os sistemas o valor de G é igual a $4\pi^2$, e a terceira lei de Kepler fica:

$$(M + m) = \frac{a^3}{P^2}$$

a qual é especialmente útil para a determinação de massas de corpos astronômicos. Note que esta fórmula só pode ser aplicada assim nestas unidades:

1. massas em massas solares, período em anos e a em Unidades Astronômicas
2. massas em massas terrestres, período em meses siderais (27,33 dias) e a em distância Terra-Lua

Por exemplo, se observa o período orbital e a distância de um satélite a seu planeta, pode-se calcular a massa combinada do planeta e do satélite, em massas solares ou massas terrestres. Como a massa do satélite é muito pequena comparada com a massa do planeta, a massa calculada é essencialmente a massa do planeta .

Da mesma forma, observando-se o tamanho da órbita de uma estrela dupla, e o seu período orbital, pode-se deduzir as massas das estrelas no sistema binário. De fato, pode-se usar a terceira lei de Kepler na forma revisada por Newton para estimar a massa de nossa Galáxia e de outras galáxias.

Classificação dos planetas em ordem de distância ao Sol

- Planetas inferiores:

Mercúrio e Vênus. Têm órbitas menores do que a órbita da Terra. Os dois planetas estão sempre muito próximos do Sol, alcançando o máximo afastamento angular em relação ao Sol de 28° , no caso de Mercúrio, e 48° , no caso de Vênus. Por essa razão eles só são visíveis ao anoitecer, logo após o pôr do Sol (astro vespertino), ou ao amanhecer, logo antes do nascer do Sol (astro matutino).

- Planetas superiores:

Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno e Plutão. Têm órbitas maiores do que a da Terra. Podem estar a qualquer distância angular do Sol, podendo ser observados no meio da noite.

Configurações planetárias

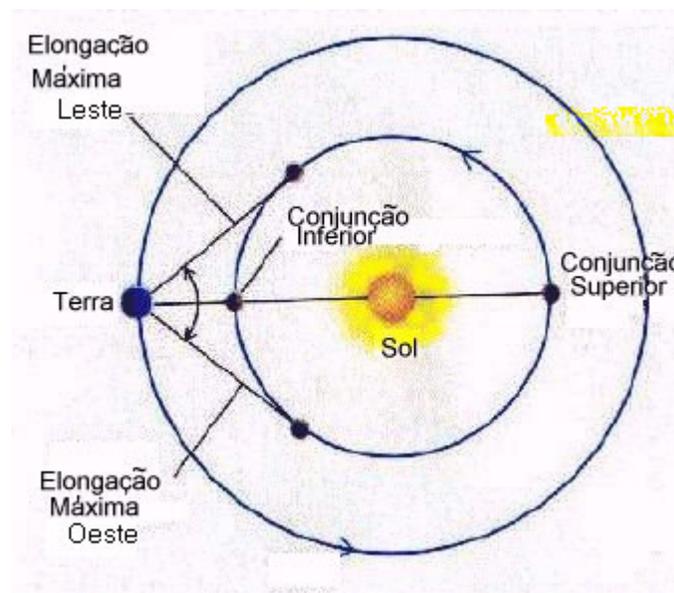
Para definir as configurações dos planetas, que são as posições características dos planetas em suas órbitas, vistas da Terra, convém antes definir elongação:

- elongação (e):

distância angular do planeta ao Sol, vista da Terra.

