

Relatório Final de F 809 – Instrumentação para Ensino

Gravitação: um estudo da 2ª Lei de Kepler



Giancarlo Chesini RA 023895

Orientador: Prof. Marcio José Menon

Coordenador: Prof. José Joaquim Lunazzi

Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Física Gleb Wataghin

Novembro/2006

Introdução

Os vários fenômenos celestes sempre intrigaram as pessoas, mesmo que por motivos diversos. Alguns povos atribuíam a eventos cósmicos, tais como a passagem de um cometa, sinais de desastres e infortúnios [1]. Existiam, porém, aqueles que, compartilhando ou não dessa opinião, preferiam um estudo mais matemático do céu: um estudo das órbitas dos planetas. Assim surgiram vários modelos para o movimento dos astros, entre eles o de Ptolomeu, o dos gregos e o de Copérnico. Os sistemas de Ptolomeu (séc. II d.C.) e dos gregos (Aristóteles, séc. IV a. C.) diziam que os corpos celestes giravam ao redor da Terra. Estes sistemas ficaram conhecidos como sistemas geocêntricos. No século XVII, Copérnico apresentou seu modelo heliocêntrico. Nele, o Sol estaria em repouso com todos os planetas girando ao seu redor em órbitas circulares. Entretanto, naquela época, o modelo heliocêntrico era considerado uma heresia. Em 1600, Giordano Bruno, um defensor do sistema heliocêntrico de Copérnico e um religioso herético em geral, foi julgado pela Inquisição e queimado na fogueira. Mesmo o grande Galileu, que era amigo do Papa, foi preso, julgado pela Inquisição, e obrigado a renunciar publicamente suas crenças [2].

Com relação ao estudo das órbitas dos planetas Tycho Brae (1546-1601) possuía as observações astronômicas mais precisas do mundo, resultado de um trabalho de 35 anos devotados à observação do céu antes da invenção do telescópio. Entre seus estudos encontrava-se a análise do movimento orbital de Marte.

Após a morte de Tycho Brae, Kepler(1571-1630), seu discípulo, passou a estudar os dados deixados pelo mestre. Depois de muitas tentativas sem resultado de ajustar uma órbita circular como órbita de Marte, resolveu testar a elipse e percebeu que os resultados

de Tycho ajustavam-se perfeitamente a esse modelo. Percebeu, ainda, que numa órbita elíptica um planeta aumenta a sua velocidade quando se aproxima do Sol e a diminui quando se afasta, algo que também está de acordo com as observações práticas. Assim, formulou a Primeira Lei do Movimento Planetário: os planetas se movem em torno do Sol em órbitas elípticas, com o Sol num dos focos da elipse.

Se os planetas transitassem em uma trajetória circular e uniforme, um arco de seu círculo orbital seria percorrido sempre num mesmo intervalo de tempo. Mas com as órbitas elípticas a história era um pouco diferente. Quando está mais perto do Sol um planeta traça um grande arco em sua órbita num determinado tempo. Quando está mais longe, porém, leva esse mesmo tempo para percorrer um arco muito menor. Kepler descobriu que para um mesmo intervalo de tempo as áreas desses arcos são idênticas, não importando a excentricidade da órbita. Essa é a Segunda Lei: os planetas percorrem áreas iguais em tempos iguais [3].

Descrição do projeto

Um corpo pendente de um fio oscilando num pequeno arco move-se para frente e para trás, descrevendo uma trajetória aproximadamente horizontal (pêndulo simples). Se esse pêndulo é, ao mesmo tempo, impulsionado lateralmente, ele descreverá uma trajetória elíptica, simulando o movimento de um planeta. Para medirmos o tempo utilizaremos o próprio corpo pendente. Para isso, se colocará um funil com areia na base do pêndulo. Uma pequena abertura no fundo do funil permitirá a vazão de areia em quantidade constante. Ao

oscilar, o funil depositará uma quantidade de areia proporcional ao tempo gasto para atravessar o arco. Se medirmos a quantidade de areia depositada numa determinada área e soubermos a taxa de vazão da areia do funil, podemos determinar o tempo gasto pelo pêndulo naquela região.

