

F 809 – Instrumentação para o Ensino

O que Vemos quando nos Olhamos para um Espelho Côncavo?

Relatório Final
(Editado em: 20/11/06)



Aluno: Gustavo Marapuan Suveges Lelis (RA:008842)

Orientadora: Profa. Lucila Cescato

Coordenador: Prof. José Joaquin Lunazzi

UNICAMP, IFGW

1. Resumo

Objetivo: explicar o funcionamento de um espelho côncavo e a influência do olho humano, que é uma lente convergente, na percepção da imagem formada.

Motivação: a determinação geométrica de imagens para um espelho côncavo empregada amplamente nos cursos de Ensino Médio e na Universidade, nos induz a pensar que ao olharmos diretamente para um espelho côncavo, iremos observar uma descontinuidade na imagem quando o objeto passa pelo foco do espelho. Entretanto, se uma pessoa se posicionar em frente ao espelho, ela irá observar que esta descontinuidade no centro de curvatura ao invés do foco. Para explicar esta discordância entre teoria e prática é preciso levar em consideração a lente do olho humano na determinação geométrica das imagens.

O experimento consiste na observação deste fato, assim como na demarcação espacial do foco do espelho utilizando um laser de He-Ne. Para a demarcação do foco, dividimos o feixe de He-Ne em dois feixes paralelos entre si e ao eixo óptico de um espelho côncavo. Os feixes refletidos convergirão no foco, demarcando sua posição no espaço.

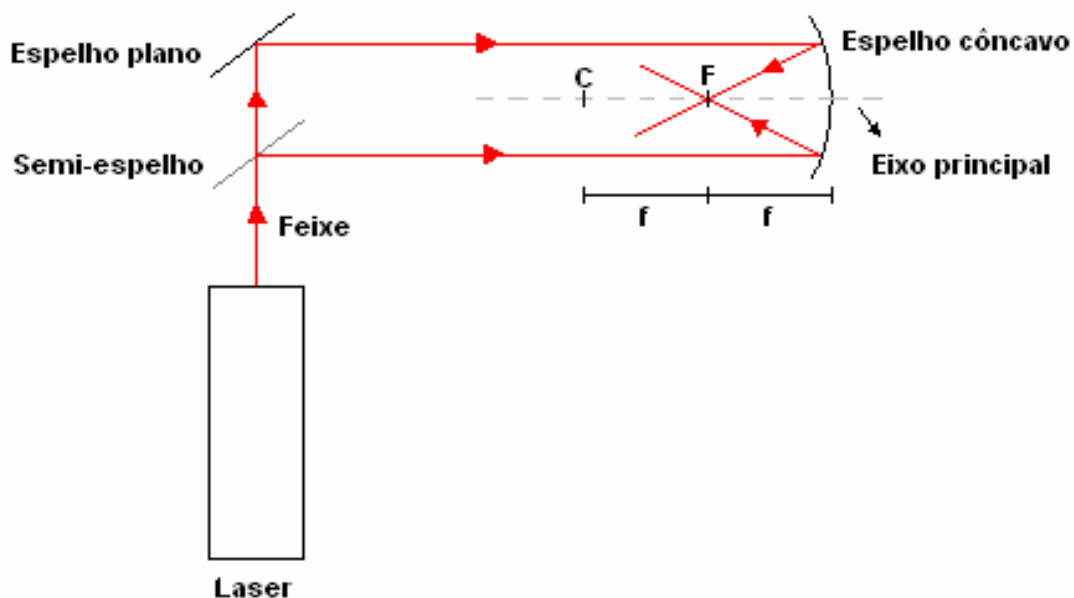


Fig.1: Demarcação do foco do espelho côncavo.

Feito isso, podemos explicar, a determinação geométrica de imagens em um espelho côncavo, e como isso nos induz ao erro se acreditarmos que tais imagens são o que de fato vemos num espelho côncavo, quando nosso rosto é o objeto a ser visto. Pede-se então que o participante sente-se numa cadeira deslizando em frente ao espelho, e que note a discordância entre teoria e prática. Então explica-se que para fazermos a determinação geométrica correta daquilo que vemos num espelho côncavo, é preciso incluir a lente convergente que é o olho humano, ao sistema de determinação de imagens do espelho côncavo.

Segue abaixo as imagens utilizadas para comparação entre os dois casos (sem e com a lente convergente incluída no sistema), e fotos tiradas das três posições de observação do espelho côncavo de interesse: entre o espelho e o foco, entre o foco e o centro de curvatura, e além do centro de curvatura.

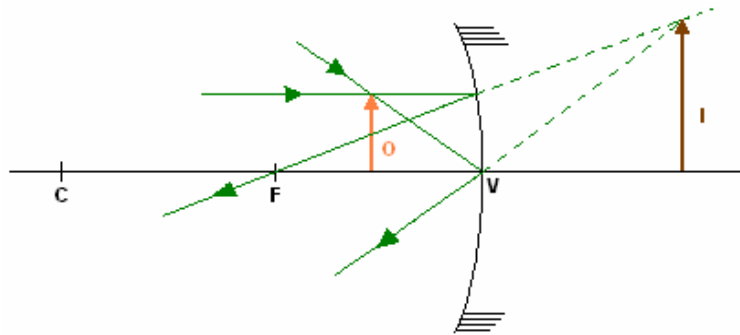


Fig.2: Imagem formada é direita, virtual e maior.

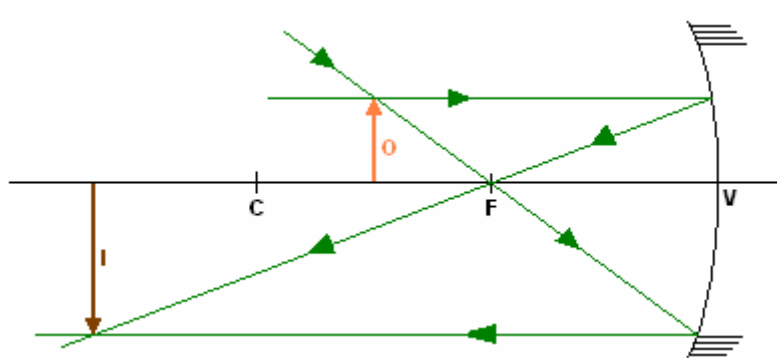


Fig.3: Imagem formada é invertida, real e maior.

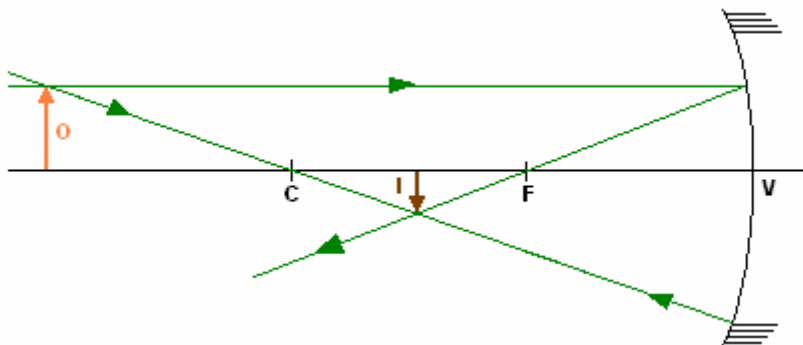


Fig.4: Imagem formada é invertida, real e menor.

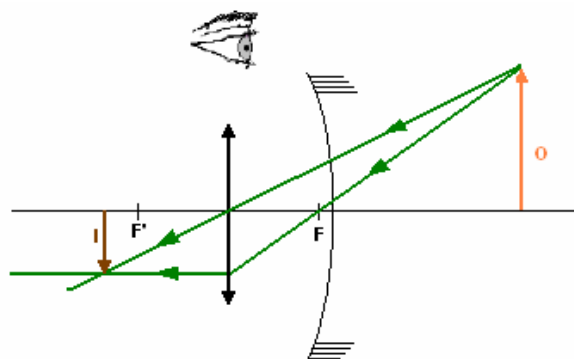


Fig.5: O olho conjuga uma imagem real e invertida na retina.

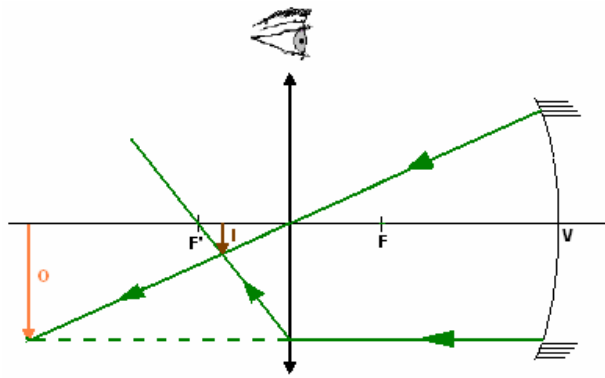


Fig.6: A imagem formada na retina é real e invertida.

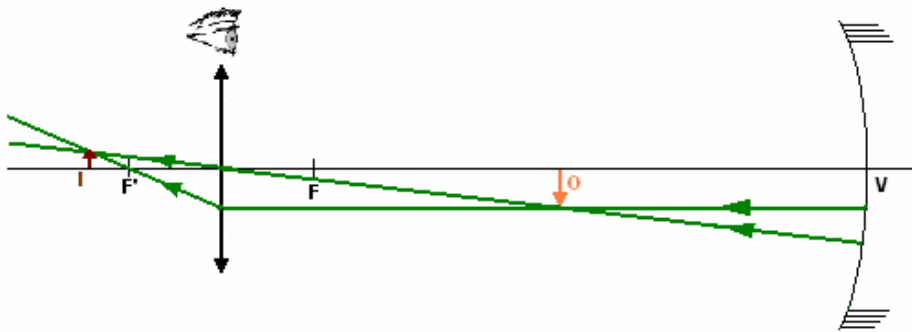


Fig.7: A imagem conjugada pelo olho é real e direita na retina.



Fig.8: Foto tirada entre o espelho e o foco.



Fig.9: Foto tirada entre o foco e o centro de curvatura.



Fig.10: Foto tirada além do centro de curvatura.

2. Teoria

2.1. Espelho Côncavo

Considere uma superfície esférica de centro C e raio de curvatura R . Se imaginarmos um plano interceptando a superfície esférica, ele irá dividi-la em duas calotas esféricas. Se uma das superfícies da calota for refletora, teremos então um espelho esférico. Este pode ser classificado de duas maneiras: côncavo, quando a superfície refletora é aquela voltada para o centro da calota, ou convexo, no caso contrário.

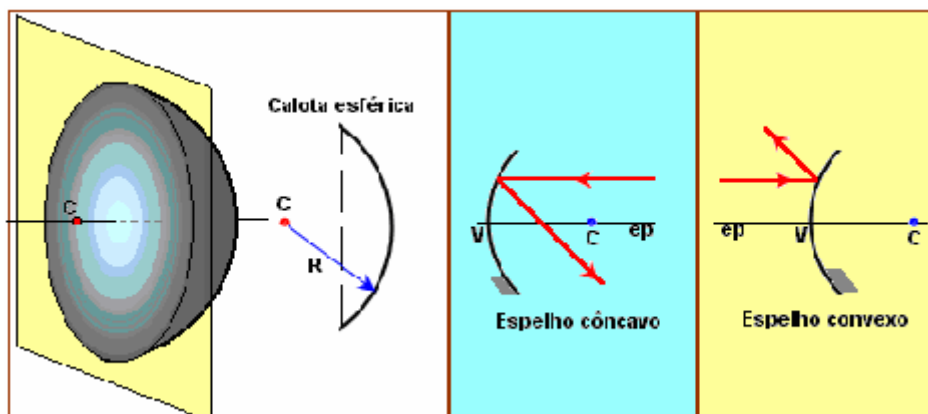


Fig.11: Espelhos esféricos (imagem extraída do site http://www.feiradeciencias.com.br/sala09/09_OG03.asp, ref. [6]).

No caso deste experimento, voltamos nossa atenção para o espelho côncavo. Este possui os seguintes lugares geométricos como característica:

- a) Vértice do Espelho (V): é o pólo da calota esférica.
- b) Centro de Curvatura (C): é o centro da esfera de onde se originou a calota.
- c) Raio de Curvatura (R): é o raio da esfera que deu origem a calota.
- d) Eixo Principal: é o eixo determinado pelo centro de curvatura (C) e pelo vértice (V) do espelho.
- e) Eixo Secundário: qualquer reta que passe pelo centro de curvatura (C) e atinja o espelho em qualquer ponto de sua superfície diferente do vértice (V).
- f) Plano Meridano: todo plano que contém o eixo principal.
- g) Foco (F): ponto para o qual os raios paralelos ao eixo principal, que incidem no espelho, convergem.

A distância entre o foco F e o vértice V é chamada de distância focal f do espelho, e para um espelho côncavo que satisfaz as condições de Gauss (vide referências 3 a 5, e 7 para maiores detalhes), temos a seguinte relação:

$$f = R/2 \quad (1)$$

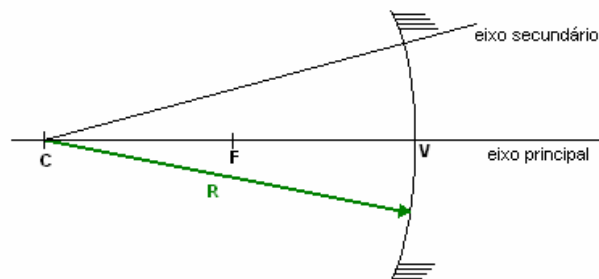


Fig.12: Lugares geométricos do espelho côncavo

2.2 Formação de Imagem em um Espelho Côncavo

Para podermos estudar a formação de imagem em um espelho côncavo, precisamos primeiro conhecer a trajetória dos 4 raios notáveis do espelho, através dos quais é possível construir graficamente a imagem de um objeto frontal ao espelho, de pequenas dimensões em comparação com o raio de curvatura R .

Temos então:

- Um raio paralelo ao eixo principal se reflete passando pelo ponto focal F .
- Um raio que passa pelo ponto focal F se reflete paralelo ao eixo principal.
- Um raio que passa pelo centro de curvatura C se reflete retornando pelo mesmo caminho.
- Um raio que tem seu ponto de reflexão na interseção do espelho com o eixo principal, centro do espelho, se reflete simetricamente em relação ao eixo central.

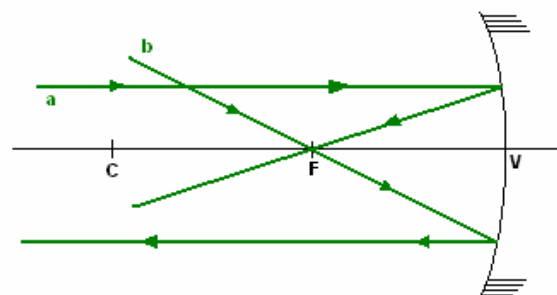


Fig.13: Trajetória dos raios notáveis a e b para um espelho côncavo.

Conhecidos os quatro raios notáveis, vamos estudar os cinco casos distintos de formação de imagem em um espelho côncavo baseados na posição em que o objeto se encontra no eixo principal do espelho. Isto é, o objeto pode se encontrar: entre o foco e o espelho; no foco; entre o foco e o centro de curvatura; no centro de curvatura; e além do centro de curvatura. A determinação geométrica da imagem se dá no cruzamento de dois raios notáveis (se a imagem se formar na frente do espelho), ou no cruzamento da extensão de dois raios notáveis (no caso da imagem formar-se atrás do espelho).

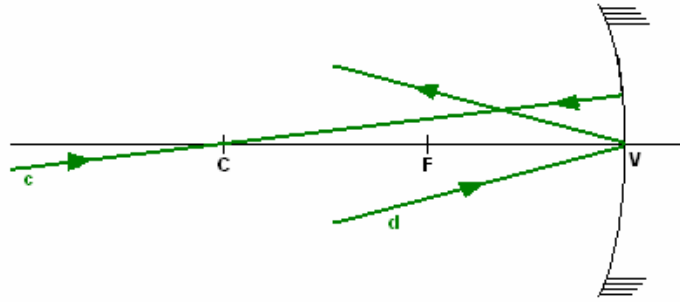


Fig.14: Trajetória dos raios notáveis c e d para um espelho côncavo.

A imagem formada costuma ser classificada segundo os seguintes parâmetros:

- a) DIREITA ou INVERTIDA: isto é, se a imagem possui a mesma orientação do objeto (seta apontando no mesmo sentido) ou orientação contrária.
- b) REAL ou VIRTUAL: isto é, se a imagem formou-se na frente do espelho, ou atrás dele.
- c) MAIOR ou MENOR: isto é, se a imagem foi ampliada ou reduzida com relação ao tamanho do objeto.

Além disso, representamos a distância do objeto à superfície do espelho pela letra minúscula o , e a distância da imagem à superfície do espelho pela letra minúscula i , e estas distâncias estão relacionadas à distância focal f pela equação de Gauss para espelhos esféricos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{o} + \frac{1}{i} \quad (2)$$

2.2.1 Objeto entre o espelho e o foco

Este é o caso mais comum de uso de espelhos côncavos, devido ao fato da imagem ser ampliada. Temos imagem ampliada em outros casos, mas só aqui ela é direita e virtual.

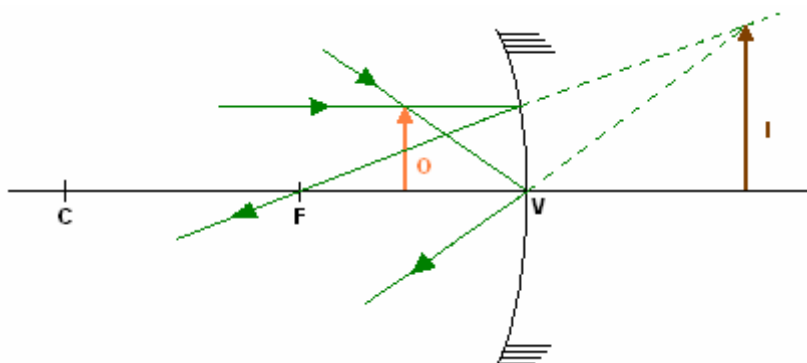


Fig.15: A imagem formada é direita, virtual e maior.

2.2.2 Objeto no foco

Quando o objeto está no foco, os raios refletidos saem paralelos, e portanto, não se cruzam. Logo não temos a formação de uma imagem, pois pela definição de retas paralelas, a imagem se forma no infinito. Neste caso, dizemos que temos uma imagem imprópria.

