

Instituto de Física “Gleb Wataghin” – UNICAMP
F609 – Tópicos de ensino de Física I
Relatório Final

Geração de ondas em águas rasas de profundidade variável

Coordenador: Professor Dr. José Joaquín Lunazzi

Aluno: Daniel Sterzo – RA:042787

Orientador: Roberto Antonio Clemente



Novembro 2007

Resumo

Neste trabalho deseja-se construir uma cuba com fundo de desenho variável, para uma vez enchida com água possa se observar a propagação de ondas superficiais. A velocidade de propagação destas ondas é em primeira aproximação proporcional à raiz quadrada da profundidade e deveria ser possível simular o freiamento de uma onda que chega na praia e seu aumento de elevação. Pensa-se fabricar uma cuba de madeira de aproximadamente dois metros de comprimento, trinta centímetros de largura e 15 centímetros de altura, na qual possa ser inserido um fundo removível e obter uma profundidade variável suavemente ou não de 15 cm até zero. As paredes laterais seriam transparentes para permitir a observação lateral do fenômeno da propagação de ondas superficiais (possivelmente também será tingida a água). A geração das ondas será testada de várias maneiras: jogando objetos na extremidade de maior profundidade, mexendo a parede da mesma e eventualmente alterando o fundo da cuba.

Introdução

O estudo do movimento de ondas em águas rasas nos ajuda a compreender melhor os fenômenos que ocorrem nos oceanos. Há séculos as regiões costeiras de certos países são atingidos por ondas gigantescas que são conhecidas por “tsunamis”, que em japonês significa onda portuária.



Fig.1: Tsunami

Existem várias causas que levam a ocorrer este fenômeno, mas quase sempre relacionadas com um grande movimento de massa de água nas profundezas dos oceanos.

Para que isto ocorra, eventos como erupções vulcânicas, terremotos submarinos, ou mesmo uma bolha de gás que surge no fundo do oceano, podem acarretar neste movimento de massas gigantescas de água.

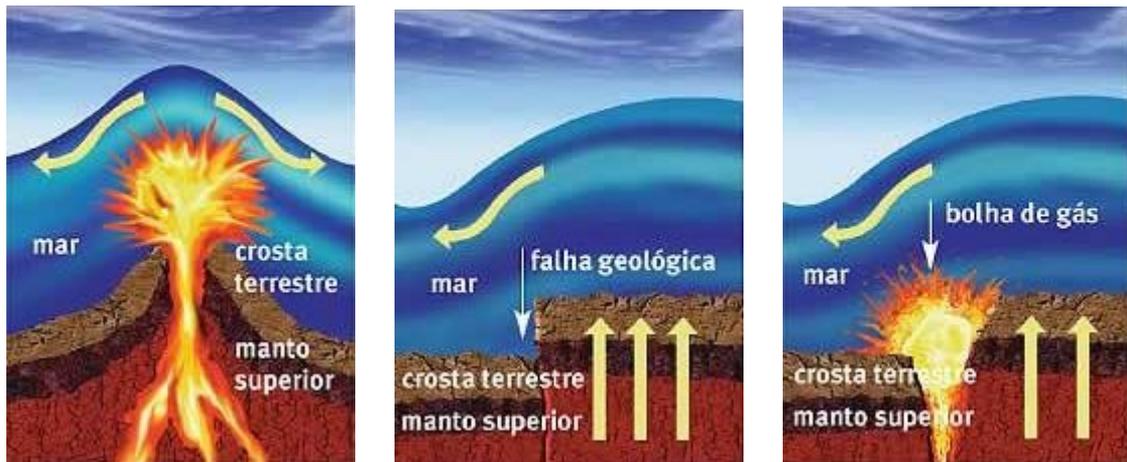


Fig.2: Causa dos maremotos

Visando entender melhor, e simular o fenômeno, resolvi fazer um estudo com ondas em águas rasas com profundidade variável.