Lista de materiais

Para a construção do pêndulo foram utilizados:

- suporte de parede para madeira
- madeira
- barbante
- funil
- farinha de rosca peneirada
- cola quente
- cartolina

Procedimento

Dois pedaços de madeira foram utilizados na construção do pêndulo: um para fazer a base e manter o pêndulo no chão e outro para fixar a base e o suporte. Na ponta do suporte foram feitos dois furos, pelos quais prendemos o barbante. Os dois pedaços de barbante de mesmo comprimento foram colados nas laterais do funil com cola quente. A cartolina serve como “anteparo”, delimitando o plano no qual a órbita é analisada. Com a

ajuda do software CorelDraw, algumas elipses foram traçadas e regiões de mesma área delimitadas. A seguir há uma comparação entre o desenho do projeto e o projeto real.

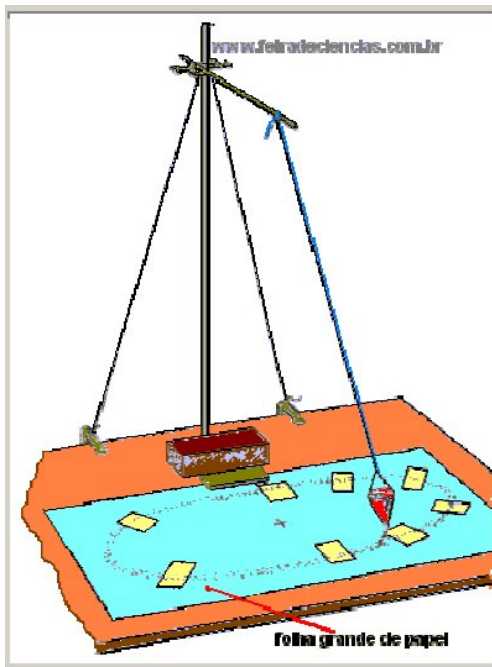


Figura 1 – (a) projeto idealizado (b) projeto construído

Análise do experimento

Como a medida do tempo da órbita é feita pelo pêndulo, era preciso conferir se a taxa de vazão da farinha de rosca era razoavelmente uniforme. Para isso, foi feita uma série de medidas do tempo de vazão para uma mesma quantidade inicial de farinha. A tabela a seguir apresenta os valores obtidos.

Tabela 1 – tempo de vazão para quantidade padrão de material depositado					
N	(T ± 1) s	N	(T ± 1) s	N	(T ± 1) s
1	98	11	99	21	98
2	96	12	95	22	94
3	100	13	97	23	99
4	97	14	95	24	97
5	99	15	94	25	100
6	97	16	94	26	93
7	97	17	101	27	96
8	99	18	96	28	95
9	95	19	97	29	98
10	96	20	95	30	97

Os erros de cada medida foram estimados em 1s porque dependiam do tempo de reação para iniciar/parar o cronômetro. O valor médio da taxa de vazão é (97 ± 2) s. Para metade do valor inicial de material depositado, os dados são mostrados na tabela 2.

Tabela 2 – tempo de vazão para metade da quantidade padrão de material depositado					
N	(T ± 1) s	N	(T ± 1) s	N	(T ± 1) s
1	49	11	45	21	46
2	45	12	47	22	46
3	43	13	44	23	50
4	46	14	50	24	43
5	47	15	49	25	46
6	50	16	49	26	48
7	44	17	46	27	48
8	51	18	44	28	50
9	45	19	48	29	49
10	49	20	47	30	45

Para os dados da tabela 2, o tempo de vazão é (47 ± 2) s. Disto, podemos ver que a taxa de vazão da farinha de rosca através do funil é aproximadamente constante.

Para verificarmos a validade da segunda lei de Kepler adotamos o seguinte procedimento: colocamos a farinha de rosca no funil e liberamos o pêndulo de modo que este percorra uma trajetória elíptica. Deixamos o pêndulo completar duas ou três revoluções no máximo, pois, a perda da energia cinética por atrito no barbante faz com que a elipse descrita varie ao longo do tempo. Assim, a cada revolução, a elipse sofre uma leve alteração. Entretanto, para as duas primeiras revoluções, podemos dizer que a variação na órbita é pequena, o que nos permite aproximar as duas elipses por uma só.