Temos então uma descontinuidade no foco, e ela pode ser notada pela eq. 2 se igualarmos a distância o à distância f :

$$1/f = 1/o + 1/i$$

$$1/f = 1/f + 1/i$$

$1/i = 0$ o que implica em $i \rightarrow \infty$.

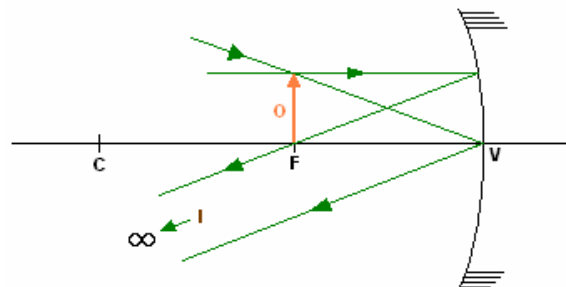


Fig.16: Quando o objeto está no foco, temos uma imagem imprópria.

2.2.3 Objeto entre o foco e o centro de curvatura

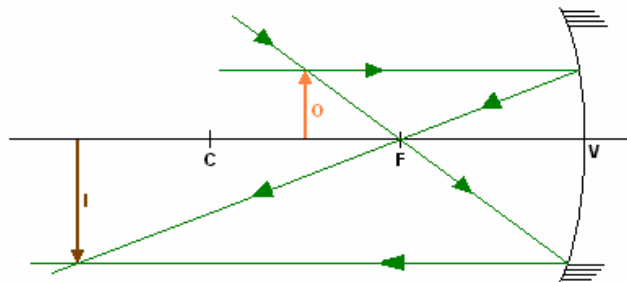


Fig.17: A imagem formada é invertida, real e maior.

2.2.4 Objeto no centro de curvatura

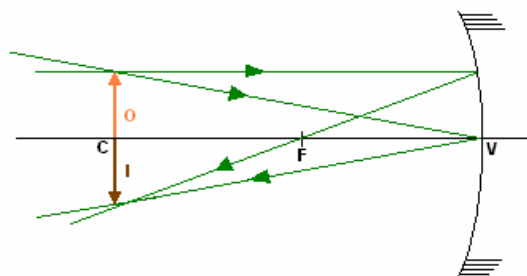


Fig.18: A imagem formada é invertida, real e do mesmo tamanho do objeto.

2.2.5 Objeto além do centro de curvatura

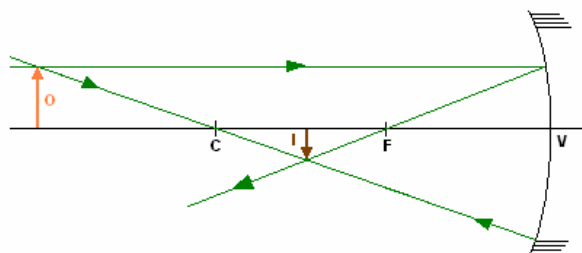


Fig.19: A imagem formada é invertida, real e menor.

2.3 O que vemos quando nos olhamos em um espelho côncavo?

É isto que pretende-se responder com a realização do experimento. Até então, vimos os casos possíveis para formação da imagem de um objeto posicionado frente a um espelho côncavo. Entretanto essas construções geométricas nos induzem a acreditar que se nos posicionarmos como objeto, veremos aquelas imagens construídas na seção anterior, dependendo da nossa posição relativa ao espelho côncavo, mas isto não verdade.

Para vermos algo, a imagem conjugada em nossa retina pelo sistema de lentes do nosso olho (córnea, humor aquoso, cristalino) deve ser *real*. Desta forma, *o que vemos são imagens reais em nossa retina*. Se desconsiderarmos este fato, encontraremos inconsistências entre o que aprendemos em óptica geométrica e o que vemos.

Para compreender o que vemos em um espelho côncavo, é necessário que examinemos como são as imagens em nossa retina quando o olho refrata a luz refletida pelo espelho. Ou seja, não podemos limitar a análise do problema à óptica do espelho; temos que acrescentar ao sistema uma lente que represente o olho conjugando imagens sobre a retina. Não podemos nos esquecer do fato que a imagem formada sobre a retina é *invertida* com relação ao que de fato enxergamos. Portanto, para as construções geométricas abaixo, nós precisamos inverter a imagem formada na retina para saber o que de fato enxergamos quando nos olhamos em um espelho côncavo.

Considerando que podemos nos posicionar como objetos em cinco posições possíveis com relação ao espelho côncavo, como nos casos descritos na seção anterior; temos que para construirmos graficamente o que seria a imagem do nosso rosto, precisamos incluir uma lente convergente no lugar do objeto, fazendo o papel do olho, e tratarmos a imagem anterior como objeto para a lente, para só então traçarmos os raios notáveis e determinarmos a imagem formada na retina.

Para traçarmos os raios notáveis de uma lente convergente biconvexa (caso do cristalino), precisamos lembrar as seguintes propriedades:

- A lente possui dois focos: o foco objeto principal F (do lado dos raios incidentes), e o foco imagem principal F' (do lado dos raios que atravessaram a lente).
- Há um ponto chamado centro óptico no eixo principal da lente, de forma que todo raio incidente que passe pelo centro óptico atravessa a lente sem se desviar.
- Raios que incidem paralelos ao eixo principal da lente, atravessam a lente convergindo para o foco imagem principal da mesma.
- Raios que incidem passando pelo foco objeto principal da lente, estarão paralelos ao eixo principal ao atravessarem a lente.

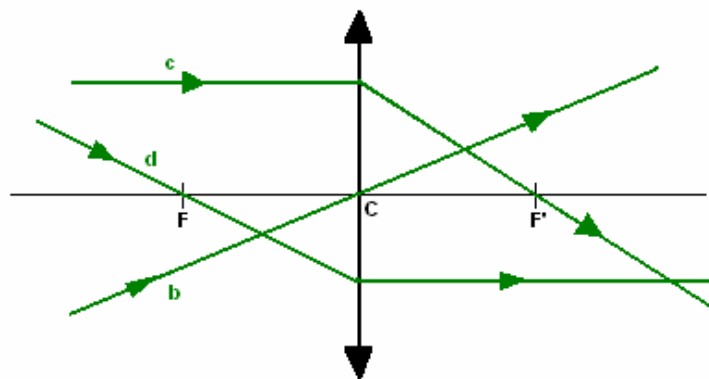


Fig.20: Raios notáveis de uma lente convergente.

2.3.1 O que vemos quando nos posicionamos entre o foco e o espelho?

Colocamos a lente do olho no lugar do objeto da Fig.5, e tratamos a imagem formada como um objeto real para lente. Quando estamos entre o espelho e o foco, caso de uso mais comum de um espelho côncavo, como em espelinhos de banheiro por exemplo, o olho conjuga uma imagem real e invertida na retina. Portanto nos enxergamos direito.

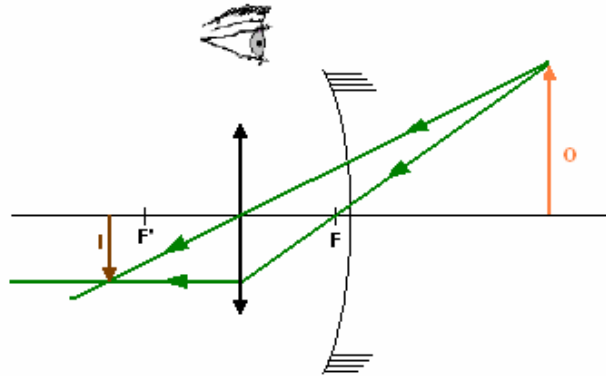


Fig.21: O olho conjuga uma imagem real e invertida na retina.

2.3.2 O que vemos quando nos posicionamos no foco do espelho côncavo?

Quando estamos no foco do espelho, nosso olho recebe os raios refletidos, e estes estão todos paralelos entre si. A lente de nosso olho refrata esses raios, conjugando sobre o plano focal da lente uma imagem real e invertida na retina. Portanto nos enxergamos direito, e não percebemos nenhuma descontinuidade como fora previsto na seção 2.2.2.

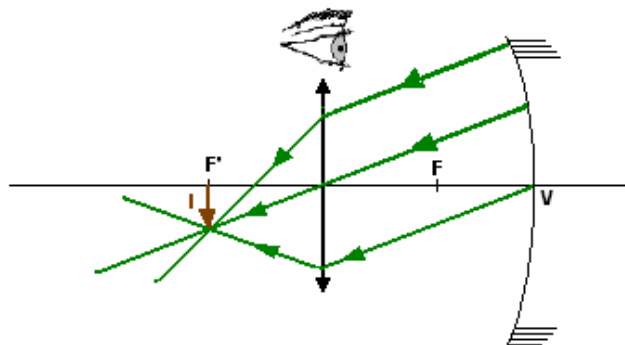


Fig.22: Os raios refletidos são paralelos entre si. A imagem formada na retina é real e invertida.

2.3.3 O que vemos quando nos posicionamos entre o foco e o centro de curvatura?

A imagem formada na Fig.7 passou a ser um objeto virtual para o olho. Este conjuga os raios refletido pelo espelho, formando sobre a retina uma imagem real e invertida. Logo, nos enxergamos direito. Note que havíamos previsto nas seções 2.2.1 à 2.2.3 que a imagem era direita entre o espelho e o foco, e passava a ser invertida entre o foco e o centro de curvatura, havendo um descontinuidade no foco. Entretanto, ao inserirmos a lente de nosso olho no sistema, a descontinuidade desaparece, como visto na seção anterior. É importante lembrar sempre que o que vemos são imagens reais em nossa retina. Assim, nos enxergamos direito, antes e depois do foco.

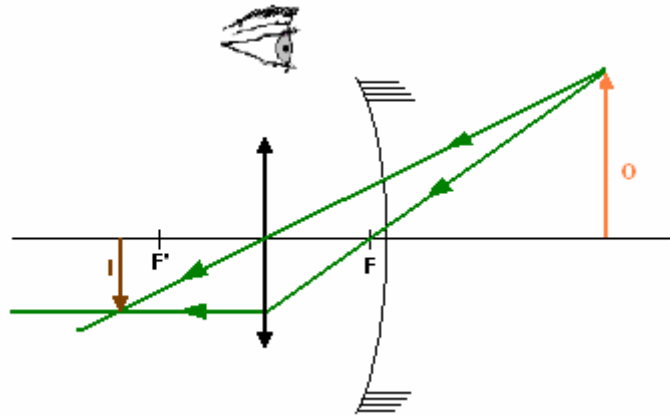


Fig.23: A imagem formada na retina é real e invertida.

2.3.4 O que vemos quando nos posicionamos além do centro de curvatura?

A imagem formada na Fig.9 passou a ser um objeto real para nosso olho. Este conjuga uma imagem real e direita do nosso rosto na retina. Portanto nos enxergamos invertidos. Há então uma descontinuidade no centro de curvatura, pois estávamos nos enxergando direito até ele, e ao passarmos por ele passamos a nos enxergar invertidos.

Esta descontinuidade pode ser notada matematicamente, usando a equação de Gauss para lentes convergente, que é idêntica a eq. 2 para espelhos côncavos, com a diferença que agora, as grandezas i e o representam, respectivamente, as distâncias da imagem e do objeto ao centro da lente. E a grandeza f é a distância focal da lente.

No centro de curvatura, de acordo com a Fig.8, o objeto e a imagem estão no mesmo ponto. Se substituirmos o objeto pela lente, e a tratarmos a imagem como um objeto para a lente, teremos que a distância o é igual a zero, pois o objeto está sobre a lente. Sendo a distância focal do olho, a separação entre o cristalino e a retina, que é uma constante, temos então:

$$1/f = 1/i + 1/o, \text{ com } o = 0, f = \text{constante}$$

$$\text{isto implica em } 1/i = 1/f + 1/0$$

$$\text{logo, } 1/i \rightarrow \infty \Rightarrow i \rightarrow 0$$

A imagem também está sobreposta a lente, portanto nosso olho não consegue convergir esta imagem, havendo então uma descontinuidade no centro de curvatura.

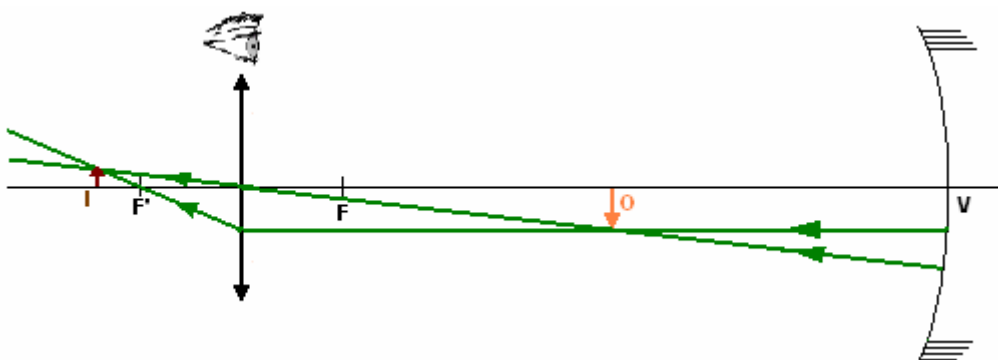


Fig.24: A imagem conjugada pelo olho é real e direita na retina.

3. O experimento

3.1 Montagem

Para a realização deste experimento, utilizamos os seguintes materiais:

- Um espelho côncavo de 1m de distância focal.
- Um laser de He-Ne.
- Um macaco para elevar o Laser a altura do espelho plano.
- Um semi-espelho plano.
- Um espelho plano.
- Duas chapas metálicas para fixação dos materiais.
- Um tripé.
- Uma mesa.
- Uma cadeira deslizante.
- Parafusos e chaves Allen, porcas e arruelas.
- Um cabo de vassoura.
- Um rolo de fita crepe.
- Um rolo de fita adesiva.
- Uma trena.
- Indicador de nível.



Fig.25: Laser de He-Ne.



Fig.26: Macaco utilizado para erguer o laser.

Primeiramente, fez-se em uma oficina mecânica duas chapas metálicas que foram utilizadas para a fixação dos materiais. A primeira chapa é quadrada, de 40cm de lado, feita de aço de 2,0mm de espessura. Foi chumbado no verso da chapa, um bloco de aço com as se-

guintes dimensões: 3cm de largura, 10cm de comprimento e 0,8cm de espessura. Nesse bloco foi feito um furo para fixá-lo ao tripé através do parafuso na parte superior do tripé que costuma ser utilizado para fixação de máquinas fotográficas.

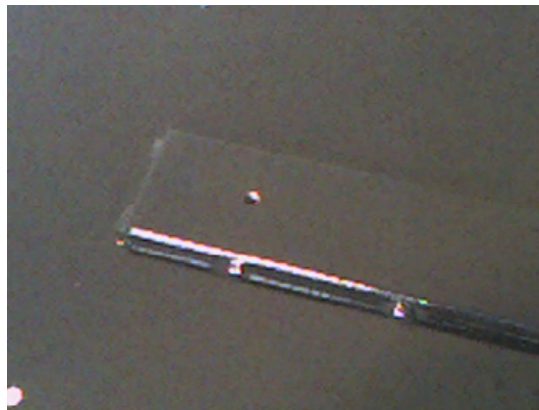


Fig.27: Detalhe do furo para fixação da chapa metálica ao tripé.

Nesta primeira chapa, fizemos dois furos em sua superfície, para prendermos o suporte do espelho côncavo na mesma, com parafusos Allen. O espelho côncavo é preso ao suporte por parafusos também. Todas essas peças, o espelho, o suporte, a chapa e o tripé, quando montados ficam assim:



Fig.28: Montagem do suporte do espelho côncavo.

A segunda chapa de aço feita numa oficina mecânica tem 40cm de largura, 70cm de comprimento e 1,2mm de espessura. Por ser mais fina, foi dobrada suas pontas para diminuir sua flexibilidade. Em cima desta chapa fica o macaco com a laser em cima, o semi-espelho e o espelhos plano, e os suportes dos mesmos. Foi feito furos para a fixação de todas essas peças.

A montagem das peças em cima desta chapa é a seguinte: de um lado da chapa fixamos o macaco e em cima dele colocamos o laser. Em frente ao laser fixamos dois suportes, nos quais prendemos o semi-espelho (mais próximo ao laser) e o espelho plano (mais afastado). Uma vez ajustada a altura do feixe de modo a incidir no semi-espelho e no espelho plano, o laser foi fixado ao macaco com uma fita adesiva.



Fig.29: Detalhe dos furos para fixação dos suportes dos espelhos planos.

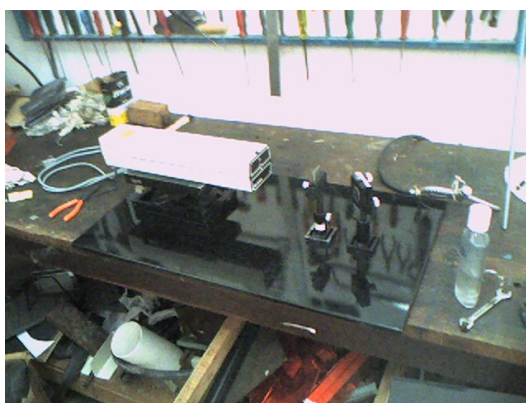


Fig.30: Montagem do laser e dos espelhos.

Uma vez concluída a montagem de todo o equipamento, colocamos a chapa do laser sobre uma mesa, e posicionamos o tripé com a chapa do espelho côncavo, a uns três metros da mesa. o próximo passo é o alinhamento dos feixes.

3.2 Alinhamento dos feixes incidentes

Para realizarmos este experimento, precisamos que os feixes que incidem sobre o espelho estejam paralelos entre si e paralelos ao eixo principal do espelho. O primeiro passo é deixar os feixes paralelos entre si.

Com o indicador de nível, foi certificado que a superfície sobre a qual está a chapa do laser está bem nivelada horizontalmente. Se não estivesse, calços seriam usados para correção. Uma vez nivelada, temos certeza que o feixe desviado pelo semi-espelho, incidirá um alvo na mesma altura de sua origem.

