

F 809 - Instrumentação para o Ensino
Relatório Final

Queda de um ímã de neodímio num cilindro de cobre



Aluno: Sandinei Ugo da Silva Santos
Orientador: Prof. Dr. Mário Noboru Tamashiro

Instituto de Física Gleb Wataghin
Universidade Estadual de Campinas

1 Introdução

Todo o nosso experimento está baseado na observação da queda de um ímã cilíndrico de neodímio dentro de um tubo cilíndrico de cobre. Numa primeira observação, como descrito no Relatório Parcial, verificamos que o ímã leva um tempo médio de 4.216 s para percorrer um cilindro de 37.2 cm de comprimento, disposto na direção vertical. Esse tempo é aproximadamente 15 vezes maior que o mesmo ímã levaria para cair em queda livre no ar, o que pode ser verificado utilizando-se um tubo de vidro, ao invés de cobre. Esses dados, entretanto, não são suficientes para demonstrar que a velocidade de queda é constante, sendo esse o nosso objetivo.

Nessa segunda etapa do desenvolvimento do projeto, nos dedicamos à demonstração de que a velocidade de queda é constante e avaliamos de uma forma simples (apenas qualitativamente) a dependência da velocidade com a temperatura do tubo de cobre. Para isso, trabalhamos com conceitos fundamentais do Eletromagnetismo, enfatizando os estudos de Faraday-Lenz sobre indução eletromagnética.

A Lei da indução [1] foi proposta inicialmente por Michael Faraday em agosto de 1831. Num experimento, ele enrolou aproximadamente 70 m de fio de cobre em torno de um bloco de madeira, conectando um galvanômetro ao circuito. Enrolou outros 70 m, isolados do primeiro, e ligou-os a uma bateria. A princípio, ficou desapontado: uma corrente estacionária no segundo circuito não afetava o galvanômetro, ligado ao primeiro. Faraday notou, porém, que aparecia uma deflexão no galvanômetro quando, e somente quando, o outro circuito era ligado ou desligado. Ou seja: a corrente era induzida pela variação do campo magnético devido ao outro circuito. Heinrich Lenz, em 1834, verificou que o sentido da corrente induzida é aquele que tende a se opor à variação do fluxo do campo magnético. Assim a Lei da indução estava completa.

2 Teoria

A explicação física para a queda do ímã com velocidade constante é a seguinte: à medida que o ímã cai, o fluxo magnético também muda ao longo do cilindro. De acordo com a Lei da Indução de Faraday, a mudança de fluxo magnético induz uma força eletromotriz e uma conseqüente corrente elétrica ao longo do tubo, na direção perpendicular ao movimento. A simulação do arquivo **simulacao.gif** [2], que consta no CD em anexo, ilustra bem como a queda do ímã gera corrente elétrica no tubo. Essa corrente induzida, segundo a Lei de Lenz [1], produz uma força magnética sobre o ímã que se opõe a seu movimento. Assim, enquanto a gravidade exerce no ímã uma força dirigida para baixo, a força magnética gerada pela corrente induzida tem direção oposta, conforme esboçado na Figura 1.

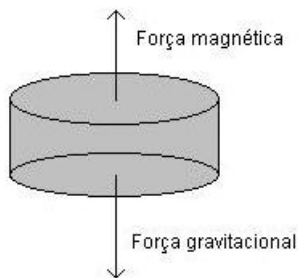


Figura 1: Esquema das forças atuantes sobre o ímã.

Como a força magnética é diretamente proporcional à velocidade do ímã, ele será desacelerado até atingir um valor de velocidade que equilibrará as duas forças, a velocidade terminal. É com essa velocidade constante que ele terminará de descer o cilindro. Como o ímã de neodímio tem campo magnético suficientemente forte para essa finalidade, a velocidade terminal é atingida quase instantaneamente.

O tempo que o ímã leva para atingir a velocidade terminal pode ser calculado considerando que a solução não-homogênea no início da queda tem amortecimento exponencial.

A velocidade de queda é descrita por $v(t) = v_{\infty}(1 - e^{-t/\tau})$ e a aceleração $a(t) = dv(t)/dt = \frac{v_{\infty}}{\tau}e^{-t/\tau}$. Para $t = 0$, $a(t = 0) = v_{\infty}/\tau = g$, portanto $\tau = v_{\infty}/g \approx 8 \times 10^{-3}$ s, onde v_{∞} é a velocidade uniforme de queda para $t \rightarrow \infty$ (obtida para este experimento). Mesmo considerando um tempo de $5\tau \approx 0.02$ s para a aceleração cair praticamente a zero, isto ainda está dentro do erro de medida do tempo.