Para determinarmos o tempo que o pêndulo gasta em cada pedaço de área da elipse poderíamos calcular a massa de farinha depositada naquela região e, sabendo a taxa de vazão, descobrir o tempo gasto. No entanto, para isso, precisaríamos de uma balança de precisão, pois as quantidades de farinha depositadas são muito pequenas. Como o intuito deste experimento é trabalhar com materiais de fácil acesso e de custo reduzido o enfoque dado foi diferente. Com a ajuda do software CorelDraw algumas elipses foram traçadas e tiveram “pedaços” iguais de área delimitados. Assim, podemos ver qual destas elipses se ajusta melhor àquela descrita pelo pêndulo e podemos separar a farinha depositada em cada região. Feito isso, é possível fazer uma análise qualitativa e quantitativa da amostra. Pelo exposto acima, a análise quantitativa depende de equipamentos mais precisos (balança de precisão)e, portanto, a análise qualitativa foi adotada. Essa análise se dá visualmente comparando os “montes” de farinha depositados em cada região.

O procedimento acima descrito foi empregado na apresentação do experimento para dois grupos de alunos do ensino fundamental de uma escola pública (1ª e 2ª séries e 5ª e 6ª séries). A seguir apresento uma descrição da receptividade dos mesmos.

Apresentação do experimento à comunidade leiga

A apresentação do experimento aos alunos de uma escola pública da cidade de Sorocaba ocorreu num fim de semana durante as atividades do projeto Escola da Família desenvolvido pelo Governo do Estado de São Paulo. O enfoque dado em cada apresentação variou devido à diferença de idade entre os alunos de cada grupo e seus níveis de compreensão. Por exemplo, para o grupo 1 (crianças de 7-8 anos), não usei uma linguagem matemática muito sofisticada e não apresentei expressões matemáticas. Assim, tratei o período de revolução como “o tempo que o pêndulo leva para dar uma volta completa”, a área como “regiões do papel que cabem a mesma quantidade de coisas”, o foco da elipse como “o lugar onde fica o Sol” etc. Mesmo assim, esses conceitos ainda eram relativamente abstratos para as crianças, então, foquei a discussão nos efeitos que esse tipo de movimento possui no planeta Terra apresentando a seguinte pergunta: por que as estações do ano possuem a mesma duração se ora a Terra está mais perto do Sol, ora mais afastada? Partindo daí, cheguei a segunda lei de Kepler.

As perguntas surgidas durante a apresentação foram o que era uma elipse, se era por causa desse movimento que o verão é mais quente que o inverno e como Copérnico estudou o movimento dos planetas, todas respondidas numa linguagem compreendida pelos alunos.

Para o grupo 2 (alunos de 12-13 anos) constatee que o conhecimento matemático dos mesmos ainda era de nível básico. Assim, utilizei o mesmo método descrito no parágrafo acima, mas tentei introduzir um nível mais alto de sofisticação matemática. As perguntas feitas foram por que a órbita dos planetas é elíptica, se ela pode ser diferente de uma elipse e se ela muda com o tempo como faz o pêndulo durante o experimento.

Aqui, gostaria de mostrar uma foto do dia da apresentação, porém, como os alunos são todos menores de idade, é necessária a autorização formal dos pais. Para isto, seria preciso encaminhar um documento para cada pai de aluno presente na escola no momento da apresentação e levar pessoalmente às suas respectivas casas, explicando os motivos da visita. Visto que este relatório será disponibilizado na internet e não é possível controlar os acessos e a intenção de quem transita pela rede, alguns pais acharam melhor que a foto não fosse veiculada. Em respeito a essa decisão, portanto, não anexei fotos do dia neste relatório.