Configurações de um planeta inferior

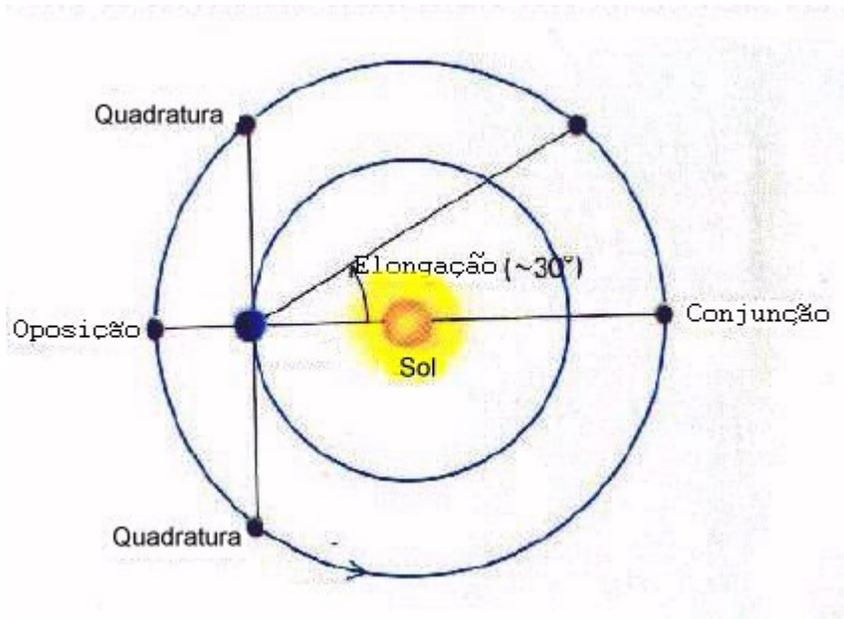
- conjunção inferior: o planeta está na mesma direção do Sol ($e = 0$), e mais próximo da Terra do que o Sol.
- conjunção superior: o planeta está na mesma direção do Sol ($e = 0$), e mais longe da Terra do que o Sol.
- máxima elongação ocidental: o planeta está a oeste do Sol (nasce e se põe antes do Sol). É visível ao amanhecer, no lado leste.
 ϵ_m (Mercúrio) = 28° ; ϵ_m (Vênus) = 48° ;
- máxima elongação oriental: planeta está a leste do Sol (nasce e se põe depois do Sol). É visível ao anoitecer, no lado oeste.
 ϵ_m (Mercúrio) = 28° ; ϵ_m (Vênus) = 48° ;



Configurações de um planeta superior

- conjunção: o planeta está na mesma direção do Sol ($e = 0$), e mais longe da Terra do que o Sol.
- oposição: o planeta está na direção oposta ao Sol ($\epsilon = 180^\circ$). O planeta está no céu durante toda a noite.

- quadratura ocidental: ($\epsilon = 90^\circ$). O planeta está 6h a oeste do Sol.
- quadratura oriental: ($\epsilon = 90^\circ$). O planeta está 6h a leste do Sol.



Período Sinódico e Sideral dos Planetas

- Período sinódico (S):

é o intervalo de tempo decorrido entre duas configurações iguais consecutivas. É o período de revolução *aparente* do planeta, em relação à Terra.

- Período sideral (P):

é o período real de translação do planeta em torno do Sol, em relação a uma estrela fixa.

Relação entre os dois períodos:

O planeta inferior, movendo-se $\frac{360^\circ}{P_i}$ por dia, viaja mais rápido que o superior, que se move a $\frac{360^\circ}{P_o}$ por dia.

Após um dia, o planeta inferior ganhou um ângulo $\left(\frac{360^\circ}{P_i} - \frac{360^\circ}{P_o} \right)$ sobre o planeta superior.

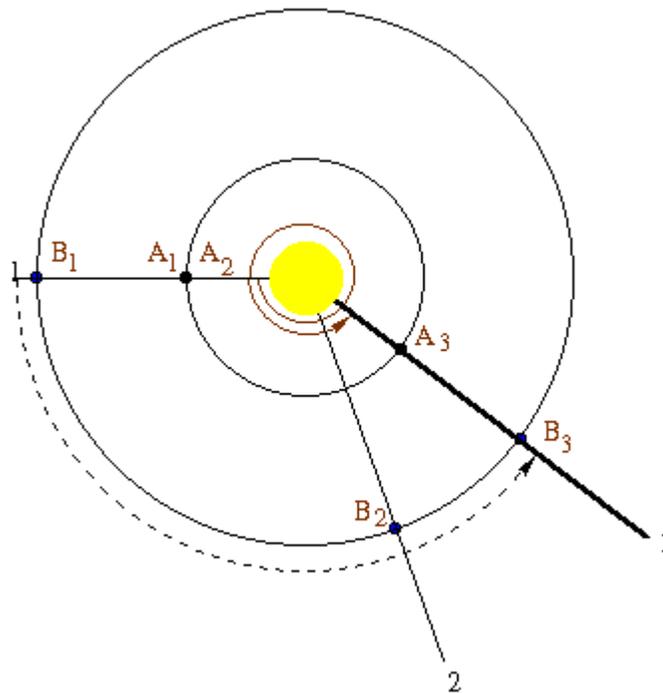
Por definição de período sinódico, este ganho é igual a $\frac{360^\circ}{S}$, já que em S dias este ganho tem que ser . Ou seja:

$$360^\circ = \left(\frac{360^\circ}{P_i} - \frac{360^\circ}{P_o} \right) S,$$

$$\frac{360^\circ}{S} = \left(\frac{360^\circ}{P_i} - \frac{360^\circ}{P_o} \right)$$

que é o mesmo que:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_i} - \frac{1}{P_o}$$



Considere dois planetas, A e B, com A movendo-se mais rápido por estar numa órbita menor. Na posição (1), o planeta A passa entre o planeta B e o Sol. O planeta B está em oposição visto do planeta A, e o planeta A está em conjunção inferior se visto do planeta B. Quando A completou uma revolução em torno do Sol e retornou à posição (1), B se moveu para a posição (2). De fato, A não alcança B até que os dois planetas alcancem a posição (3). Agora o planeta A ganhou uma volta completa (360 graus) a mais que o planeta B.

Exemplos de períodos

1. Sabendo-se que Marte leva 780 dias para nascer quando o Sol se põe (estar em oposição) duas vezes seguidas, qual é o período sideral (orbital) de Marte? Usamos a fórmula:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_I} - \frac{1}{P_E}$$

identificando que, neste caso, I = Terra e $P_I = 1$ ano, E = Marte e $S = 780 \text{ d} / 365,25 \text{ (dias/ano)} = 2,14$ anos, já que o período entre duas oposições é o período **sinódico S**.

Calculado-se:

$$\frac{1}{P_E} = \frac{1}{P_I} - \frac{1}{S} \Rightarrow \frac{1}{P_E} = \frac{1}{1} - \frac{365,25}{780} \Rightarrow P_E = 1,87$$

obtem-se $P_E = 1,87$ anos = 687 dias.

2. Sabendo-se que Vênus leva 583,93 dias para aparecer em elongação máxima a leste duas vezes seguidas (se põe 3 horas depois do Sol), qual seu período sideral (orbital)? Usamos a fórmula:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_I} + \frac{1}{P_E}$$

identificando que, neste caso, E = Terra e $P_E = 365,25$ dias, I = Vênus e $S = 583,93$ dias, já que o período entre duas elongações máximas a leste é o período sinódico S.

Calculado-se

$$\frac{1}{P_I} = \frac{1}{S} + \frac{1}{P_E}$$

obtem-se $P_I = 224,7$ dias.

Distâncias dentro do Sistema Solar

Copérnico determinou as distâncias dentro do sistema solar em termos da distância Terra-Sol, ou seja, em unidades astronômicas (UA).

Distâncias dos planetas inferiores

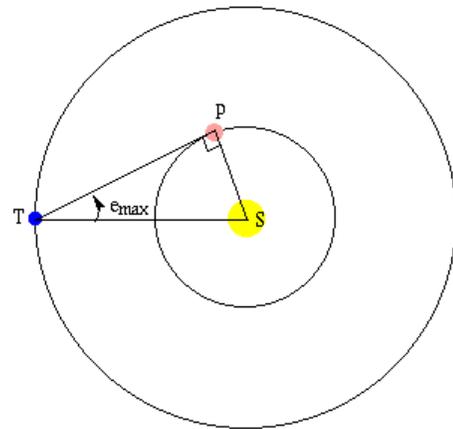
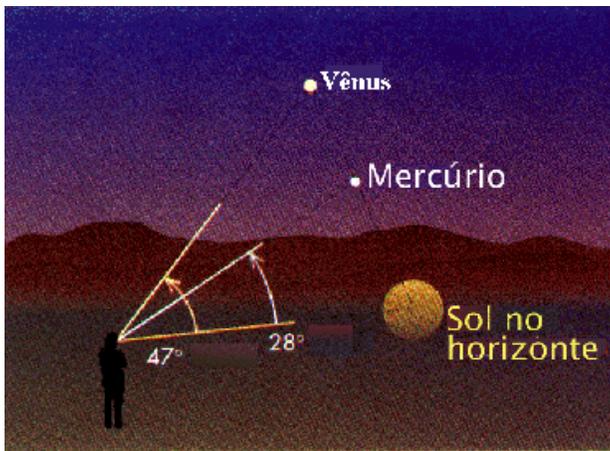
Quando o planeta inferior está em máxima elongação (ϵ_m), o ângulo entre Terra e Sol, na posição do planeta, será 90° . Então nessa situação Sol, Terra e planeta formam um triângulo retângulo, e a distância do planeta ao Sol será:

$$\text{sen}\epsilon_m = \frac{\text{distância}_{(\text{planeta-Sol})}}{\text{distância}_{(\text{Terra-Sol})}}$$

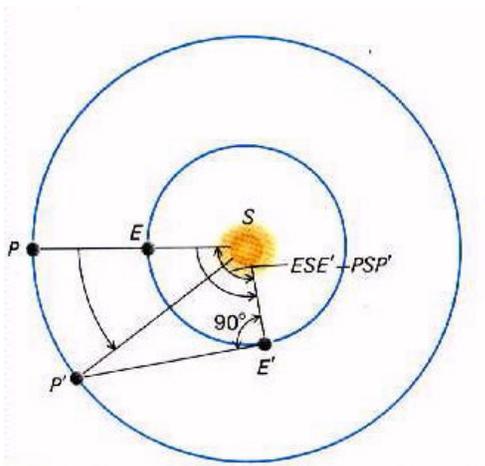
Portanto:

$$\text{distância}_{(\text{planeta-Sol})} = \text{sen}\epsilon_m \text{distância}_{(\text{Terra-Sol})} \Rightarrow \text{distância}_{(\text{planeta-Sol})} = \text{sen}\epsilon_m$$

No caso de Mercúrio: distância (Sol - Mercúrio) = $\text{sen } 28^\circ \times 1 \text{ UA} = 0,46 \text{ UA}$. Devido à alta excentricidade da órbita de Mercúrio (0,206), a elongação máxima varia de 23° a 28° , e a distância de 0,39 a 0,46 UA.



Distâncias dos planetas superiores



Observando Marte, Copérnico viu que o intervalo de tempo decorrido entre uma *oposição* e uma *quadratura* é de *106 dias*.

Nesse período de 106 dias, a Terra percorre uma distância angular de 104° (pois se em 365 dias ela percorre 360° , em 106 dias ela percorre $106/365 \times 360^\circ$).

Como o período sideral de Marte é de 687 dias, então a distância angular percorrida por Marte nesse mesmo período de 106 dias será:

55.5° (106/687 x 360°).

Agora, considerando o triângulo formado pelo Sol, Terra e Marte na quadratura (SEP' na figura), o ângulo entre o Sol e o planeta, visto da Terra, é 90, e o ângulo entre Terra e Marte, visto do Sol, é 104 - 55 = 49.

Então a distância entre Marte e Sol é:

$$distância_{(Sol-Marte)} = \frac{distância_{(Terra-Sol)}}{\cos 49^\circ} \Rightarrow distância_{(Sol-Marte)} = \frac{1UA}{\cos 49^\circ}$$

$$distância_{(Sol-Marte)} = 1,52UA$$

A tabela abaixo mostra uma comparação entre os valores das distâncias dos planetas ao Sol, em unidades astronômicas, determinadas por Copérnico, e os valores atuais.

Uma relação matemática empírica para a distância média dos planetas em torno do Sol foi proposta em 1770 por Johann Elert Bode (1747-1826) e Johann Daniel Titius (1729-1796).

Planeta	Lei de Titius-Bode	Semi-Eixo Maior
Mercúrio	0,40	0,39
Vênus	0,70	0,72
Terra	1,00	1,00
Marte	1,60	1,52
Cinturão de Asteróides	2,80	2,8
Júpiter	5,20	5,20
Saturno	10,0	9,54
Urano	19,6	19,2
Netuno	38,8	30,1
Plutão	77,2	39,4

Esta relação indica que deve haver algum tipo de ressonância mecânica no disco protoplanetário que deu origem ao Sistema Solar.