Liga-se o laser, e ajusta-se o semi-espelho de forma a incidir o feixe dele sobre uma superfície (no caso, uma parede). O suporte do semi-espelho só permite que ele seja rotacionado em torno de seu eixo, então ele foi ajustado de forma que o feixe refletido por ele, sofresse um desvio de aproximadamente 90° com relação a direção original (mas não é necessário esse ângulo de desvio, foi uma simples escolha). Fixa-se bem o suporte do semi-espelho à base.

O próximo passo foi ajustar o espelho plano. Direciona-se ele para a parede, e aproxima-se ele do outro feixe. Utilizando o ajuste fino do suporte do espelho plano, regulamos a altura do feixe de modo que ambos os feixes tenham a mesma altura. Com o auxílio da trena mediu-se a separação, nos espelhos, entre o feixe refletido pelo semi-espelho, e o feixe refletido pelo espelho plano, que é de 8,5cm. Foi colada uma tira de fita crepe na parede, com duas marcas indicando a separação de 8,5cm, com uma das marcas já sobreposta

ao feixe do semi-espelho que está fixo. Usando o ajuste fino do espelho plano, posicionamos seu feixe sobre a outra marca. Dessa forma temos dois feixes paralelos entre si.



Fig.31: Único ajuste possível ao semi-espelho é a rotação.



Fig.32: Suporte do espelho plano permite um ajuste fino da orientação.

O último passo foi o alinhamento desses feixes com o eixo principal do espelho côncavo. Posicionando o espelho na trajetória dos feixes incidentes, e um anteparo (pode ser uma folha de papel) posicionado logo atrás do semi-espelho e do espelho plano, utilizamos os recursos de ajuste do tripé, para alinhar horizontalmente os feixes refletidos no espelho côncavo, com os pontos de reflexão dos feixes nos outros espelhos, de forma com que os feixes internos (dos espelhos planos) estejam centralizados com os feixes externos (do espelho côncavo). Isto garante o alinhamento dos feixes com o eixo principal do espelho côncavo.

3.3 Descrição do experimento

Estando tudo montado e alinhado, com o chapa do laser sobre uma mesa, e com um tripé com o espelho côncavo a uns três metros da mesa, e com o feixe incidindo sobre o espelho, podemos começar o experimento.

Primeiro, marcamos no chão, com fita crepe, o centro do tripé, pois ele indicará a posição do espelho. Utilizando um cabo de vassoura posicionando ele verticalmente, determinamos o foco do espelho com a convergência dos feixes refletidos no espelho em um único ponto sobre o cabo de vassoura. Com o auxílio do mesmo fazemos uma marca no chão com fita crepe, para indicar a posição do foco. Medimos com a trena a distância entre a marca do espelho, e a marca do foco, para determinar a distância focal do espelho côncavo.

Sabendo a distância, marcamos o centro de curvatura, sabendo que o raio de curvatura é duas vezes a distância focal. Traçamos uma reta, unindo estes pontos, para servir de orientação ao eixo principal do espelho.

Pedimos então a uma pessoa que deseja participar do experimento para que sente-se numa cadeira posicionada entre o laser e o espelho, e sobre o eixo traçado no chão. Aconselha-se desligar o laser neste momento para segurança do participante, pois se o laser incidir sobre o olho da pessoa, pode causar danos a sua visão.

A pessoa estará de frente para o espelho côncavo, sentada em uma cadeira deslizante que permite regulagem de altura, bem próxima ao espelho. Liga-se o laser, a ajusta-se a altura do participante, de forma a termos o laser incidindo sobre sua nuca. Dessa forma, garante-se que o olho do participante vai estar sempre na altura do eixo principal do espelho. Isto é importante, pois conforme a pessoa for se afastando e verificando a física descrita na seção 2, fica difícil manter um contato visual com a imagem do rosto no espelho se ela não estiver devidamente alinhada.

Conforme o participante realiza o experimento, a teoria é explicada, auxiliada por um painel, com as principais figuras (ver seção 1).

4. Conclusão

Espera-se ter sido esclarecido com a realização do experimento, que para determinarmos o que de fato vemos num espelho côncavo, precisamos incluir uma lente convergente, correspondente ao olho humano, no sistema de determinação geométrica de imagem.

5. Referências

- [1] - Revista Brasileira de Ensino de Física; Jan – Mar 2004; Volume 26, Nº1.
- [2] – SBF Publicações (<http://pcsbfl.sbfisica.org.br/rbef/>) – Site que permite o download da referência [1].
- [3] - Coleção Objetivo; Sistema de Métodos de Aprendizagem, Óptica; Livro 12.
- [4] - Halliday D., Resnick R., Walker J.; Fundamentos de Física vol.4; Óptica e Física Moderna; 4ª Edição.
- [5] - Tipler P.; Física vol.2; Eletricidade e Magnetismo, Ótica, 4º Edição.
- [6] – Feira de Ciências – Óptica Geométrica (http://www.feiradeciencias.com.br/sala09/09_OG03.asp) – Site completo sobre espelhos esféricos (veja 6.Apêndice)

6. Apêndice

Óptica Geométrica

(Parte 3 - Espelhos Esféricos)

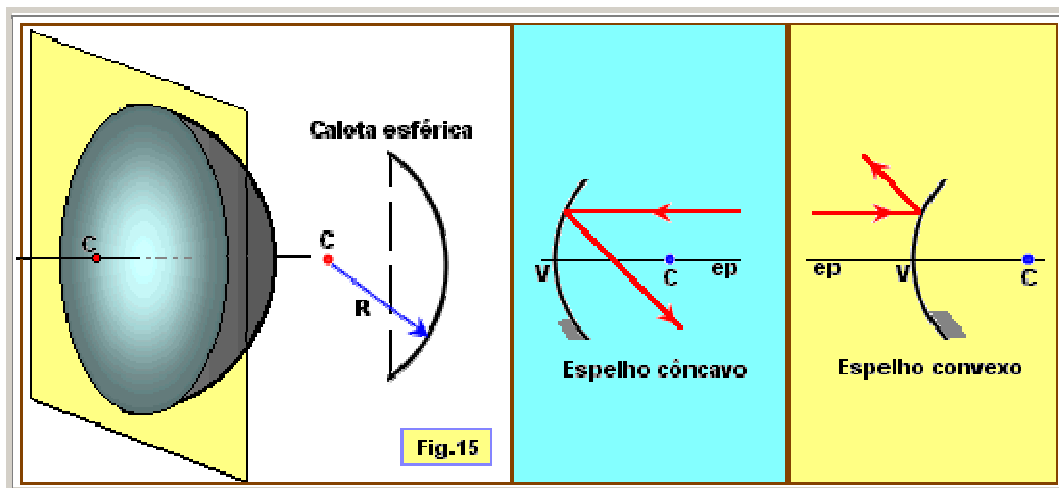
Prof. Luiz Ferraz Netto
leobarretos@uol.com.br

Preliminares

Denominaremos por espelho esférico qualquer porção de uma superfície esférica capaz de exibir, em predominância, o fenômeno da reflexão regular.

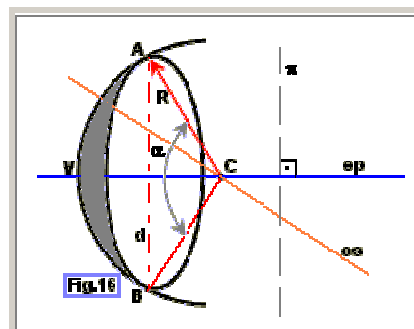
Portanto, o espelho esférico constitui uma região de uma casca esférica, isto é, uma calota esférica onde se verifica condições para que se dê com máxima intensidade o fenômeno da reflexão regular da luz.

Consideraremos que o espelho seja obtido, sempre, pela intersecção de uma superfície esférica com um plano secante, como indica a Fig.15-esquerda.



Se a superfície refletora está voltada para o centro da superfície esférica, que contém o espelho dado, este denomina-se espelho côncavo (internamente refletor)-- Fig.15-centro --; se a superfície refletora é a que não está voltada para o centro, o espelho é dito espelho convexo (externamente refletor)-- Fig.15-direita.

Elementos geométricos



- a) Centro de curvatura (C) - é o centro da superfície esférica que contém a calota esférica que define o espelho. -- Fig.16.
- b) Raio de curvatura (R) - é o raio da superfície esférica que contém o espelho esférico dado.
- c) Curvatura (ρ) - é, por definição, o inverso do seu raio de curvatura: $\rho = 1/R$.

Conclui-se que a curvatura de um espelho (ρ) e seu raio de curvatura (R) guardam uma relação inversa ($\rho \cdot R = 1$); realmente, quanto maior for o raio de curvatura, tanto menor será a sua curvatura e vice-versa.

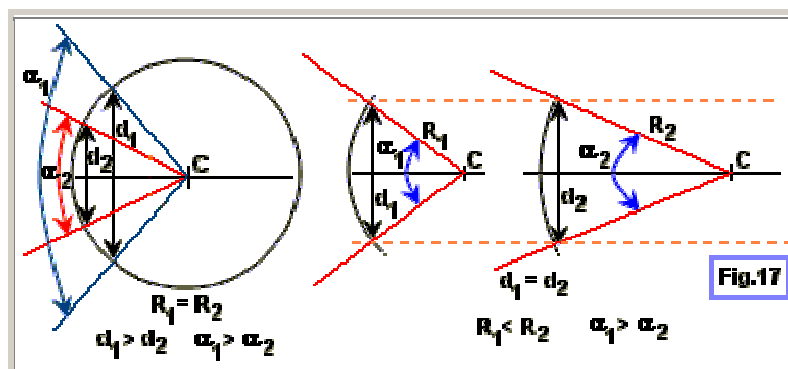
Observe que, se o raio de curvatura do espelho esférico tender para o infinito, a curvatura tenderá para zero e, desse modo, poderemos considerar, por extensão, o espelho plano como sendo um caso particular de espelho esférico --- raio infinitamente grande e curvatura nula.

Sendo a curvatura o inverso de um comprimento (o raio), suas unidades serão: cm^{-1} , m^{-1} etc.

- d) Vértice (V) - é o pólo da calota que constitui o espelho.
- e) Eixo principal (ep) - é a reta definida pelo vértice e centro de curvatura do espelho, constituindo seu eixo de simetria.
- f) Eixo secundário (es) - é toda a reta que, passando pelo centro de curvatura, "fura" o espelho em um ponto qualquer (que não o vértice). Existem infinitos eixos secundários nos espelhos esféricos.
- g) Diâmetro do espelho (d) - é o diâmetro (AB) da circunferência que representa a borda do espelho, ou em outras palavras, é a distância que separa dois pontos diametralmente opostos do contorno do espelho. No caso geral, o diâmetro do espelho é menor que o diâmetro da esfera que o originou. Nos espelhos esféricos que iremos considerar em óptica geométrica, os diâmetros são insignificantes em comparação com os raios de curvatura.
- h) Abertura (α) - é o ângulo plano determinado por dois eixos secundários que passam por pontos diametralmente opostos do contorno do espelho ($\alpha = \angle ACB$), como se ilustra na Fig.16.

Portanto, a abertura de um espelho esférico coincide com o ângulo visual mediante o qual o observador, situado no seu centro de curvatura, vê o espelho.

A abertura (α) de um espelho, como mostra a Fig.17, varia diretamente com o diâmetro d (R é mantido constante) e inversamente, com o raio de curvatura R (d é mantido constante).



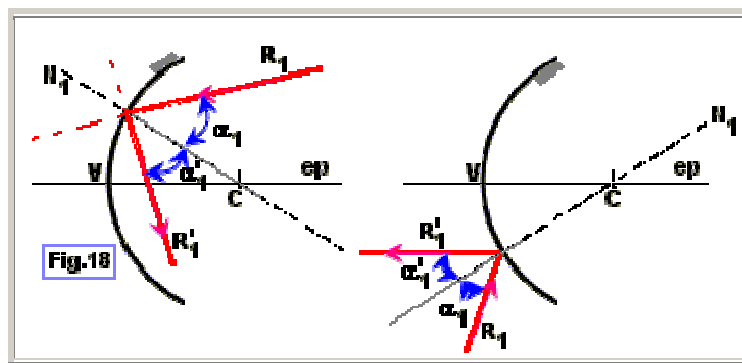
i) Plano meridiano ou seção principal - é qualquer plano que contenha o eixo principal (**ep**) do espelho. Geralmente representamos os espelhos através de uma secção principal (que é então o plano do papel, quadro negro etc.) e nela estudamos os fenômenos de reflexão e a construção geométrica de imagens.

j) Plano frontal (π) - é qualquer plano perpendicular ao eixo principal. Tais planos têm, interesse na construção de imagens, pois, como veremos, os espelhos que consideraremos são aproximadamente aplanéticos.

Reflexão da luz nos E.E.

O fenômeno da reflexão da luz nos espelhos esféricos se processa exatamente da mesma maneira como vimos para os espelhos planos, cada raio de luz refletido obedecendo às duas leis da reflexão.

Realmente, consideremos raio de luz (R_1) que incide no ponto (**I**) da superfície de um espelho esférico (côncavo -Fig.18-esquerda e convexo -Fig.18-direita).



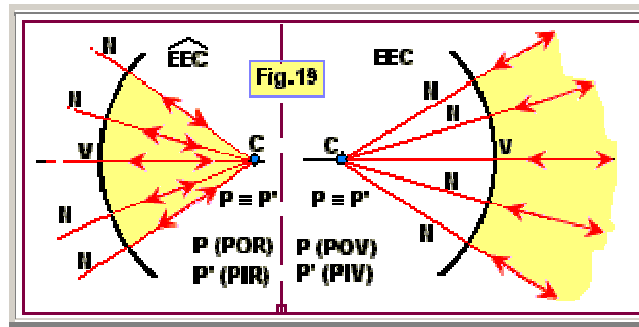
Este raio se reflete (R'_1) formando com a normal (N_1) ao ponto de incidência um ângulo (α'_1), igual ao ângulo de incidência (α_1).

Nos espelhos esféricos, facilmente podemos concluir que, a normal ao ponto de incidência passa pelo centro de curvatura e que essas normais constituem eixos secundários do espelho. Percebe-se ainda que, o processo de reflexão é o mesmo tanto se trate de espelho côncavo como de convexo. Por isso, quando se analisa a reflexão num espelho côncavo, as conclusões a que se chegam podem ser tomadas também para o espelho convexo.

Ponto auto-conjugado

Seja **P** um ponto objeto localizado no centro de curvatura **C** de um espelho esférico côncavo ou convexo, conforme se ilustra na Fig.19 esquerda e direita, respectivamente. O pincel de luz cujo vértice é **P**, incide no espelho, de modo que, todos os seus raios constituintes coincidem com as normais ao espelho pelo ponto de incidência. Conseqüentemente tais raios se refletem segundo a mesma direção e o vértice desse pincel emergente define a imagem **P'** que se localiza também no centro de curvatura do espelho. Em decorrência, o centro de curvatura é um ponto auto-conjugado nos espelhos esféricos, posto que é simultaneamente objeto e imagem, sendo real nos espelhos côncavos e virtual nos convexos.

(Nota: pontos pertencentes à superfície refletora são também auto-conjugados).



Condições de nitidez de Gauss

Lembramos que, um sistema óptico é dito estigmático, quando a um ponto objeto ele conjuga um único ponto imagem, como é o caso do espelho plano.

Lembramos ainda que, um sistema óptico é dito aplanético quando, a um objeto plano frontal ele conjuga uma imagem plana frontal, como é o caso do espelho plano.

Introduziremos mais um conceito: um sistema óptico é dito ortoscópico, quando a um objeto plano ele conjuga uma imagem plana, geometricamente semelhante ao objeto, como é o caso do espelho plano.

Espelho plano é estigmático, aplanético e ortoscópico.

A prática põe em detalhe que, os espelhos esféricos só em determinadas circunstâncias podem ser considerados (e ainda aproximadamente) estigmáticos, aplanéticos e ortoscópicos. Essas circunstâncias especiais são conhecidas como condições de nitidez de Gauss, a saber:

Os raios incidentes devem ser PARA-AXIAIS, isto é, raios próximos ao eixo principal, paralelos ou pouco inclinados em relação a ele.

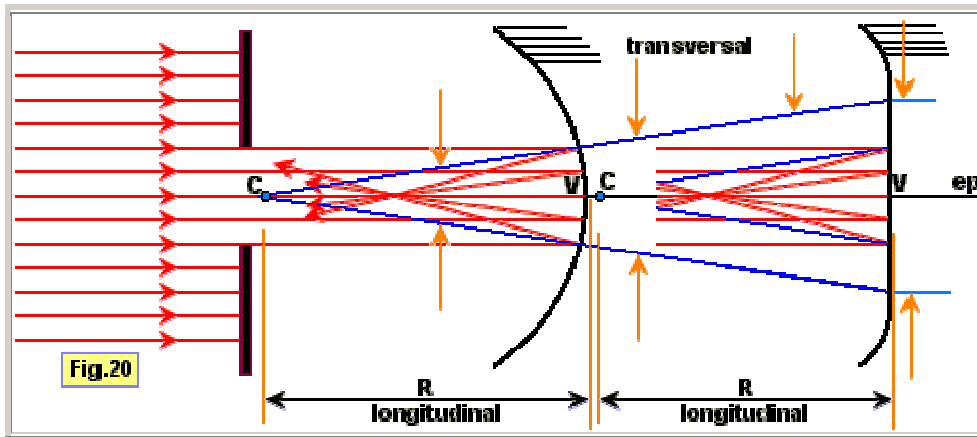
Conseqüências das condições de Gauss

Destas condições conclui-se que:

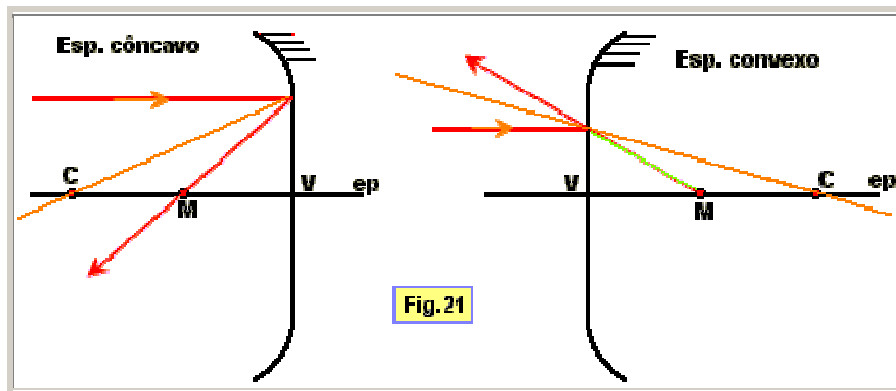
- a) a parte realmente útil no espelho esférico de Gauss é uma pequena região da calota esférica em torno do vértice, ou seja, um espelho esférico de abertura bastante reduzida ($\alpha \leq 10^\circ$).
- b) A necessária obediência às condições de Gauss cria uma dificuldade no que diz respeito à construções de imagens. Realmente, os raios de luz para-axiais se acumulam em torno do eixo principal, pois a incidência se dá muito próxima ao vértice. Assim sendo, as intersecções dos raios refletidos ficam muito mal definidas, tornando praticamente impossível o traçado de raios para a construção de imagens.