Quando uma onda no mar é formada pela ação dos ventos, somente a parte superficial da água é movimentada, com isso a onda gerada possui uma amplitude pequena e velocidade baixa. No entanto quando uma grande massa de água é deslocada o efeito da velocidade e amplitude é amplificado, causando ondas muito maiores e destrutivas.

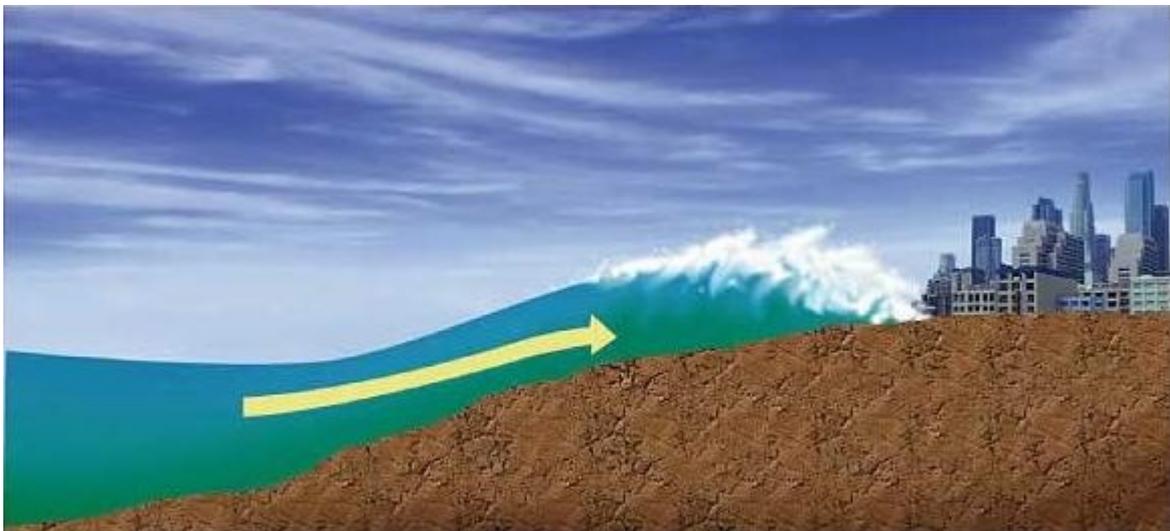


Fig.3: Movimento da onda em pequena inclinação

A amplitude da onda e sua velocidade dependem da profundidade, quanto mais abrupta é a subida da praia, maior é o efeito.



Fig.4: Movimento da onda em grande inclinação

Em um nível mais avançado podemos dizer que para ondas em águas rasas, a velocidade pode ser aproximada pela seguinte expressão:

$$c = \sqrt{gh}$$

Onde c é a velocidade de propagação da onda, g a aceleração da gravidade e h a profundidade da água. Já a amplitude aproxima-se da seguinte expressão:

$$\eta \propto h^{-1/4}$$

Onde η é a altura da onda.

Uma melhor demonstração destas equações está na teoria do relatório.

Objetivo

O objetivo deste projeto é estudar o movimento de ondas em águas rasas com profundidades variáveis, visando simular os efeitos de fenômenos que ocorrem nos oceanos, além de uma verificação experimental dos modelos teóricos para o fenômeno estudado.

Descrição da montagem

O intuito foi montar duas cubas, de 1,8 m de comprimento por 30 cm de largura e 15 cm de altura, sendo uma com o fundo plano, e outra com um fundo variável. Para a montagem foram utilizados:

- Uma chapa de maderite de 12mm de espessura;
- Sarrafos de cedrinho de 1,82m de comprimento;
- Vidro transparente de 3mm de espessura;
- Uma chapa de duratex de 3mm de espessura;
- Uma folha de plástico fino e incolor de 2m de comprimento por 1,4m de largura;
- Tinta Suvinil branca;
- Verniz marítimo;
- Cola quente;
- Silicone;
- Massa de acrílico branca;
- Corante azul Suvinil;
- Pregos;
- Parafusos;
- Fita adesiva incolor larga;

Primeiramente foi cortado em pedaços de dimensões certas a chapa de maderite. Depois de cortados foram lixados e bem acabados os pedaços, feito isso montou-se a estrutura da cuba, pregando-as umas nas outras, deixando um lado livre para fixação dos vidros.