A expressão para a velocidade terminal v depende da massa m do ímã, do seu momento de dipolo magnético p , da resistividade ρ do tubo (com valor $\rho = 1.75 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ para o cobre a temperatura ambiente), da aceleração da gravidade g , do raio interno do tubo r_{in} e da espessura w do tubo. Um cálculo aproximado considerando dois monopólos magnéticos em cada uma das faces do ímã, fornece [3]

$$v = \frac{8\pi mg\rho r_{in}^2}{\mu_0^2 p^2 w f\left(\frac{h}{r_{in}}\right)}, \quad (2.1)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo, com valor $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$. O momento de dipolo magnético é dado por $p = q_m h$, onde $q_m = \pi r^2 \sigma_M$, σ_M é a densidade superficial de carga magnética, r é raio do ímã, h sua altura, w a espessura do tubo. A função de escala $f\left(\frac{h}{r_{in}}\right)$, definida pela integral

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dy \left[\frac{1}{(y^2 + 1)^{3/2}} - \frac{1}{[(y + x)^2 + 1]^{3/2}} \right]^2,$$

depende da relação h/r_{in} . Seu gráfico é também apresentado na Ref. [3].

3 Experimental

Para verificar se a velocidade de queda é realmente constante, utilizamos quatro cilindros de cobre com o mesmo raio interno $r_{in} = 4 \text{ mm}$, mas com diferentes comprimentos. Os classificamos de acordo com o comprimento, conforme Tabela 1.

	$h \pm 0.1 \text{ (cm)}$
cilindro 1	37.2
cilindro 2	54.3
cilindro 3	71.8
cilindro 4	89.5

Tabela 1: Identificação dos cilindros de cobre.

Esses cilindros são originários de uma mesma tubulação de gás desativada do laboratório do Prof. Richard Landers, no Departamento de Física Aplicada do IFGW, Unicamp. No manuseio da tubulação (corte e alinhamento) para formarmos os quatro cilindros, contamos com uma grande ajuda do funcionário Idalício, do mesmo laboratório. Os quatro tubos são mostrados na Figura 2.

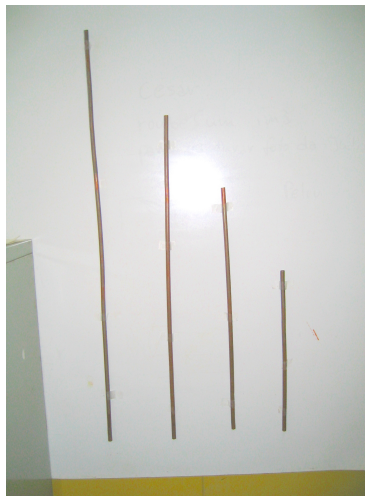


Figura 2: Quatro tubos de cobre utilizados no experimento.

A idéia, então, foi medir 10 vezes o tempo de queda do ímã em cada um dos tubos e, assim, obter o tempo médio t que ele leva para percorrê-los na direção vertical. Com isso, basta plotar um gráfico $h \times t$ para encontrar a velocidade média de queda do ímã, que será o coeficiente angular do ajuste linear obtido. Para nos certificarmos de que a velocidade de queda é realmente constante, verificaremos se os quatro pontos do gráfico estão, pelo menos, próximos da reta obtida. Se os quatro pontos estiverem distantes da reta, esse será um indício de que a queda se dá por um movimento acelerado, ao invés de uniforme (com velocidade constante).

O ímã que utilizamos nesse experimento possui raio e altura dados por $r = h = 3$ mm e massa $m = 0.8$ g. A Tabela 2 a seguir mostra os 10 tempos obtidos para cada cilindro.

cilindro 1		cilindro 2	
medição	tempo (s)	medição	tempo (s)
1	4.61	1	6.66
2	4.63	2	6.75
3	4.66	3	6.75
4	4.59	4	6.70
5	4.54	5	6.71
6	4.63	6	6.73
7	4.63	7	6.66
8	4.63	8	6.67
9	4.58	9	6.74
10	4.62	10	6.70

cilindro 3		cilindro 4	
medição	tempo (s)	medição	tempo (s)
1	8.87	1	10.96
2	8.86	2	11.00
3	8.91	3	11.03
4	8.88	4	10.97
5	8.93	5	11.03
6	8.85	6	11.05
7	8.87	7	11.04
8	8.92	8	10.97
9	8.92	9	11.02
10	8.88	10	11.02

Tabela 2: Tempos de queda do ímã para os cilindros de cobre de diferentes comprimentos.

O erro experimental associado à medida desses tempos está relacionado ao tempo de reação humana (nesse caso, intervalo de tempo entre o momento em que se vê o ímã na extremidade inferior do cilindro e o momento em que se aperta o botão do cronômetro parando a contagem), que estimamos em 0.2 s.

O tempo médio obtido para cada um dos cilindros constam na Tabela 3.

	$t \pm 0.02$ (s)
cilindro 1	4.61
cilindro 2	6.71
cilindro 3	8.89
cilindro 4	11.01

Tabela 3: Tempo médio de queda do ímã.