Para contornar essas conseqüências das condições de Gauss, adota-se um artifício de representação gráfica, que consiste em umentar consideravelmente a escala das figuras, na direção transversal ao eixo principal, ou seja.:

- b.1) ampliar as dimensões transversais do espelho, junto ao vértice, e
- b.2) conservar as dimensões longitudinais do espelho. -- Fig.20.



Assim sendo os espelhos esféricos côncavos e convexos, passam a ser representados como se indicam nas fig.21-esquerda e Fig.21-direita, respectivamente.



Bem, agora você já sabe porque, na lousa e nos livros, os espelhos esféricos são 'desenhados' como um segmento de reta 'vertical' que leva as 'curvinhas' nas extremidades. Nessa representação as distâncias 'horizontais' podem estar em verdadeira grandeza, mas as 'verticais' não!. Houve ampliação nessa direção.

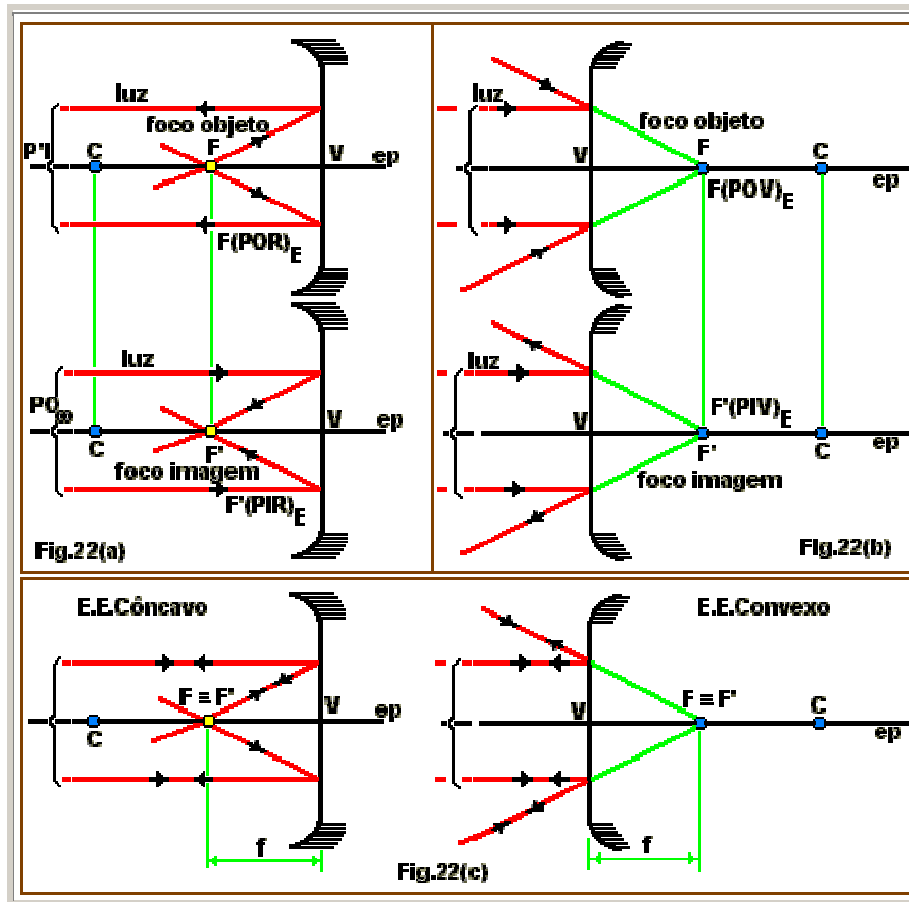
Focos, distância focal e plano focal

Foco principal objeto (F): De um espelho esférico é um ponto do eixo principal ao qual o espelho conjuga imagem no infinito, sobre o eixo principal. - Fig.22(a).

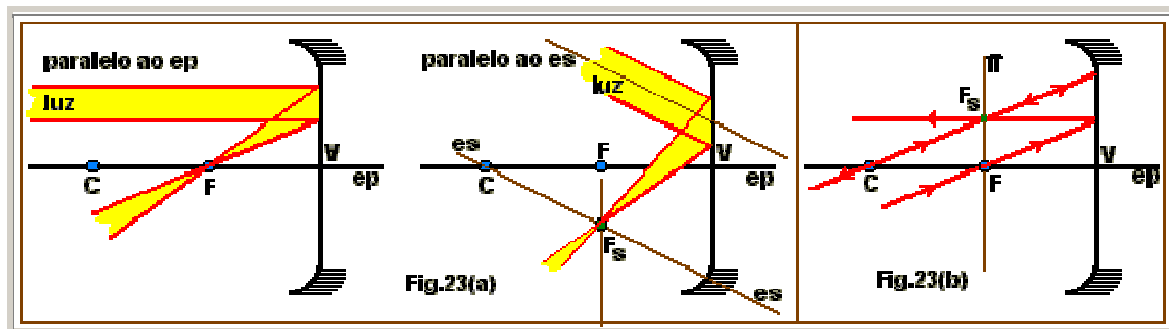
Foco principal imagem (F'): De um espelho esférico é um ponto do eixo principal conjugado pelo espelho, de um ponto objeto no infinito, sobre o eixo principal. - Fig.22(b).

Distâncias focais (f, f'): As distâncias **FV** e **F'V** (distâncias entre foco e vértice do espelho) são denominadas respectivamente, distancia focal objeto (f) e distancia focal imagem (f').

Nota 1: Nos espelhos esféricos, conclui-se pelo principio do caminho inverso, que os focos principais objeto e imagem coincidem ($F \equiv F'$), donde $f = f'$. Por conseguinte, fala-se apenas em foco principal (F) e em distância focal (f). - fig.22(c).



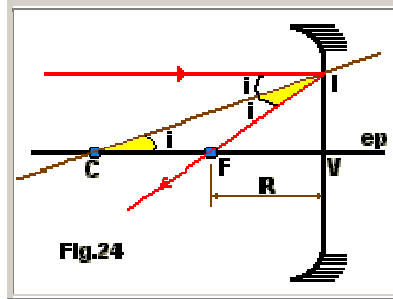
Nota 2: Todo o exposto acima relativo a pontos sobre o eixo principal, estende-se a qualquer ponto pertencente ao eixo secundário, definindo-se então foco secundário (F_s). Ao contrário do foco principal, que é único, existem infinitos focos secundários. -- Fig.23(a).



Todos os focos secundários e mais o foco principal definem nos espelhos, em geral, uma superfície cujo vértice é o foco principal, denominada superfície focal. (Veja adiante, aberração de esfericidade). No caso particular dos espelhos de Gauss, que são os que nos interessam considerar, tal superfície pode ser representada por um plano frontal ao espelho, que é denominada plano focal (Π). -- Fig.23(b).

Relação entre raio de curvatura e distância focal

Demonstra-se com certa facilidade, que para os espelhos de Gauss, o foco principal (**F**), situa-se aproximadamente a meia distância entre o centro de curvatura (**C**) e o vértice (**V**), ou seja, a distância focal (**f**) é aproximadamente a metade do raio de curvatura (**R**). -- Fig.24.



O triângulo **CFI** é isósceles, donde: **FC = FI** ... (eq.1)

Por tratar-se de um espelho de Gauss, o ponto de incidência **I** se localiza nas proximidades de **V**, assim, pode-se escrever: **FI ≈ FV** ... (eq.2)

Comparando-se (eq.1) e (eq.2) temos **FC = FV** e, portanto, o ponto **F** é aproximadamente ponto médio do segmento **CV**, ou seja: **f = R/2** (c.q.d.).

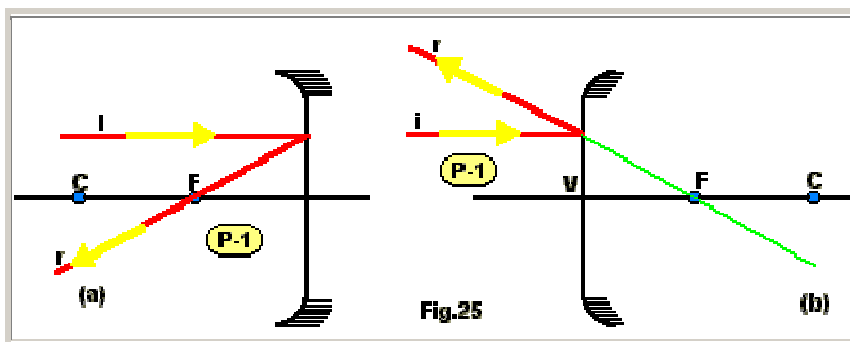
Determinação geométrica das imagens

1- Raios notáveis

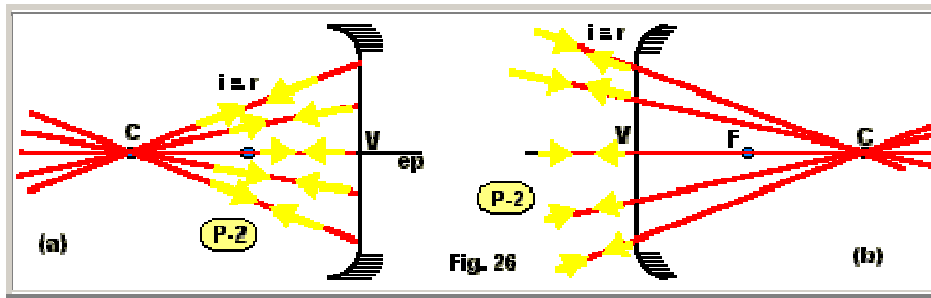
Sejam dados, um espelho esférico (côncavo ou convexo) e um objeto **P** (real ou virtual). Ao ponto objeto **P**, o espelho conjuga o ponto imagem **P'**, que será determinado pela intersecção de dois (pelo menos) raios refletidos correspondentes a dos raios incidentes provenientes de **P**.

Admitindo-se as condições de Gauss (estigmatismo, aplanetismo, ortoscopismo) podemos escolher dentre todos os raios provenientes de **P** alguns que obedecem às chamadas propriedades fundamentais dos espelhos esféricos (também denominados "raios notáveis"), a saber:

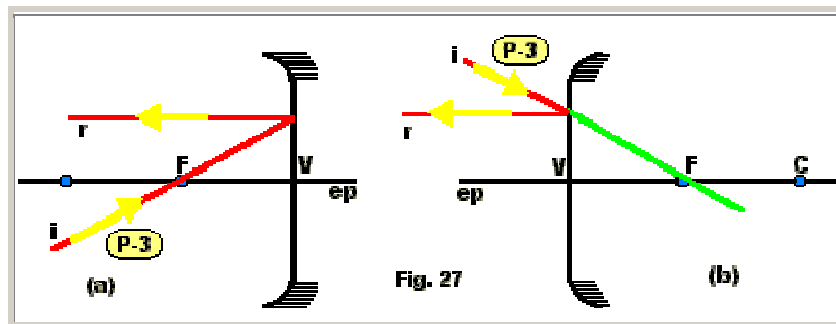
(**P-1**) Um raio de luz (**i**) que incide paralelamente ao eixo principal, reflete-se (**r**), passando pelo foco principal do espelho (conseqüência da definição de foco). -- Fig.25 (a) e (b).



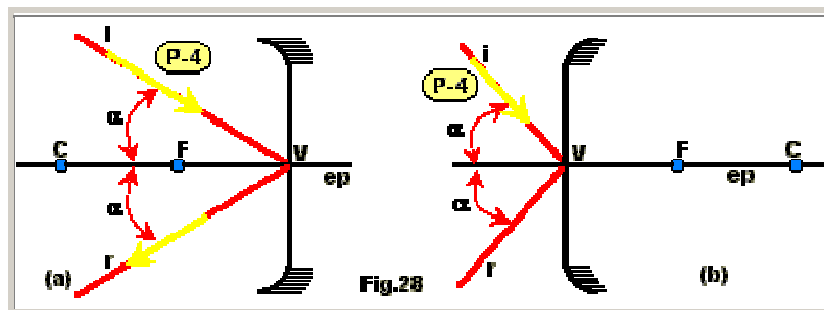
(**P-2**) Um raio de luz (**i**) que incide, passando pelo centro de curvatura; reflete-se (**r**) sobre si mesmo (a incidência é normal). -- Fig.26 (a) e (b).



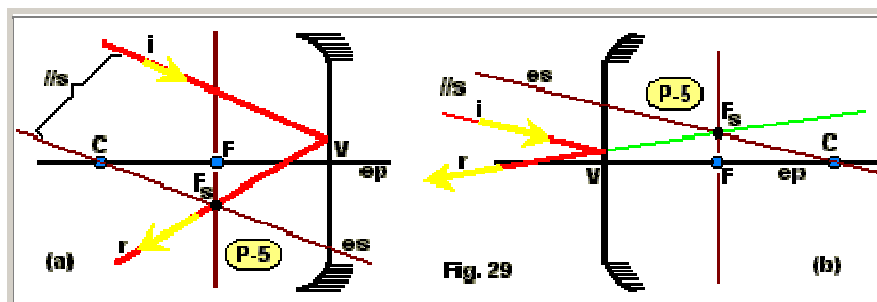
(P-2) Um raio de luz (i) que incide passando pelo foco principal, reflete-se (r), paralelamente ao eixo principal do espelho (princípio do caminho inverso aplicado ao P-1). -- Fig.27 (a) e (b).



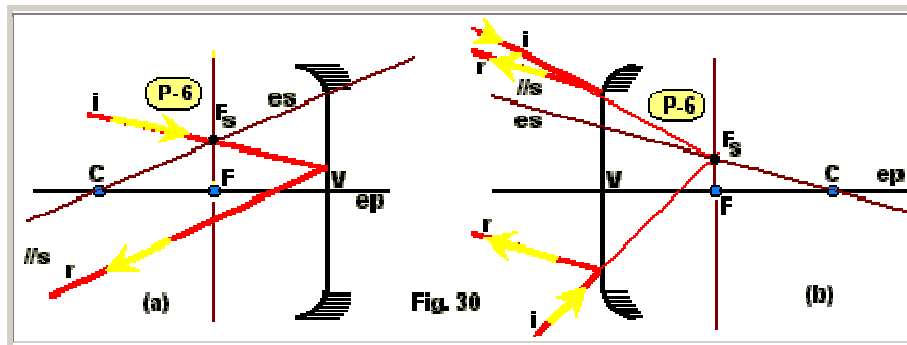
(P-3) Um raio de luz (i) que incide no vértice, reflete-se (r), simetricamente em relação ao eixo principal do espelho (a normal é o próprio eixo principal). -- Fig.28 (a) e (b).



(P-4) Um raio de luz (i) que incide paralelamente a um eixo secundário, reflete-se (r) passando pelo foco secundário correspondente (definição de foco secundário). - Fig.29 (a) e (b).



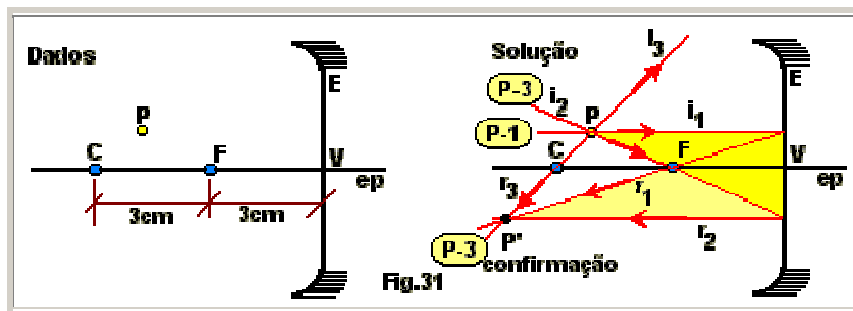
(P-6) Um raio de luz (i) que incide passando por um foco secundário, reflete-se (r), paralelamente ao eixo secundário correspondente. -- Fig.30 (a) e (b).



Notas:

a) A imagem P' de um ponto é determinada, em geral, pelas propriedades (P-1) e (P-2); uma terceira propriedade pode ser aplicada como confirmação.

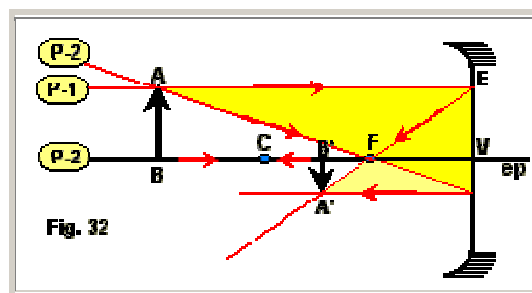
Exemplo: Determinar a imagem P' que o espelho esférico côncavo EÊC conjuga, para o ponto objeto P , dado. -- Fig.31.



- (P-1): incidente (i_1) paralelo a ep ; refletido (r_1) passando por F .
- (P-2): incidente (i_2) passando por C ; refletido (r_2) passando por C .
- (P-3): incidente (i_3) passando por F ; refletido (r_3) paralelo a ep . <==== **confirmação!**

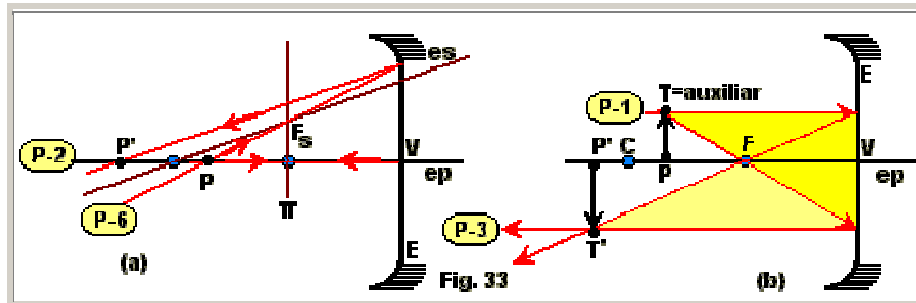
b) A imagem $A'B'$, de um objeto retilíneo e frontal AB (B pertence ao eixo principal) é também retilínea e frontal (propriedade do aplanetismo) ; B' pertence ao eixo principal (propriedade P-2 aplicada ao eixo principal) e A' determina-se pelas P-1 e P-2.