Depois de montado a estrutura vedou-se com cola quente todas as bordas internas da caixa. A seguir pintamos tanto o lado de dentro como o de fora da cuba com tinta branca. Como a madeira era bem irregular e seus cantos estavam mal acabados, fizemos umas correções com massa acrílica branca.

Ao final da montagem da cuba, passamos o verniz marítimo no interior da caixa para vedá-la da umidade que iria receber.

Para a fixação do vidro nas laterais foi estudado um tipo de grade onde se colaria o vidro, e pregasse esta estrutura nas bordas da cuba. Então com os sarrafos foi montada esta grade e fixada na cuba. Depois colou-se os vidros com silicone nas grades.

Com isso a cuba de fundo plano já estava pronta, só precisava fazer o fundo variável da outra.

Para tal cortamos uma chapa de duratex com as mesmas dimensões do fundo da cuba e a encapamos com o plástico incolor para que não entrasse em contato com a água.

Fixamos esta no fundo da cuba e para fazer a subida pregamos quatro pedaços de sarrafo em um lado da cuba e em cima deles parafusamos a chapa de duratex.

Encontramos um problema nas duas cubas, depois de vedadas e colocar água, a vedação não deu conta, e precisamos encapar todas as cubas por dentro com um filme de plástico transparente para evitar vazamentos.

O resultado final está nas fotos seguintes:



Fig.5: Cuba de fundo plano (visão lateral)

Agora a mesma cuba em outro ângulo:



Fig.6: Cuba de fundo plano (visão do interior)

Agora a cuba de profundidade variável:



Fig.7: Cuba de profundidade variável (visão lateral)

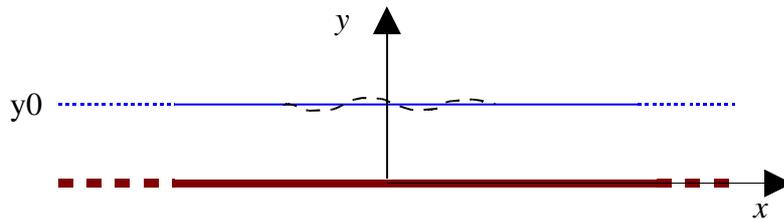


Fig.8: Cuba de profundidade variável (visão interna)

Teoria

Ondas em Canais [1]

Consideremos um canal longo com água, com profundidade e largura constantes, sendo uma visão lateral do mesmo:



Indicando a ordenada da superfície livre da água no tempo t como $y_0 + \eta$ (correspondente a abscissa x), onde y_0 é a ordenada do estado imperturbado. Consideramos também que a aceleração vertical de todas as partículas do fluido é desprezível, ou mais precisamente, que a pressão em qualquer ponto (x,y) é simplesmente igual a pressão estática na profundidade abaixo da superfície livre, seja ela:

$$p - p_0 = g \rho (y_0 + \eta - y) \quad , \quad (01)$$

onde p_0 é a pressão externa uniforme, resulta então:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = g \rho \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad . \quad (02)$$

Esta equação é independente de y , com isso a aceleração horizontal é a mesma para todas as partículas em um plano perpendicular a x . Isto mostra que a velocidade horizontal u é função de x e de t somente.

A equação do movimento horizontal é:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad , \quad (03)$$

a qual é simplificada para o caso de movimentos infinitamente pequenos, pela omissão do termo $u \frac{\partial u}{\partial x}$, que é de segunda ordem, então:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} , \quad (04)$$

Introduzimos agora:

$$\xi = \int u dt , \quad (05)$$

ξ é a integral no tempo para o deslocamento através de um plano $x=\text{constante}$. No caso de pequenos movimentos esta será, em primeira ordem, igual ao deslocamento das partículas que originalmente estavam no plano.