Conclusão

Este trabalho foi muito interessante porque pude estudar uma lei da natureza pouco conhecida do público leigo e pude mostrar um lado mais prático da Física, mostrando que ela é importante, pois descreve fenômenos que possuem implicações diretas no cotidiano das pessoas. Foi possível, também, tornar mais claro um conceito (lei) um tanto quanto abstrato, de acordo com o objetivo inicial deste experimento.

Referências Bibliográficas

[1] Gleiser, M. *O fim da Terra e do Céu: o Apocalipse na Ciência e na Religião*.

Companhia da Letras, 2001

[2] <http://educar.sc.usp.br/fisica/movgrav.html>

[3] http://www.feiradeciencias.com.br/sala05/05_62.asp

APÊNDICE 1: referência bibliográfica 2

Experimento 9 - O Movimento Gravitacional e as Leis de Kepler: *Fundamentos Teóricos*

Um pouco de história

Quem já não ficou olhando para o céu tentando desvendar o misterioso mundo dos astros?

Muitos fenômenos celestes exerciam uma forte influência nos povos mais antigos e até hoje exercem um fascínio sobre a gente.

Isso levou muitos astrônomos da Antigüidade a coletar inúmeros dados sobre o movimento dos astros, já que podia-se observar que muitos deles se moviam entre os demais.

Existem vários modelos que podemos citar sobre o movimento dos astros, tais como o Sistema de Ptolomeu (século II d.C.) e o modelo dos gregos (Aristóteles - século IV a.C.), que julgavam que os corpos celestes giravam em torno da Terra (Sistema Geocêntrico - Fig. 9.1).

O que mais nos interessa agora é o modelo de Copérnico (XVI). Nesse modelo denominado heliocêntrico, o Sol estaria em repouso e a Terra e os demais planetas girariam em torno dele em órbitas circulares. Anos depois foi provado por Kepler que estas órbitas eram elípticas. A fig. 9.2 mostra o Sistema Heliocêntrico nos dias de hoje com todos os planetas do sistema Solar (as posições dos planetas estão sempre mudando).

As posições dos planetas podem ser vistas no simulador da NASA no site:

<http://space.jpl.nasa.gov/>

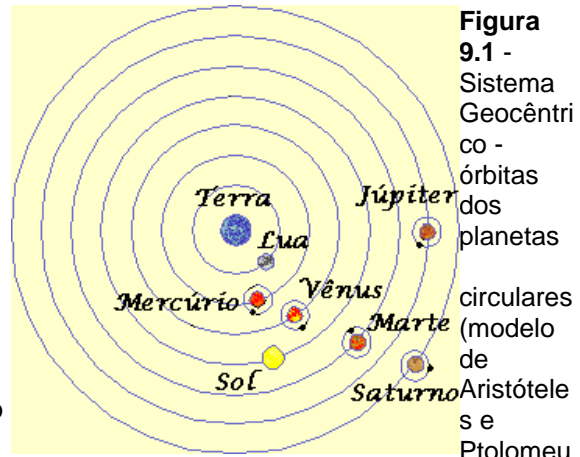


Figura 9.1 - Sistema Geocêntrico - órbitas dos planetas circulares (modelo de Aristóteles e Ptolomeu)

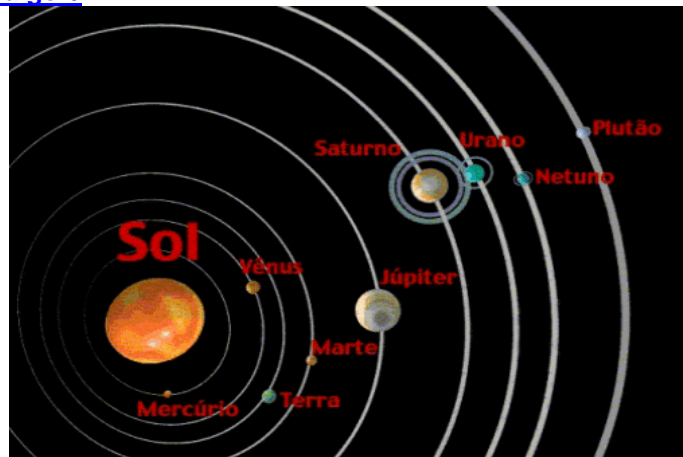


Figura 9.2 - Sistema Heliocêntrico

As órbitas dos planetas são elipses de pequena excentricidade, praticamente circulares.