Exemplo: Dado o objeto retilíneo frontal AB , determinar sua imagem $A'B'$, conjugada pelo espelho esférico E . -- Fig.32.



c) A imagem P' de um ponto P dado, no eixo principal, é determinada pelas propriedades **P-2** e **P-6** (técnica do F_s) ou determinando-se a imagem $P'T'$ de um objeto auxiliar frontal PT .

Exemplo: Obter a imagem P' do ponto objeto P , formada pelo espelho esférico E , pelas duas técnicas. -- Fig.33 (a) e (b).



d) A imagem $A'B'$, com relação ao objeto AB , será direita, se ambos pertencem ao mesmo semi-plano determinado pelo eixo principal (ou ambos têm mesmo sentido $\uparrow\text{o} \uparrow\text{i}$ ou $\downarrow\text{o} \downarrow\text{i}$) e, será invertida se pertencem a semi-planos opostos (têm sentidos opostos $\uparrow\text{o} \downarrow\text{i}$ ou $\downarrow\text{o} \uparrow\text{i}$).

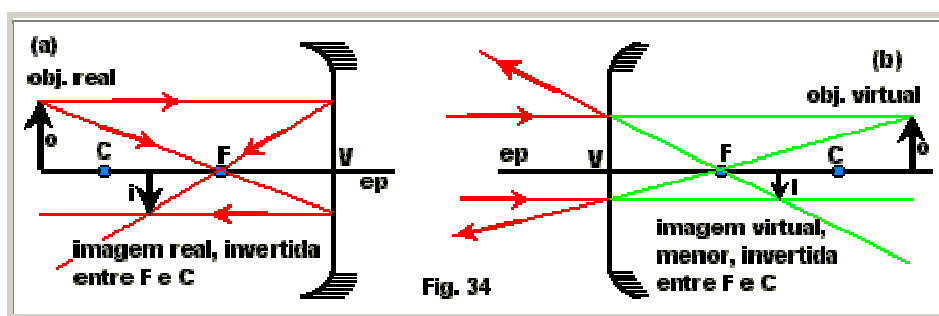
2- Determinação geométrica das imagens

Para a determinação geométrica de imagens, consideraremos as diferentes posições que o objeto pode assumir, em relação ao foco principal e ao centro de curvatura.

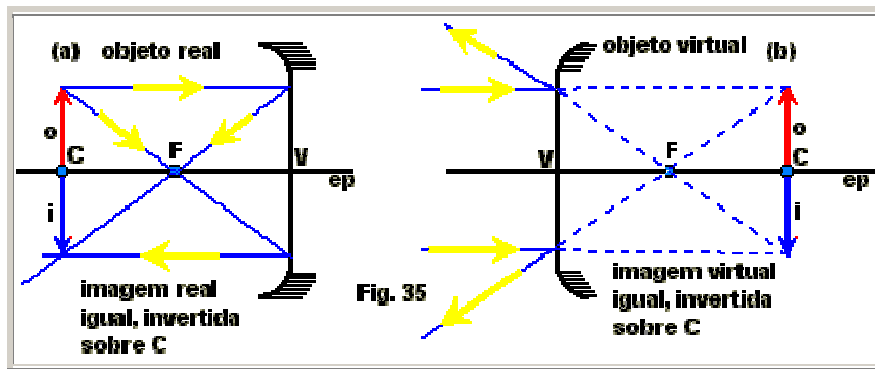
Apesar de tomarmos para o objeto ora natureza REAL, ora VIRTUAL, acentuamos, no entanto, que são muito mais importantes os casos em que o objeto é REAL. --- Fig. 34 até Fig. 39, (a) e (b).

Vejamos os diferentes casos:

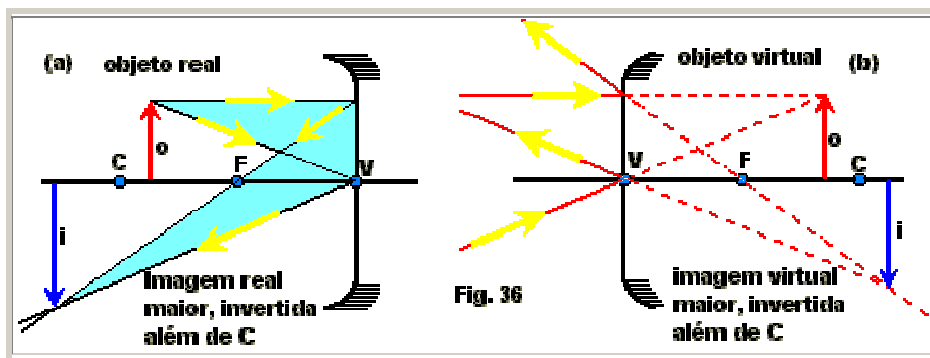
C1) Objeto além do centro de curvatura:



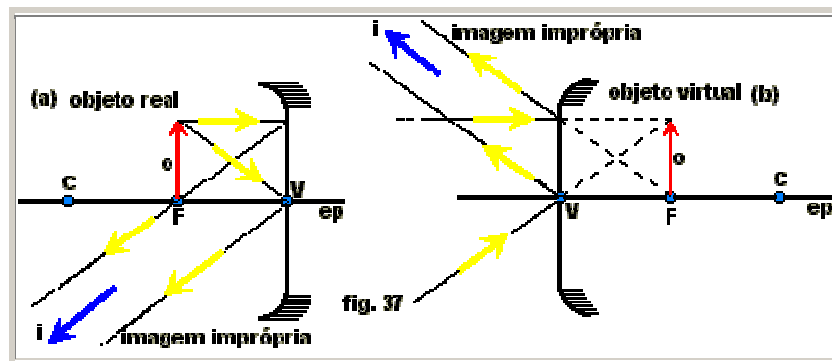
C2) Objeto apoiado no centro de curvatura:



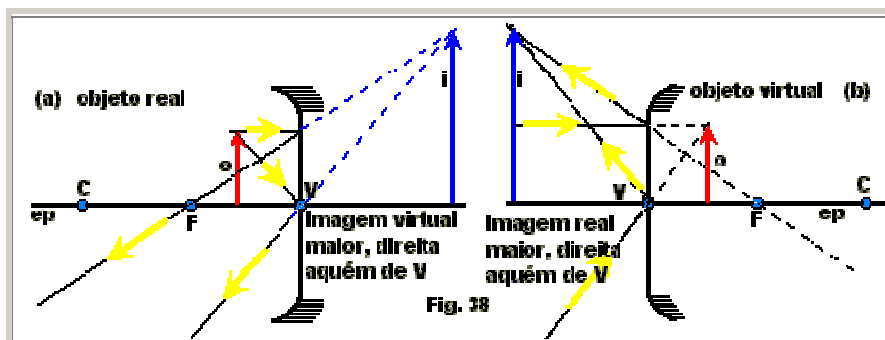
C3) Objeto entre o centro de curvatura e o foco principal:



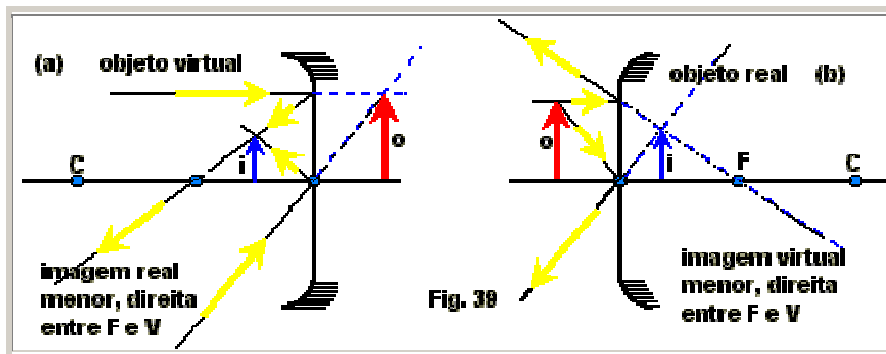
C4) Objeto no plano focal:



C5) Objeto entre o foco e o vértice (espelho):



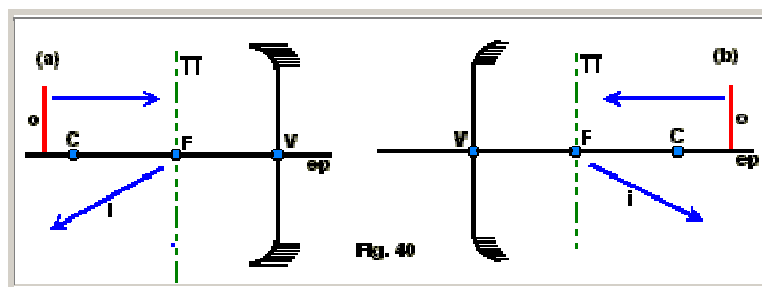
C6) Objeto aquém do vértice:



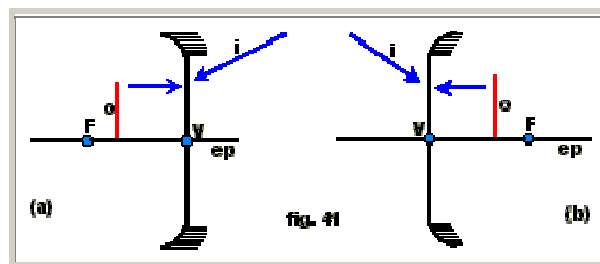
3- Movimento relativo de objeto e imagem

Os esquemas a seguir, esclarecem como varia a POSIÇÃO da imagem e seu TAMANHO quando um objeto se movimenta sobre o eixo principal do espelho, da esquerda para a direita, no côncavo e da direita para a esquerda no convexo.

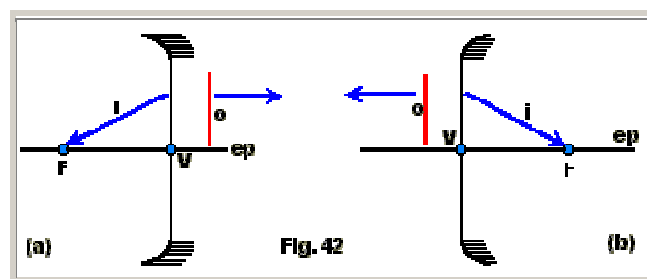
M1) Movimento até o plano focal:



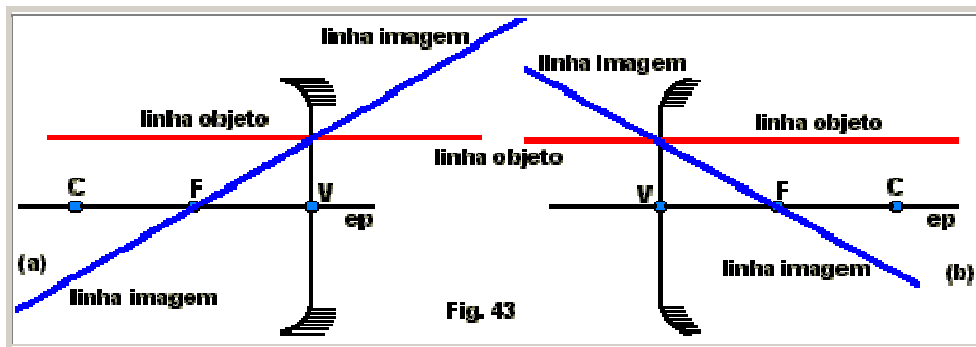
M2) Movimento entre o plano focal e o espelho:



M3) Movimento aquém do vértice:



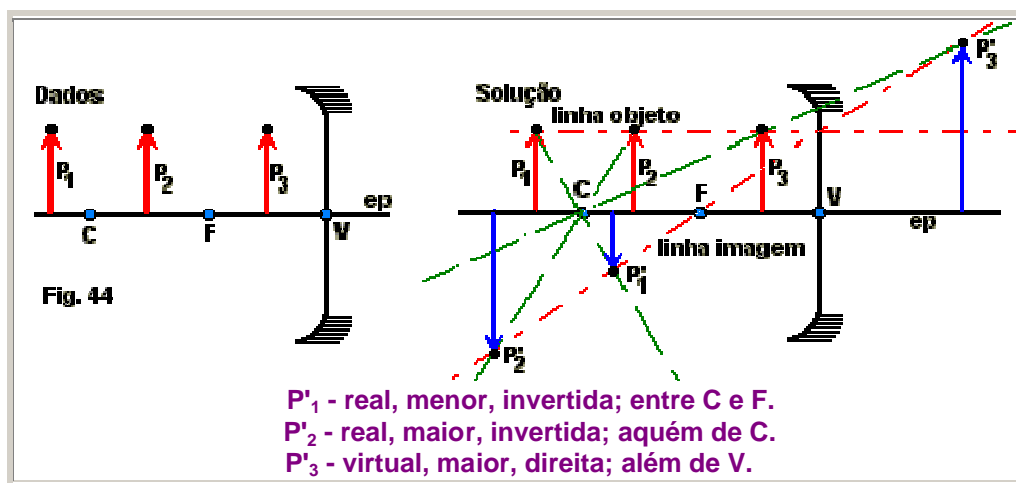
Com base nesses esquemas, podemos estabelecer um esquema único que nos forneça, de imediato, em qualquer caso, a posição do objeto e a correspondente posição da imagem:



"Qualquer reta que passe pelo centro de curvatura intercepta a linha do objeto na posição do objeto e a linha da imagem na posição de sua imagem correspondente".

Procure usar esse esquema e compare o resultado com os já conseguidos anteriormente através da construção.

Exemplo: Analisar a natureza, posição e tamanho da imagem que o espelho abaixo conjuga para o objeto, nas posições P_1 , P_2 e P_3 .



Determinação analítica das imagens

Assim como obtivemos por construções geométricas as características (natureza, posição, tamanho e orientação) das imagens conjugadas pelos espelhos esféricos, podemos determiná-las também por um processo algébrico, ou seja determinar analiticamente a posição, a altura (tamanho), a orientação e a natureza da imagem. Para tanto, será necessário introduzir alguns elementos que quantifiquem essas características. Vejamos isso.

As posições do ponto objeto e do ponto imagem podem ser fixadas através de um sistema de referência cartesiano ortogonal, o qual nos fornecerá então as coordenadas (x,y) e (x',y') desses pontos.

As alturas do objeto e da imagem, no sistema de referência acima citado, serão as ordenadas y e y' .

As naturezas para objeto e imagem, ficam condicionadas aos sinais das abscissas x e x' .

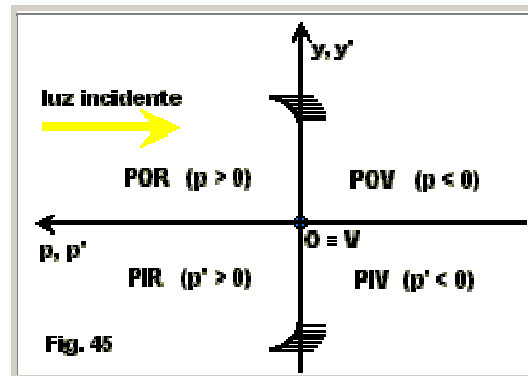
A determinação analítica das imagens ficará, então, condicionadas pelos seguintes itens:

- a) fixação de um referencial para caracterizar as posições do objeto e imagem;
- b) uma 'equação de conjugação' que permita obter a abscissa da imagem, quando são dados a abscissa do objeto e um elemento que caracteriza o espelho (a abscissa do foco principal);
- c) uma 'equação de aumento linear transversal', que permita obter a ordenada da imagem, quando são dados a ordenada do objeto e um elemento que caracteriza o espelho esférico.

Citaremos para o item (a), dois sistemas de coordenadas de uso habitual, a saber: o referencial de Gauss e o referencial de Newton.

1- Referencial de Gauss

É constituído por um par de eixos ortogonais O_p e O_y , com origem no vértice do espelho esférico. O_p coincide com o eixo principal e o sentido positivo desse eixo é sempre 'contrário' ao da luz incidente (que se admite, arbitrariamente, incidindo da esquerda para a direita do observador). - Fig. 45.



Abscissa (p) : origem: vértice do espelho; direção: eixo principal; sentido: contra a luz incidente

Ordenada (y): origem: vértice do espelho; direção: perpendicular ao eixo principal; sentido: de baixo para cima

Indicando-se por p e p' , respectivamente, as abscissas do objeto e da imagem no referencial de Gauss, percebe-se que os valores dessas são positivos, quando a natureza é real e negativos, quando a natureza é virtual.

Indicando-se por y e y' , respectivamente, as ordenadas (tamanhos) do objeto e imagem, percebe-se que esses valores têm sinais contrários, quando a imagem é invertida em relação ao objeto, e têm mesmo sinal, quando a imagem é direita em relação ao objeto, conforme se ilustra no quadro abaixo:

Objeto	$p > 0$ real $p < 0$ virtual	Imagem	$p' > 0$ real $p' < 0$ virtual
	Imagem direita $y \cdot y' > 0$		Imagem invertida $y \cdot y' < 0$
	maior $y' > y$	menor $y' < y$	igual $y' = y$
	espelho côncavo $f > 0$		espelho convexo $f < 0$

Exemplo:

Seja dado um objeto de 2 cm de altura disposto perpendicularmente ao eixo principal, a 20 cm de um espelho côncavo de distância focal 10 cm. Sobre a imagem conjugada pelo espelho esférico sabe-se que, sua altura é de 1 cm, invertida e se situa a 5 cm atrás do espelho. Caracteriza quantitativamente objeto e imagem no referencial de Gauss.

Solução:

A respeito do objeto tem-se: $y = +2\text{ cm}$, $p = +20\text{ cm}$ e $f = +10\text{ cm}$.

A respeito da imagem tem-se: $y' = -1\text{ cm}$ e $p' = -5\text{ cm}$.

A equação de conjugação ou equação dos pontos conjugados, na forma gaussiana, é: $1/p + 1/p' = 1/f$,

que relaciona a abscissa do objeto, a abscissa da imagem e a distância focal do espelho esférico dado.