Com os dados que constam nas Tabelas 1 e 3, obtivemos o gráfico $h \times t$ apresentado na Figura 3.

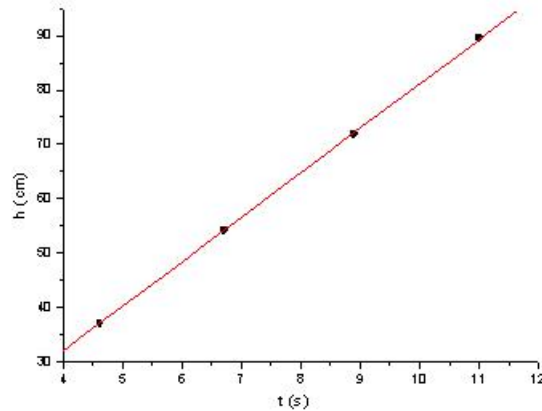


Figura 3: Gráfico do comprimento dos cilindros *versus* tempos de queda associados.

No gráfico acima, as barras de erro associadas são menores que os símbolos utilizados para representar os dados experimentais, por isso elas não estão evidentes.

Através do gráfico, percebemos que a reta obtida com esses quatro pontos passa por todos eles, dentro da barra de erros. Assim, a razão h/t , que é igual à velocidade de queda, tem aproximadamente o mesmo valor nos quatro cilindros. Esse valor, coeficiente angular da reta, é $v = 8.16 \pm 0.04$ cm/s.

Seria interessante fazermos uma comparação entre o valor da velocidade obtida experimentalmente e a velocidade teórica da expressão (2.1). Entretanto essa expressão depende da densidade superficial de carga magnética do ímã, dado que não possuímos, pois requer a medida precisa do campo magnetostático gerado pelo ímã através de um gaussímetro/teslâmetro (gaussmeter/teslameter).

4 Dependência da velocidade terminal com a temperatura

No experimento, avaliamos ainda o efeito que a diminuição da temperatura do cilindro de cobre causa à velocidade. Para isso, mergulhamos o *cilindro 1* num recipiente com nitrogênio líquido [4], com temperatura 77 K, e esperamos que sua temperatura diminuísse o suficiente para que pudéssemos verificar a sua influência sobre a velocidade. Imediatamente após tirarmos o cilindro do recipiente contendo nitrogênio, soltamos o ímã dentro dele. O tempo medido foi $t = 10.87$ s. Ou seja, o ímã caiu à velocidade $v = 3.42$ cm/s, aproximadamente 2.4 vezes menor que a velocidade à temperatura ambiente encontrada anteriormente nesse mesmo experimento. Essa diminuição da velocidade se dá porque, como mostra a equação (2.1), ela é diretamente proporcional à resistividade, que, por sua vez, cai linearmente com a temperatura (na região de temperaturas suficientemente altas). Os vídeos contidos nos arquivos **nitrogenio.avi** e **nitrogenio2.avi** (no CD em anexo) mostram como foi o procedimento para diminuir a temperatura do cilindro e fazer a medida do tempo.

5 Conclusão

Nesse experimento conseguimos demonstrar de forma satisfatória que a velocidade de um ímã de neodímio, em queda num cilindro de cobre, é constante. Encontramos ainda o valor dessa velocidade com erro relativo percentual de 0.49% para um ímã com raio, altura e massa dados por $r = h = 3$ mm, $m = 0.8$ g e com tubos cilíndricos de cobre de raio interno $r_{in} = 4$ mm e espessura $w = 0.5$ mm. Verificamos também a dependência qualitativa do comportamento teórico da velocidade de queda com a temperatura do tubo.

O experimento serviu, ainda, para demonstrar, de forma inequívoca, o efeito da Lei de Faraday-Lenz sobre um ímã em queda no interior de um tubo metálico.

6 Agradecimentos

Agradecemos ao Prof. Richard Landers pela doação da tubulação de cobre para que obtivéssemos os tubos cilíndricos; ao Prof. Mauro Monteiro Garcia de Carvalho por nos fornecer o nitrogênio líquido; ao amigo Marcelo Baptista de Freitas por nos dar boas idéias concernentes ao experimento e ao funcionário Idalício Barrozo por nos ajudar no corte e alinhamento dos tubos.

Referências

- [1] H. Moysés Nussenzveig. Curso de Física Básica, v.3: Eletromagnetismo. Editora Edgard Blücher, 1997.
- [2] <http://regentsprep.org/Regents/physics/phy08/clenslaw/default.htm> (simulação da corrente gerada pela queda do ímã).
- [3] Y. Levin, F.L. da Silveira and F.B. Rizzato. Electromagnetic braking: A simple quantitative model. Am. J. Phys. **74**(9): 815-817 (2006).
- [4] http://demo.physics.uiuc.edu/lectdemo/scripts/demo_descript.idc?Demoid=1190 (experimento com nitrogênio líquido).