No século XVII era uma heresia religiosa sugerir que os planetas giravam ao redor do Sol e não da Terra. Em 1600, Giordano Bruno, um defensor do sistema heliocêntrico de Copérnico e um religioso herético em geral, foi julgado pela Inquisição e queimado na fogueira.

Mesmo o grande Galileu, que era amigo do Papa, foi preso, julgado pela Inquisição, e obrigado a renunciar publicamente suas crenças.

Anos após a morte de Copérnico, Tycho Brahe, um astrônomo dinamarquês, com um observatório muito bem equipado, observou por cerca de 20 anos o movimento dos planetas.

Esses dados foram tabelados e foram a base do trabalho de Kepler (XVII), que era seu discípulo. Após a morte de Tycho Brahe, Kepler estudou os dados deixados por seu mestre durante 17 anos, concebendo as três leis sobre o movimento dos planetas, dando origem à Mecânica Celeste.

APÊNDICE 2: referência bibliográfica 3

Gravitação II
(Lei das áreas)
Prof. Luiz Ferraz Netto
leobarretos@uol.com.br

Objetivo

Verificar a Lei das Áreas, de Kepler.

Introdução

Kepler descobriu que os planetas em seu trajeto em torno do Sol descrevem órbitas elípticas. Descobriu também que uma linha imaginária (raio vetor), traçada a partir do Sol até o planeta, varre áreas iguais em tempos iguais. Na impossibilidade de se realizar a experiência com os planetas, para a verificação desta lei, seus movimentos serão simulados através de um pêndulo em movimento elíptico (pêndulo cônico).

Um corpo pendente de um fio oscilando num pequeno arco, move-se para frente e para trás, descreve uma trajetória aproximadamente horizontal (pêndulo simples). Quando este pêndulo é impulsionado lateralmente, ele descreverá uma trajetória elíptica (pêndulo cônico).

O corpo pendente será também o aparelho medidor de tempo. Ele consta de um funil de papel (plástico ou madeira), cheio de areia fina (ou sal). Uma pequena abertura no fundo do funil permitirá a vazão de areia em quantidade constante. Ao oscilar, o funil irá depositando uma quantidade de areia sensivelmente proporcional ao tempo que o funil leva para atravessar o arco. Cada pedaço de papel disposto ao longo do trajeto coletará, portanto, uma massa (medida mediante uma bureta) proporcional ao tempo necessário para o funil passar sobre este papel.

Material

- 1 suporte universal
- 1 haste
- 1 mufa
- 2 grampos de carpinteiro
- 1 tijolo ou qualquer objeto pesado

1 folha de cartolina
1 folha de papel sulfite e fio cordoné.
Montagem



Procedimento

1. Com auxílio de um pedaço de cartolina, monte um funil com um pequeno orifício no fundo. O orifício deve ter um diâmetro da ordem de 2 mm. Um funil de plástico pode ser adaptado para esse fim.
2. Pendure o funil conforme mostra a ilustração acima. O comprimento do fio deve ser tal que o funil quase toque o chão.
3. Coloque, debaixo do pêndulo, uma folha inteira de cartolina. Marque nessa folha a posição de repouso do pêndulo.
4. Treine diversas oscilações, com o funil carregado de areia mas com o orifício vedado, antes da oscilação definitiva, para obter a órbita aproximada.
5. Coloque pequenos retângulos de papel ao longo da trajetória, conforme indicamos nessa ilustração.
6. Lance o funil, para a oscilação definitiva, com o orifício aberto para que a areia vá escoando.
7. Marque ao longo do trajeto os pares de pontos que limitam cada retângulo de papel (pontos A e B da ilustração a seguir). Determine os comprimentos dos arcos AB da elipse. Esses pontos A e B são os limites do retângulo de papel.