A título de demonstração, o que se segue é dispensável sob o ponto de vista da Matemática, pois é encaminhada a partir de uma construção particular (P real, P' real e E.E. Côncavo), porém, sob o ponto de vista Físico é altamente recomendável para salientar as aproximações práticas das condições de Gauss. Acompanhe pela Fig. 46.

Fig. 46

$\Delta PIP'$ fornece, pelo teorema da bissetriz :

$$\frac{\overline{CP}}{\overline{P'C}} = \frac{\overline{IP}}{\overline{IP'}} \quad (1)$$

Pelas condições de Gauss:

$$\overline{IP} \cong \overline{VP} \quad ; \quad \overline{IP'} \cong \overline{VP'} \quad (2)$$

Levando-se (2) em (1):

$$\frac{\overline{CP}}{\overline{P'C}} = \frac{\overline{VP}}{\overline{VP'}}$$

e sendo: $\overline{VP} = p$; $\overline{CP} = p - 2f$; $\overline{P'C} = 2f - p'$; $\overline{VP'} = p'$, obtém-se, $\frac{p - 2f}{2f - p'} = \frac{p}{p'}$

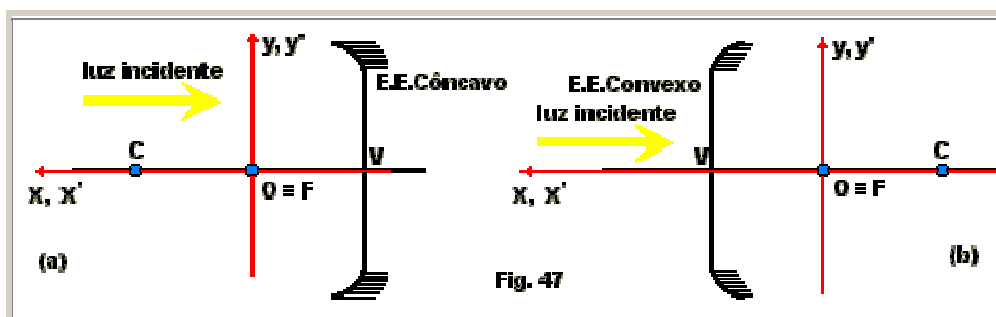
ou $pp' - 2fp' = 2fp - pp'$ ou $2pp' = 2fp + 2fp'$ ou ainda $pp' = fp + fp'$.

Dividindo-se essa última igualdade, membro a membro, por $pp'f$ vem: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

CQD.

2 - Referencial de Newton

É constituído, também, por um par de eixos cartesianos ortogonais, dispostos em relação ao espelho esférico, como se ilustra na Fig. 47 (a) e (b):



Abscissa (x) : origem no foco principal, direção do eixo principal e sentido oposto ao da luz incidente.

Ordenada (y): origem no foco principal, direção ortogonal ao eixo principal e sentido para cima.

As abscissas newtonianas que localizam o objeto e a imagem são indicadas por x e x', respectivamente; as ordenadas são y e y', exatamente as mesmas do referencial de Gauss. Observe que os referenciais de Gauss e de Newton diferem apenas por uma 'translação' definida pelas relações:

$$x = p - f \quad \text{e} \quad x' = p' - f$$

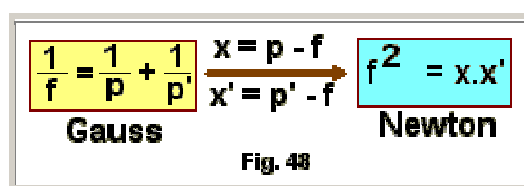
que são as relações de conversão de um sistema para o outro. Tendo-se presente a equação de conjugação de Gauss ($1/f = 1/p + 1/p'$) e as relações de conversão acima, a equação de conjugação de Newton pode ser obtida assim:

$p = x + f$, $p' = x' + f$ levadas na equação de Gauss: $1/f = 1/(x + f) + 1/(x' + f)$;

desenvolvendo, obtém-se:

$f^2 + fx + fx' + xx' = 2.f^2 + fx + fx'$, o que resulta na equação de Newton: $f^2 = x.x'$. A

Fig. 48 resume essa conclusão:



Aumento linear transversal

Entende-se por aumento linear transversal da imagem, em relação ao objeto, à relação entre o tamanho da imagem (ordenada da imagem) e o tamanho do objeto (ordenada do objeto); assim:

$$\text{A.L.T.} = i/o = y'/y$$

O A.L.T. (grandeza adimensional) pode ser expresso em função das abscissas do objeto e da imagem, dadas, quer no referencial de Gauss como de Newton:

$$\text{A.L.T.} = y'/y = - p'/p = - x'/f = - f/x$$

Se $\text{A.L.T.} > 0$ tem-se imagem direita; se $\text{A.L.T.} < 0$ tem-se imagem invertida. Se $|\text{A.L.T.}| > 1$ tem-se imagem maior (que o objeto), se $|\text{A.L.T.}| < 1$ tem-se imagem menor (que o objeto) e, se $|\text{A.L.T.}| = 1$ tem imagem igual (ao tamanho do objeto).

Aplicações dos espelhos esféricos

1. Os espelhos côncavos são empregados com freqüência quando se deseja obter uma imagem virtual e ampliada de um objeto, como é o caso dos espelhos de barbear, toalete, de dentista, espelho de otorrinolaringologia etc.

b) Para concentrar a luz proveniente de uma fonte sobre um objeto que deva ser intensamente iluminado, como por exemplo o porta-objetos de um microscópio, utilizam-se geralmente espelhos esféricos côncavos.

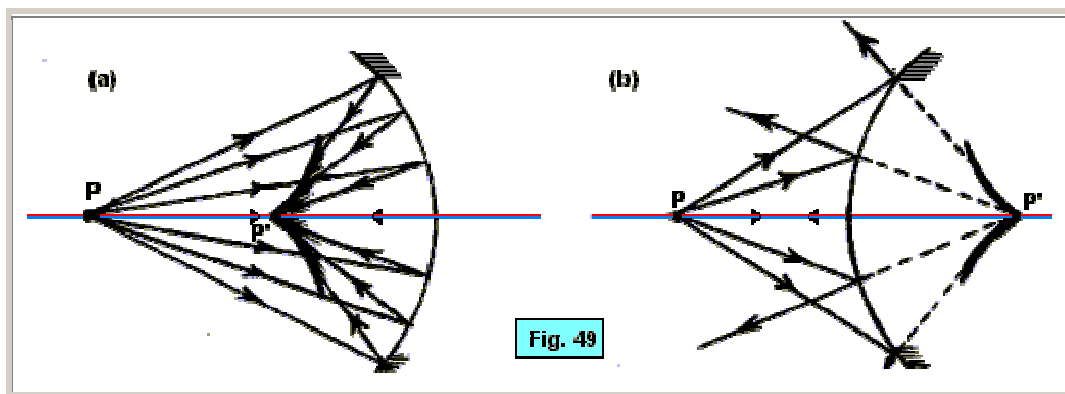
c) Em Medicina, o exame do condutor auditivo, da cavidade nasal e do fundo do olho é realizado com dispositivos denominados, respectivamente otoscópio, rinoscópio e oftalmoscópio. Esses instrumentos constam, basicamente, de um espelho côncavo que concentra a luz proveniente de uma fonte, sobre o órgão examinado.

d) Nos projetores utilizam-se espelhos côncavos esféricos. O filamento da lâmpada é colocado no centro de curvatura do espelho, formando-se na mesma posição uma imagem real do filamento; com isso, duplica-se a potencia de iluminação propiciada pelo projetor.

e) Os espelhos convexos são empregados às vezes como retrovisores em veículos. Sua vantagem sobre o espelho plano, nesse particular, é ter maior campo visual. Têm, entretanto, o inconveniente de não darem noção da distancia.

Aberração de esfericidade

Quando os espelhos esféricos não satisfazem as condições de Gauss, apresentam a aberração de esfericidade; fig. 49 (a e b), abaixo.

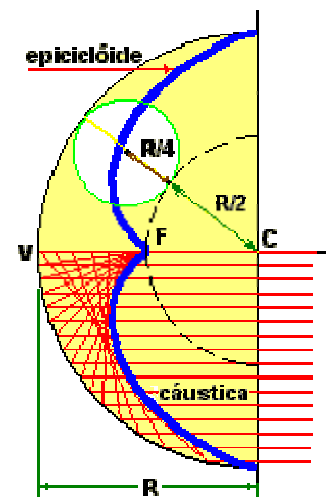


Suponhamos que um espelho côncavo, nessas condições sofra a incidência de raios paralelos ao eixo principal.

Os raios refletidos não se cruzam em único ponto. O cruzamento se dá tanto mais próximo ao vértice quanto mais distante estiver o ponto de incidência do vértice do espelho.

O conjunto dos pontos de cruzamento em torno do eixo principal individualiza uma mancha luminosa em forma cônica, denominada **cáustica de reflexão**.

Aqui se vê com clareza a importância das condições de Gauss imposta aos espelhos esféricos; com efeito, a imagem de um ponto objeto, como se ilustra ao lado, pode não ser um ponto. A cáustica é uma epiciclóide que pode ser gerada por um ponto de uma circunferência de raio $R/4$ que roda sobre outra circunferência de centro C e raio $R/2$. Se essa cáustica for interceptada por um anteparo frontal ao espelho, obtém-se a figura de contorno circular, cujo diâmetro varia com a posição do anteparo.



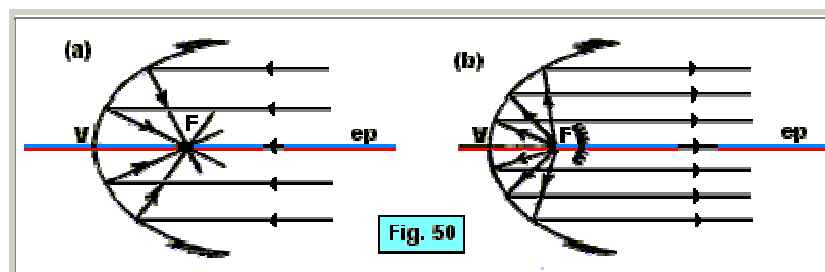
Para pontos situados fora do eixo principal, também obtemos a cáustica da reflexão. Nesse caso, a projeção em anteparo fornece figuras singulares, com forma de vírgulas, cabeleira, cometa etc, denominada **COMA**.

Espelhos parabólicos

A superfície refletora dos espelhos parabólicos constitui um parabolóide de revolução, que, numa seção principal, é representada por uma parábola. Esses espelhos são rigorosamente estigmáticos em relação ao seu foco principal. Assim, eles fazem convergir para o foco todos os raios incidentes paralelos, daí decorrendo duas principais aplicações:

a- Forno solar

Se os raios do Sol convergirem sobre um espelho parabólico, esses serão concentrados em seu foco, decorrendo daí que nesse ponto teremos grande concentração de energia. Conseqüentemente podemos chegar a derreter metais com tal forno, em vista da enorme quantidade de energia térmica de que se dispõe. As fig. 50 (a e b) ilustram isso.



b- Holofotes e faróis

Nos holofotes e faróis o interesse é obter-se um fecho de luz em que os raios sejam rigorosamente paralelos, para que seja possível a iluminação a distancia.

Realmente, se o fecho for divergente, perde-se em aclaramento à medida que o objeto iluminado se afasta da fonte.

Coloca-se então o filamento (pequeno, mas de grande potência) no foco de um espelho parabólico. Destarte, obtém-se um fecho luminoso rigorosamente paralelo ao eixo principal.

A fim de evitar-se que exista, ao lado do fecho paralelo, um outro desnecessário, divergente, coloca-se na frente do filamento um pequeno espelho esférico côncavo de modo que o filamento se situe exatamente no centro de curvatura deste. Assim, como na mesma posição forma-se uma imagem real do filamento, além de eliminar o fecho parasita, duplicamos a intensidade luminosa.

Os holofotes são largamente empregados na navegação noturna, aérea e marítima, na defesa antiaérea etc.

Nos faróis de automóveis, pelas mesmas razões acima apresentadas, utilizam-se espelhos parabólicos.

c- Telescópios

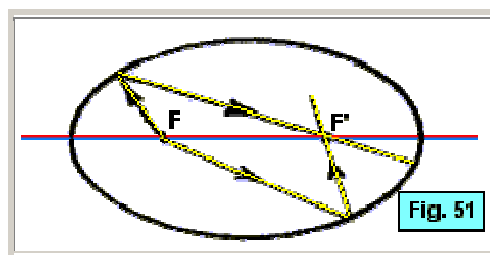
Nos telescópios astronômicos, utilizam-se espelhos parabólicos que convergem para o foco os raios, praticamente paralelos, provenientes de um astro. Com isso melhoramos muito as condições de visualização dos astros.

Nos grandes observatórios, como em Monte Palomar, os telescópios não são para observação direta, pois nossos órgãos visuais são muito pouco sensíveis. Os raios refletidos pelo espelho são recolhidos em uma chapa fotográfica, onde fica registrada a imagem do astro. É lógico que, para isso, o tempo de exposição deve ser suficientemente longo e as películas altamente sensíveis; já foi possível, com esses dispositivos, registrar galáxias situadas a 10^{22} Km da Terra.

É comum nos grandes observatórios associar-se um espectroscópio ao telescópio, o que permite a análise espectral da luz proveniente dos astros examinados.

Espelhos elípticos

A superfície refletora dos espelhos elípticos é um elipsóide de revolução. Numa seção principal esses espelhos ficam representados por uma elipse. Os espelhos elípticos são rigorosamente estigmáticos em relação aos seus focos, F e F' que são conjugados entre si. Assim, qualquer raio que passe por F, incidindo no espelho, obrigatoriamente se reflete passando por F' e vice-versa; fig. 51.



Os espelhos elípticos são utilizados na iluminação de palcos de teatro. Num dos focos do espelho se situa o objeto a ser iluminado e no outro a fonte.

Espelhos cilíndricos e cilindro-parabólicos

Os espelhos cilíndricos são aqueles em que a superfície refletora é uma porção de um cilindro. Os espelhos cilindro-parabólicos apresentam uma superfície refletora que deriva do movimento de uma parábola ao longo de um eixo. Numa secção principal os primeiros são representados por arcos de circunferência e os últimos por parábolas. Tanto os espelhos cilíndricos como os espelhos cilindro-parabólicos são denominados anamórficos, porque fornecem dos objetos imagens grotescas e deformadas. Por essa razão eles são encontrados nos chamados "palácios do riso", nos parques de diversão.

O que vemos quando nos miramos em um espelho côncavo? *

What do we view looking to ourselves in a concave mirror?

Fernando Lang da Silveira
Instituto de Física – UFRGS
Endereço eletrônico: lang@if.ufrgs.br

Rolando Axt
Departamento de Física, Estatística e Matemática – UNIJUÍ

Marcelo Antônio Pires
Colégio Anchieta – Porto Alegre
Endereço eletrônico: maikida@ig.com.br

Resumo. É bem compreendido em óptica que, para ver nossa face em um espelho, o olho deve estar posicionado de tal modo que a luz proveniente da face possa entrar nele após sofrer reflexão. Se posicionamos nosso rosto entre um espelho côncavo e o seu plano focal, o rosto aparece direito e maior do que em um espelho plano. Esta constatação não conflita com o conhecimento que temos sobre óptica geométrica. Mas, o que parece conflitar, é que também podemos nos ver direitos e aumentados posicionando-nos entre o foco e o centro de curvatura do espelho, pois neste caso a imagem conjugada pelo espelho é invertida. No presente artigo demonstramos conclusivamente que, para explicar o que de fato vemos quando nos miramos num espelho côncavo, devemos levar em consideração que a lente do nosso olho está interposta no caminho da luz.

Abstract. It is well understood in optics that a person can view his image in a mirror, only if the eye is located so that light rays from the person can enter it after reflection. If we look to ourselves in a concave mirror, locating our face between the mirror and the focal plane, we see our face erect and greater than we would see it in a plane mirror. But it is somewhat unexpected that we still can see our face erect and greater, if it is positioned between the focal point and the center of curvature, in spite of the fact that the image from the mirror is now inverted. In this article we demonstrate conclusively that to correctly explain what we really see when we look to ourselves in a concave mirror, we must take into account that our eye's lens is interposed in the light's path.

* - Publicado na *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 26, n. 1, p. 19-25 (2004).

I - Introdução

Uma das utilidades de um espelho côncavo é a de aumentar a imagem do nosso rosto em relação à imagem que poderíamos observar em um espelho plano. Quando nos miramos em um espelho côncavo, usualmente estamos posicionados entre o espelho e o seu foco¹. Sabemos que, estando o objeto entre o foco e o vértice, a imagem conjugada por um espelho côncavo é *virtual*, *direita* e *maior* do que o objeto. Esse conhecimento não conflita com o que observamos ao nos mirarmos em um espelho côncavo de banheiro ou toucador, pois nesse espelho nos vemos aumentados (em relação ao que veríamos em um espelho plano) e na posição *direita*.

Imaginemos agora que o objeto é deslocado em direção ao plano focal do espelho. Nesse caso sua imagem se afasta cada vez mais do espelho, tendendo ao infinito (do outro lado do espelho, na região *virtual*). Por outro lado, quando a posição do objeto tende ao plano focal, a razão entre o tamanho da imagem *virtual* pelo tamanho do objeto aumenta, tendendo a infinito.

Se o objeto segue afastando-se do espelho e ocupa posições cada vez mais distantes do foco, a imagem conjugada é *real* e *invertida* e aproxima-se dele, tendendo gradativamente ao plano focal. Percebemos então que, para um objeto que se afasta do espelho, há uma descontinuidade que se dá quando o objeto passa pelo foco afastando-se do espelho: a imagem que era *virtual* e *direita* antes do foco, passa a ser *real* e *invertida* depois do foco, “pulando” do infinito *virtual* (no outro lado do espelho) para o infinito *real* (no lado do espelho em que o objeto se encontra).

Na “*equação de Gauss para o espelho*” (equação 1) podemos facilmente notar a descontinuidade.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} \quad (1)$$

Quando d_o (distância do objeto ao espelho) é igual a f (distância focal do espelho), o inverso de d_i (distância da imagem ao espelho) é igual a zero. Portanto, a distância da imagem ao espelho é indefinida, já que é igual à unidade dividida por zero.

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = 0 \Rightarrow d_i = \frac{1}{0} \text{ (indefinido)} \quad (2)$$

O objetivo deste artigo é de discutir o que vemos em um espelho esférico côncavo quando nele nos miramos, em especial, o que vemos quando nos posicionamos no plano focal do espelho, entre o foco e o centro de curvatura e além do centro de curvatura. Mostraremos também que há soluções inusitadas para certos problemas ou questões objetivas que se referem *ao que se vê* em espelhos côncavos; tais questões soem aparecer em livros-texto e em provas de concursos vestibulares.

¹ - É comum encontrarmos espelhos côncavos em banheiros e toucadores, juntamente com o espelho plano. O raio de curvatura desses espelhos é da ordem de metro e, quando fazemos uso dele, normalmente o posicionamos a um palmo do nosso rosto. Nos laboratórios de óptica é mais usual encontrarmos espelhos côncavos com distância focal pequena, bem menor do que a dos espelhos de banheiro.

A motivação inicial em torno do problema abordado neste artigo surgiu no Colégio Anchieta, onde os alunos resolveram verificar experimentalmente o que haviam aprendido sobre espelhos côncavos. Eles esperavam encontrar uma descontinuidade quando se mirassem no espelho, postados no seu plano focal. Surpreendentemente para eles tal não ocorreu; viram-se aumentados no espelho (em relação ao que podiam ver em um espelho plano). A descontinuidade somente aconteceu quando se afastaram do espelho por cerca de duas vezes a distância focal. Até esse ponto, os alunos viam-se aumentados e na posição *direita*; somente além do centro de curvatura do espelho (separado do vértice do espelho por duas vezes a distância focal), podiam ver-se *invertidos*. Aparentemente esses resultados estavam em contradição com o que haviam aprendido teoricamente.

II - Afinal, o que vemos?

Para vermos algo, a imagem conjugada em nossa retina pelo sistema de lentes do nosso olho (córnea, humor aquoso, cristalino) deve ser *real*. Desta forma, o que vemos são imagens reais em nossa retina. Se esta acacia afirmação não for devidamente considerada², inevitavelmente encontraremos inconsistências entre o que aprendemos em óptica geométrica e o que vemos³.

Para compreender *o que vemos* quando nos miramos em um espelho côncavo, é necessário que examinemos como são as imagens em nossa retina quando o olho refrata a luz refletida pelo espelho. Ou seja, não podemos limitar a análise do problema à óptica do espelho; temos que acrescentar ao sistema uma lente que represente o olho conjugando imagens sobre a retina.

Começaremos esta discussão construindo graficamente as imagens conjugadas pelo espelho e pela lente do nosso olho. As construções gráficas serão realizadas a partir do que ocorre com alguns *raios principais* oriundos do objeto e refletidos (refratados) pelo espelho (pela lente). As trajetórias dos *raios principais* são apresentadas tanto em textos de nível superior - por exemplo, Nussenzveig (1998) - quanto de nível médio - por exemplo, Gaspar (2001) -. Em seguida, abordaremos o problema com auxílio das equações que relacionam as posições e os tamanhos dos objetos e das imagens em espelhos e lentes. Tais equações também se encontram nos textos já referidos.

III - Mirando-nos no espelho côncavo, posicionados a uma distância menor do que a distância focal

Começamos por construir graficamente o que seria a imagem do nosso rosto (objeto *real* para o espelho côncavo). Na figura 1 colocamos uma pequena seta sobre o *eixo principal* de um espelho côncavo, assinalando a posição que seria ocupada pelo nosso olho (na função de objeto) quando situado de frente para o espelho, entre o foco do espelho e o vértice. Traçando alguns dos *raios principais*, obtemos uma imagem *virtual, direita e maior* do que o objeto. Esta situação é a

² - Como mostraremos mais adiante, a desconsideração deste fato pelos redatores de questões sobre óptica geométrica leva a soluções não imaginadas por eles.

³ - Um exemplo é a contestação feita por um aluno sobre o fato de que, para um espelho plano, o tamanho da imagem é igual à do objeto. O aluno contra-argumentou: *Isso não está certo, pois o tamanho da minha imagem no espelho diminui quando dele me afasto.* Este argumento está construído sobre o pressuposto de que o que vemos são imagens no espelho e não imagens conjugadas na retina!!

que ocorre comumente quando utilizamos o espelho côncavo de banheiro (lembramos que tais espelhos possuem raios de curvatura da ordem de metro e que estamos posicionados a apenas alguns decímetros do mesmo). Nas onze figuras que se seguem tanto o rosto quanto a imagem dele estão representados por setas.

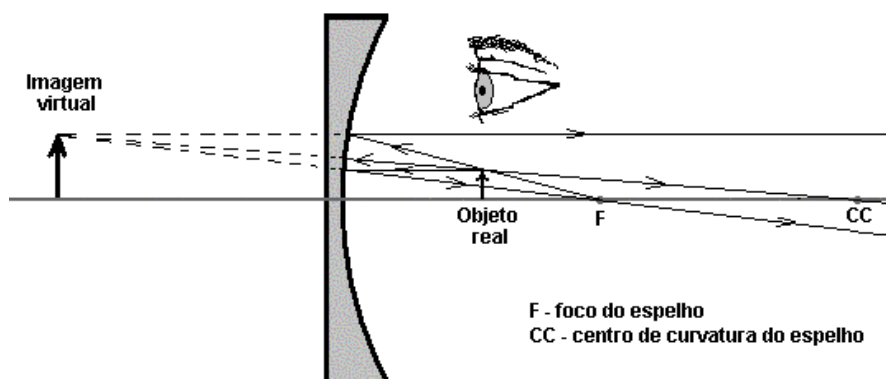


Figura 1 - O espelho conjuga uma imagem virtual e direita do nosso rosto.

Na figura 2, uma lente convergente representando o nosso olho de frente para o espelho, está colocada no mesmo lugar que a lente do olho de uma pessoa ocuparia se ela quisesse se olhar no espelho. A imagem virtual, conjugada pelo espelho, é um objeto real para a lente. A lente conjuga uma imagem real e invertida; ou seja, sobre a retina do nosso olho (não representada na figura) ocorre uma imagem real e invertida. É importante destacar que quando percebemos “objetos diretos” temos imagens invertidas na retina. Deixaremos para mais adiante a discussão sobre o tamanho das imagens.

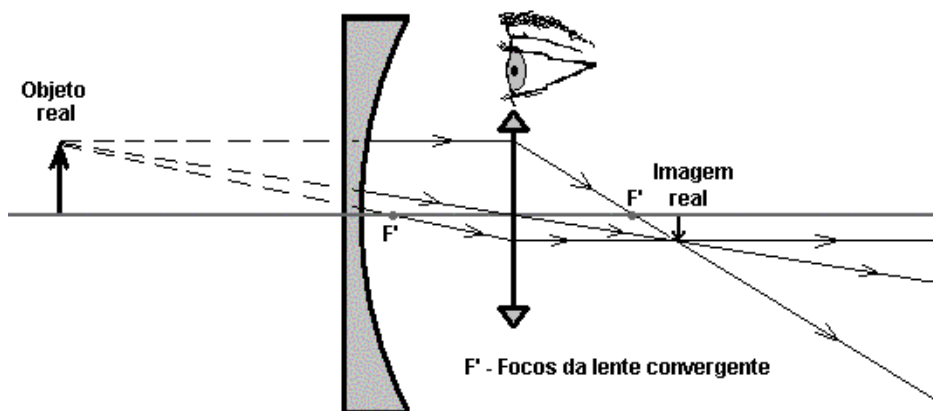


Figura 2 - A lente em nosso olho conjuga uma imagem real e invertida do nosso rosto na retina.

IV – Mirando-nos no espelho côncavo, posicionados entre o foco e o centro de curvatura

Na figura 3 construímos graficamente a imagem do nosso rosto, conjugada pelo espelho côncavo, quando nos postamos entre o foco e o centro de curvatura. Obtemos então uma imagem real e invertida (lembramos que tanto o rosto quanto sua imagem estão representados por setas).

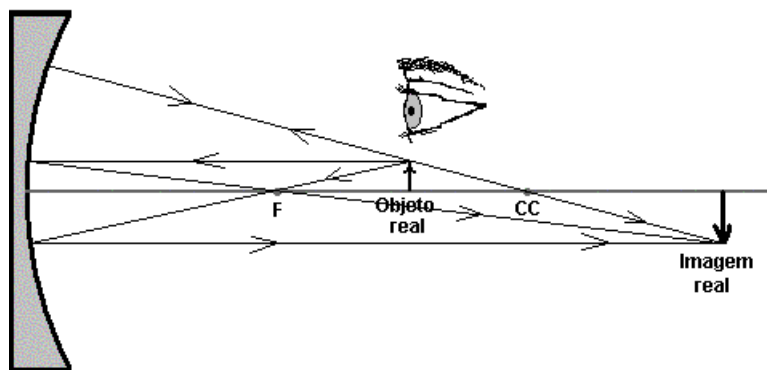


Figura 3 - O espelho conjuga uma imagem real e invertida do nosso rosto.

A figura 4 representa a lente do olho interceptando os raios luminosos, provenientes de um ponto de nosso rosto e refletidos pelo espelho, antes da convergência dos mesmos. A figura não mostra o desvio que os três raios refletidos pelo espelho sofrem na lente do olho; as linhas tracejadas da figura indicam quais desses raios, ao emergirem da lente, não continuarão na direção de incidência sobre a lente. Estando a lente do olho na posição em que se encontra, a imagem real conjugada pelo espelho é um objeto virtual para o olho.

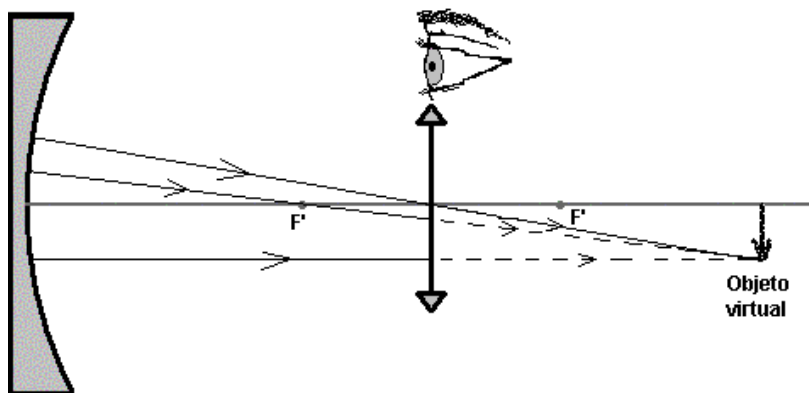


Figura 4 - A imagem real conjugada pelo espelho côncavo é um objeto virtual para a lente do nosso olho.

A figura 5 representa o traçado dos três *raios principais* que, incidindo na lente do olho, convergem e determinam uma imagem *real* (do objeto *virtual* indicado na figura 4). Esta imagem do nosso rosto, conjugada pela lente do olho, tem a mesma orientação do objeto *virtual*. Assim, temos uma imagem *real e invertida* do rosto na retina do nosso olho.

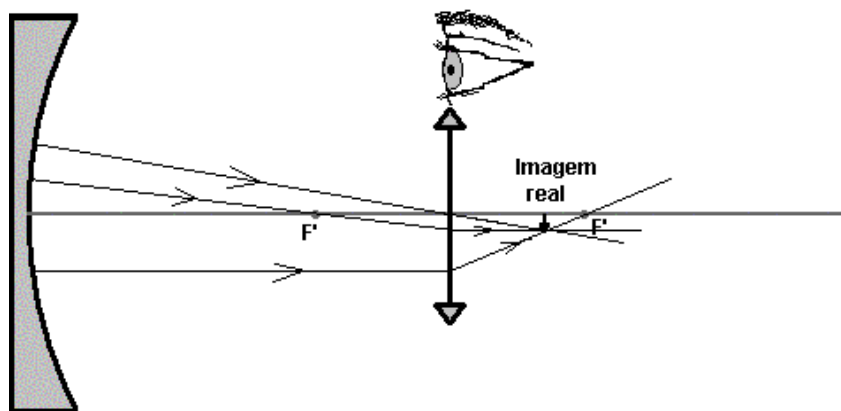


Figura 5 - A lente do olho conjuga uma imagem real e invertida do nosso rosto.

Destaque-se que resulta na retina, independentemente de o rosto situar-se antes ou depois do foco (vide figuras 2 e 5), uma imagem *invertida* do rosto (portanto o percebemos *direito*). Ao passarmos pelo foco, afastando-nos do espelho, não há descontinuidade para a imagem conjugada pela lente do nosso olho na retina. O que existe é descontinuidade da imagem do nosso rosto que o espelho conjuga; entretanto, ao nos mirarmos no espelho, essa descontinuidade nunca é notada. Lembremos novamente da acacia afirmativa: *o que enxergamos são as imagens em nossa retina.* Na próxima seção discutiremos o que vemos se estamos postados no plano focal do espelho côncavo.

V - O que vemos quando nos postamos no plano focal do espelho côncavo?

A figura 6 representa alguns raios refletidos quando o objeto (nosso rosto) situa-se no plano focal do espelho. Os raios refletidos, provenientes de um ponto do rosto, são paralelos entre si.

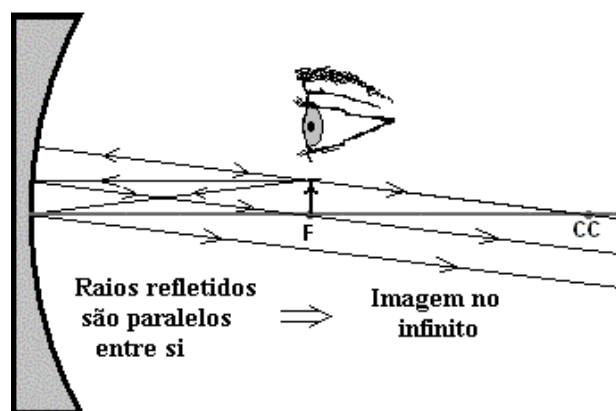


Figura 6 - Quando nos posicionamos no plano focal do espelho, os raios refletidos pelo espelho, provenientes de um ponto do rosto, são paralelos entre si.

Já a figura 7 representa a lente do nosso olho refratando os raios paralelos refletidos pelo espelho e conjugando, no plano focal da lente, uma imagem do nosso rosto *invertida* sobre a retina (portanto o percebemos *direito*).

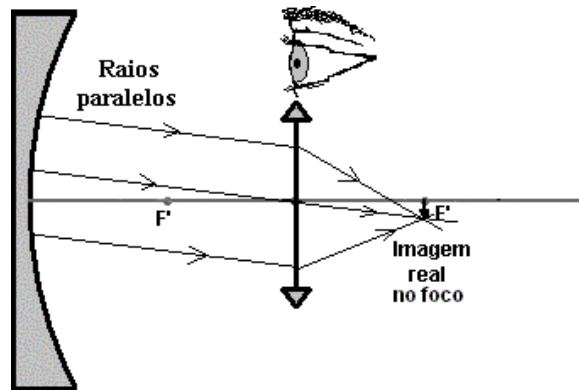


Figura 7 - A lente do nosso olho conjuga uma imagem real, invertida do nosso rosto na retina.

A construção feita na figura 8 permite comparar as imagens na retina quando nos miramos no espelho côncavo e no espelho plano, à mesma distância de ambos, isto é, a uma distância igual à distância focal do espelho côncavo.

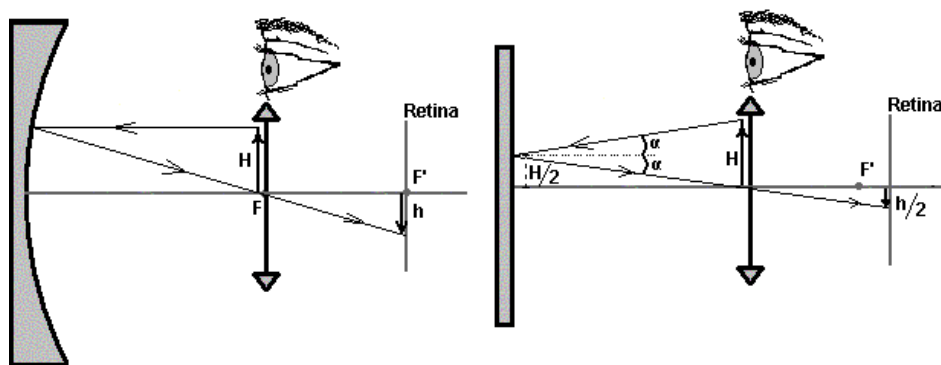


Figura 8 - Comparação entre as imagens do nosso rosto na retina quando nos miramos em um espelho côncavo e em um espelho plano, estando afastado de ambos a uma distância igual à distância focal do espelho côncavo.

Quando usamos o espelho côncavo, e nos miramos posicionados em seu plano focal, independentemente de qual seja a distância focal do espelho, teremos uma imagem em nossa retina duas vezes maior do que se nos mirássemos em um espelho plano à mesma distância.

A razão pela qual empregamos um espelho côncavo para mirar-nos é que com ele a imagem na retina aumenta em relação à imagem na retina diante de um espelho plano. Entretanto, há mais uma diferença importante entre as duas situações da figura 8. Quando nos miramos no espelho côncavo, e estamos situados em seu plano focal, nosso olho recebe raios refletidos, originários de um ponto do rosto, paralelos entre si (vide figura 6); isto significa que estamos olhando para algo no “infinito”, portanto, sem *acomodação visual* do cristalino. Quando nos miramos no espelho plano, estamos olhando para algo próximo (distante do nosso olho duas

vezes a distância que nos afasta do espelho plano) o que, portanto, torna necessária uma *acomodação visual* do cristalino⁴.

VI – Mirando-nos no espelho côncavo, posicionados além do centro de curvatura

Na figura 9 construímos graficamente a imagem do nosso rosto, conjugada pelo espelho côncavo, estando o rosto postado além do centro de curvatura (nesse caso o afastamento entre o rosto e o espelho é maior do que o dobro da distância focal). Obtemos então uma imagem *real* e *invertida* do nosso rosto.

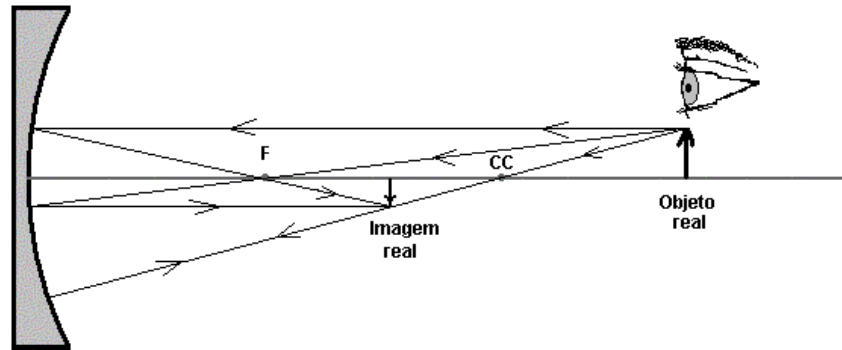


Figura 9 - O espelho conjuga uma imagem real e invertida do nosso rosto.

A imagem real conjugada pelo espelho é um objeto real para a lente do nosso olho.

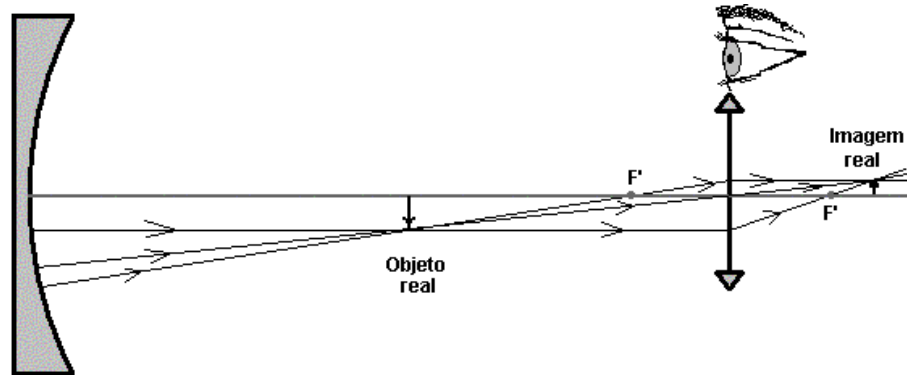


Figura 10 - A lente do nosso olho conjuga uma imagem real e direita do nosso rosto.

A figura 10 representa a imagem conjugada pela lente do nosso olho. Esta imagem é *real* e está *invertida* em relação ao objeto. Assim, temos uma imagem real e direita do nosso rosto na retina, o que faz com que o percebamos invertido. Nas análises anteriores demonstramos que entre o vértice do espelho e o seu centro de curvatura nos percebíamos *direitos* (porque tínhamos uma imagem *invertida* na retina), Há, pois, uma descontinuidade ao passarmos pelo centro de

⁴ - Quando os raios de luz que o olho recebe de cada um dos pontos do objeto não são paralelos entre si, só haverá uma imagem nítida na retina, se ocorrer a *acomodação visual*. Em tal situação, a distância focal da lente do olho é diferente da distância que a separa da retina. Na figura 8 estão representados os focos da lente - F' - e do espelho côncavo - F. Essa figura mostra que, quando nos miramos no espelho plano, a distância focal da lente do nosso olho é menor do que a distância entre a lente e a retina, o que indica *acomodação visual*.

curvatura (a orientação da imagem na retina inverte ao passarmos pelo centro de curvatura), mas não há descontinuidade ao passarmos pelo foco.

VII - Comparação entre o que vemos em um espelho côncavo e em um espelho plano

A seguir analisaremos as imagens que temos na retina quando nos miramos em um espelho côncavo e em um espelho plano, igualmente afastados de ambos. O objetivo precípuo desta seção é obter a razão entre os tamanhos das imagens na retina quando nos olhamos nos dois espelhos. Começamos pelo espelho côncavo.

A figura 11 representa uma das situações anteriormente discutidas. Sejam d_o e d_i as distâncias que separam o espelho do objeto (nosso rosto) e da imagem conjugada pelo espelho, respectivamente. A distância focal do espelho é f .

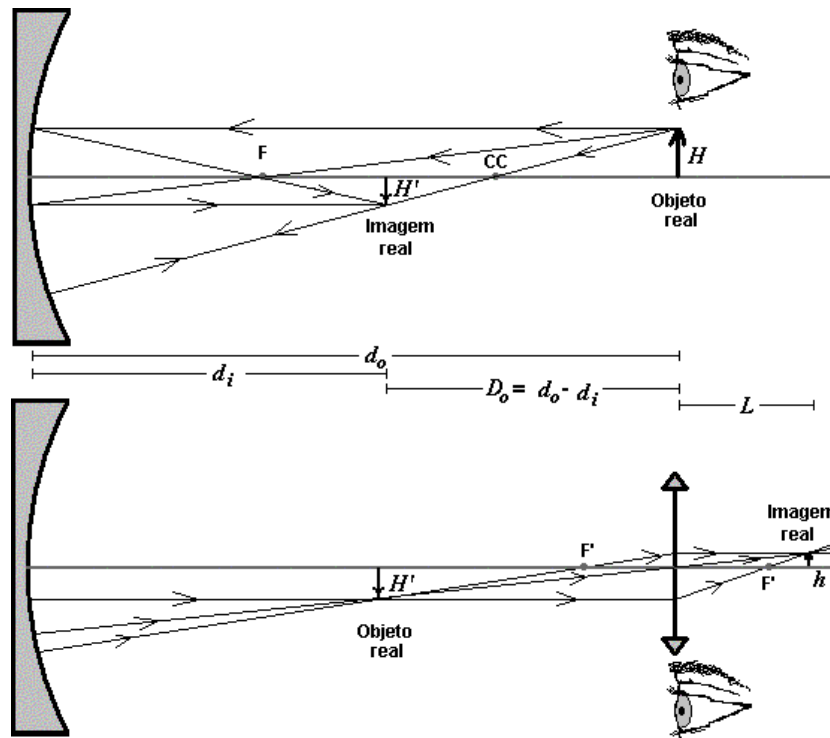


Figura 11 - Distâncias e tamanhos dos objetos e imagens conjugadas pelo espelho e pela lente do nosso olho.

Da “equação de Gauss para o espelho” (equação (1)), obtém-se facilmente

$$d_i = \frac{f d_o}{d_o - f} \quad (3)$$

Por outro lado, sabe-se que a razão entre os tamanhos H do objeto (nosso rosto) e H' da imagem é

$$\frac{H}{H'} = -\frac{d_o}{d_i} \quad (4)$$

Substituindo (3) em (4), obtém-se

$$H' = -\frac{f}{d_o - f} H \quad (5)$$

A imagem do nosso rosto, conjugada pelo espelho, é um objeto para a lente do nosso olho. Conforme a figura 11, a distância (D_o) que separa esse objeto (imagem do rosto conjugada pelo espelho) da lente é

$$D_o = d_o - d_i \quad (6)$$

É importante destacar que a equação (6) é válida em qualquer uma das situações discutidas anteriormente e não apenas na que foi exposta na figura 8 (lembramos que d_i resulta negativo quando a imagem conjugada pelo espelho é *virtual*). Substituindo-se (3) em (6), obtém-se

$$D_o = d_o \left(1 - \frac{f}{d_o - f} \right) = \left(\frac{d_o - 2f}{d_o - f} \right) d_o \quad (7)$$

Para que tenhamos uma imagem *real* nítida na retina⁵, a distância entre a lente do nosso olho e a imagem do nosso rosto, conjugada pela lente, é sempre L (distância da lente do nosso olho à retina, que é constante e da ordem de dois cm).

Para a lente do nosso olho a razão entre o tamanho do objeto (H') e o tamanho da imagem na retina (h) é

$$\frac{H'}{h} = -\frac{D_o}{L} \quad (8)$$

Substituindo-se (5) e (7) em (8), obtém-se

$$h = -\frac{f}{d_o (2f - d_o)} H L \quad (9)$$

Se, ao invés de nos mirarmos em um espelho côncavo, utilizássemos um espelho plano, situado à mesma distância (d_o) de nós que o espelho côncavo, a imagem que o espelho plano conjuga estaria a uma distância $D_o = 2d_o$ da lente do nosso olho. Essa imagem teria o mesmo tamanho do objeto ($H' = H$) e é um objeto *real* para a lente do nosso olho. O tamanho da imagem que então teríamos na retina (h') é dado por

⁵ - O cristalino nem sempre consegue produzir um sistema ótico com distância focal necessária à conjugação de uma imagem nítida na retina. Por exemplo, para a maioria das pessoas não existe *acomodação visual* se o objeto *real* estiver a menos de 25 cm do olho (*distância mínima de visão distinta*). Neste trabalho pressupomos que a *acomodação visual* sempre ocorra.

$$\frac{H}{h'} = -\frac{D_o}{L} = -\frac{2d_o}{L} \quad (10)$$

Donde se obtém

$$h' = -\frac{1}{2d_o} H L \quad (11)$$

Para comparar o que vemos ao nos mirarmos nos dois espelhos, calcularemos a razão (K) entre os tamanhos h e h' das imagens na retina para o espelho côncavo e para o espelho plano, dadas por (9) e (11) respectivamente. Desta forma escrevemos

$$K = \frac{h}{h'} = \frac{-\frac{f}{d_o(2f-d_o)} H L}{-\frac{1}{2d_o} H L} \quad (12)$$

$$K = \frac{h}{h'} = \frac{2f}{2f-d_o} \quad (13)$$

A figura 12 é o gráfico da razão K em função da distância que nos afasta dos espelhos em que nos miramos.

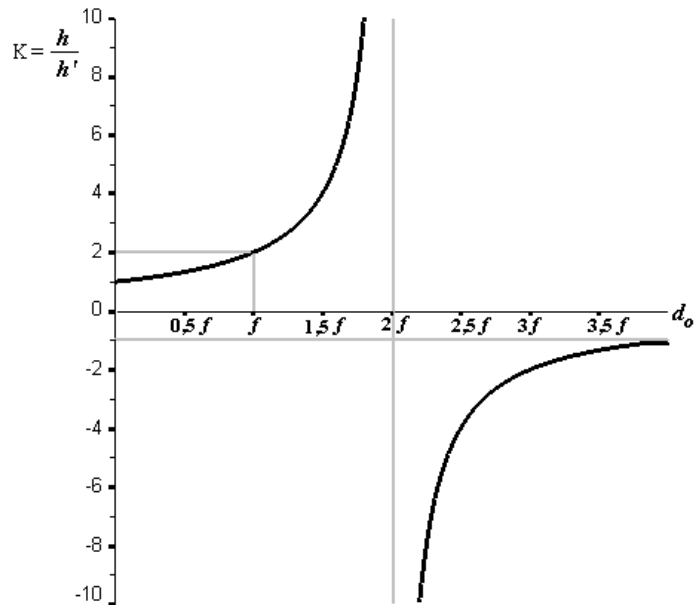


Figura 12 - Razão entre os tamanhos das imagens na retina em função da distância que nos afasta dos espelhos.

A razão K resulta ser igual a 2 quando nos postamos frente aos dois espelhos a uma distância (d_o) que é igual à distância focal do espelho côncavo (já obtivemos este resultado da

análise gráfica na figura 8). Existe evidentemente uma descontinuidade para uma distância (d_o) igual a duas vezes a distância focal (centro de curvatura do espelho). Além do centro de curvatura, a razão K é negativa, significando que as imagens do nosso rosto na retina têm orientações diferentes de um para o outro espelho. Isto é, antes do centro de curvatura perceberemos nosso rosto *direito* em ambos os espelhos e, além do centro de curvatura, perceberemos o nosso rosto *invertido* no espelho côncavo e *direito* no espelho plano (este resultado é consistente com a análise gráfica).

VIII - Fotografando o que vemos em um espelho côncavo e em um espelho plano

Para demonstrar empiricamente algumas das conclusões que obtivemos nas seções precedentes, apresentaremos algumas fotografias. A máquina fotográfica simula o nosso olho, pois tal como ele, a máquina possui um sistema de lentes convergentes para conjugar imagens reais. Nosso olho conjuga as imagens sobre a retina; a máquina as conjuga sobre o filme fotográfico⁶.



Figura 13 - Fotografia mostrando a objetiva da máquina fotográfica localizada no plano focal do espelho côncavo. O espelho está contido na moldura que na foto aparece pouco nítida.

⁶ – Uma importante diferença entre a máquina fotográfica e o olho humano está na forma de se conseguir imagens nítidas no filme e na retina. A distância entre a lente do nosso olho e a retina é fixa, enquanto que na máquina fotográfica é variável. A procura de nitidez na retina se faz por variação da distância focal do cristalino (vide notas 4 e 5), enquanto na máquina fotográfica se faz por variação da distância entre a lente e o filme. Existem animais que possuem a lente do olho com distância focal fixa, e são capazes de variar a distância que a separa da retina para nela conjugar imagens nítidas. No reino animal há mais de quarenta tipos diferentes de olho!! (Dawkins, 1998)

Na figura 13 fotografamos a objetiva da máquina fotográfica postando-a no plano focal de um espelho côncavo. Isto é equivalente a nos mirarmos no espelho côncavo, situando-nos no seu plano focal. A distância focal do espelho é 18 cm e, portanto, ele se encontra bem próximo da máquina; a borda e o suporte do espelho não são nítidos, pois estão a aproximadamente 18 cm da objetiva da máquina. A imagem da objetiva, no interior da moldura do espelho, está no infinito (a imagem conjugada pelo espelho, para um objeto posicionado no seu plano focal, é *virtual* e situa-se no infinito, conforme a figura 6); ou seja, a máquina estava calibrada para captar com nitidez imagens de objetos muito distantes (por isto a borda e o suporte, que estão próximos, aparecem pouco nítidos). A prova empírica de que a máquina fotográfica focaliza objetos no infinito (como a distância focal da objetiva da máquina é de 35 mm, objetos distantes alguns metros já se situam para fins práticos no infinito) é que aparece nitidamente a faixa escrita OPTIKÉ, o nosso laboratorista Ricardo F. Severo e o restante da paisagem (Ricardo encontra-se a mais de 5 m da máquina).

A figura 14 apresenta uma foto obtida nas mesmas condições da foto mostrada na figura 13, exceto pelo fato de que o espelho agora é plano. Note-se que neste caso não é possível discernir com nitidez a objetiva da máquina, pois ela está ajustada para fotografar objetos muito distantes, como a faixa, a pessoa e o restante da paisagem (no espelho aparece nitidamente uma coluna distante, atrás do fotógrafo).



Figura 14 - Fotografia mostrando a objetiva da máquina fotográfica localizada em frente a um espelho plano.

A fotografia da figura 15 foi obtida situando a objetiva da máquina fotográfica no plano focal do espelho côncavo. Ao lado do espelho côncavo, apenas um pouco mais atrás, está o espelho plano. Esta foto permite comparar o que se vê nos dois espelhos. De acordo com o que foi demonstrado nas seções anteriores, os tamanhos das imagens nos dois espelhos está na razão de um para dois. Percebe-se que somente ocorre imagem nítida em um dos dois espelhos: quando se focaliza a máquina para objetos no infinito, a imagem é nítida no espelho côncavo. Já quando se focaliza a máquina para objetos situados a cerca de duas vezes a distância que separa a objetiva da máquina do espelho plano, obtém-se nitidez no espelho plano, pois ele conjuga uma imagem *virtual*, à mesma distância do plano do espelho em que o objeto se encontra.



Figura 15 - Comparação do que se vê em um espelho plano com o que se vê em um espelho côncavo, posicionando a objetiva da máquina fotográfica no plano focal do espelho côncavo.

IX - Conclusão

Para entender *aquilo que vemos* em um sistema óptico, devemos incluir o olho nesse sistema. Demonstramos neste trabalho que analisar *o que se enxerga* em espelhos, lentes, etc, é mais complexo do que analisar as imagens conjugadas por tais sistemas sem levar em conta o olho. Nossa análise prova que, ao nos mirarmos no espelho côncavo, posicionados no seu plano focal, apesar de ocorrer uma descontinuidade da imagem de nosso rosto conjugada pelo espelho - vide a equação (3) com d_o igual a f^- , a descontinuidade não acontece em nossa retina⁷.

Este fato reiteradamente tem sido ignorado por idealizadores de problemas e questões que se referem ao que se vê em espelhos e lentes. Exemplificamos com a questão abaixo, que segundo Caron e Guimarães (2002), constou de uma prova do concurso vestibular da UFSC.

Uma pessoa, a 40 cm de um espelho côncavo, se vê (grifo nosso) três vezes maior e com imagem direita. A distância focal do espelho é:

- a) 120 cm b) -60 cm c) 30 cm d) 60 cm e) 13,3 cm

Uma pessoa que se vê *direita*, tem uma imagem na retina *invertida*. Como demonstramos anteriormente, isto acontece quando a pessoa se posiciona entre o centro de curvatura do espelho e o próprio espelho e não apenas - como presumivelmente imaginaram os idealizadores da questão - entre o foco do espelho e o espelho. Assim sendo, a questão tem duas respostas corretas: 60 cm (resposta dada como correta no gabarito do concurso vestibular) e 30 cm.

Agradecimento. Agradecemos à Prof^a Maria Cristina Varriale pela leitura crítica deste artigo e pelas sugestões apresentadas.

Bibliografia

Caron, W. e Guimarães, O. *As faces da Física*. São Paulo: Moderna 2002.

Dawkins, R. *A escalada do monte improvável*. São Paulo: Companhia das Letras.

Gaspar, A. *Física 2*. São Paulo: Ed. Ática, 2001.

Nussenzveig, H. M. *Curso de Física Básica*. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1998.

⁷ – Quando utilizamos uma lente convergente como lupa, também ocorre uma descontinuidade na imagem conjugada pela lente, para um objeto no plano focal. Entretanto não ocorre descontinuidade da imagem na retina do usuário da lupa (qualquer pessoa que disponha de uma lupa pode submeter esta afirmação a teste empírico). Ao colocarmos o objeto no plano focal da lupa, a luz proveniente do objeto, refratada pela lente, atinge o olho como raios paralelos (ou levemente divergentes ou levemente convergentes se o objeto estiver um pouco antes ou um pouco depois do plano focal), permitindo que tenhamos uma imagem na retina sem *acomodação visual* do cristalino. Desconhecemos a existência de algum texto de ensino médio ou ensino superior que trate da lupa, analisando o que vemos através dela quando o objeto está localizado além do foco da lupa.