A equação (04) pode ser escrita:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} , \quad (06)$$

A equação de continuidade pode ser relacionada ao cálculo do volume do fluido, que entrou na região contornada pelos planos x e $x + \delta x$. Seja h a profundidade e b a largura do canal, temos:

$$-\frac{\partial}{\partial x} (\xi h b) \delta x = \eta b \delta x \rightarrow \eta = -h \frac{\partial \xi}{\partial x} . \quad (07)$$

Eliminado η entre as equações (06) e (07) resulta:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = gh \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} . \quad (08)$$

Derivando a (08) em relação a x e usando a (07) obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} . \quad (09)$$

A (09) é uma equação de onda que admite soluções do tipo:

$$\eta(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct) , \quad (10)$$

onde:

$$c = \sqrt{gh} \quad , \quad (11)$$

e f, g são funções arbitrárias fisicamente aceitáveis. Vemos que a solução geral será uma superposição de ondas que se propagam para direita e para a esquerda.

Popagação de Ondas em um Canal de Seção Variável [1]

Quando a seção S do canal não é uniforme, mas varia gradualmente de ponto a ponto, a equação da continuidade é dada por:

$$\eta = -\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial x} (S\xi) \quad , \quad (12)$$

onde b é a largura do canal. Se h é a profundidade, temos $S = bh$, então:

$$\eta = -\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial x} (hb\xi) \quad , \quad (13)$$

sendo que h e b são funções de x .

A equação dinâmica possui a mesma forma da anterior:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad . \quad (14)$$

Multiplicando a (14) por (hb) e derivando em relação a x pode-se obter:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{g}{b} \frac{\partial}{\partial x} \left(hb \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \quad , \quad (15)$$

Esta equação de ondas em canais de seção gradualmente variável foi investigadas por Green [2]. Seus resultados, livres de restrições para a forma de seção, foram obtidos da maneira seguinte:

- Introduzindo uma variável τ definida por:

$$\frac{dx}{d\tau} = \sqrt{gh} \quad , \quad (16)$$

- De maneira que a equação (15) se transforma em:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \eta'' + \left(\frac{b'}{b} + \frac{1}{2} \frac{h'}{h} \right) \eta' , \quad (17)$$

onde () define a diferenciação em relação a τ .

- Se b e h são constantes, a equação vai ser satisfeita por:

$$\eta = F(\tau \pm t) , \quad (18)$$

no caso geral pode-se assumir:

$$\eta = \theta(\tau) F(\tau \pm t) , \quad (19)$$

onde θ é função de τ somente. Substituindo na (17) resulta:

$$2 \frac{\theta' F'}{\theta F} + \frac{\theta''}{\theta} + \left(\frac{b'}{b} + \frac{1}{2} \frac{h'}{h} \right) \left(\frac{F'}{F} + \frac{\theta'}{\theta} \right) = 0 , \quad (20)$$

- Os termos da (20) que envolvem F irão cancelar se:

$$2 \frac{\theta'}{\theta} + \frac{b'}{b} + \frac{1}{2} \frac{h'}{h} = 0 , \quad (21)$$

que implica em:

$$\theta^2 b \sqrt{h} = \text{const.} , \quad (22)$$

conseqüentemente a função θ resulta:

$$\theta = C b^{-1/2} h^{-1/4} , \quad (23)$$

sendo C uma constante apropriada.

- Com isso a solução geral para o nível perturbado da água seria:

$$\eta = b^{-1/2} h^{-1/4} [F(\tau - t) + G(\tau + t)] , \quad (24)$$

onde F e G são funções arbitrárias fisicamente aceitáveis que incluem a constante C indicada anteriormente.

Da equação (24) vemos que no caso da largura do canal ser constante, as ondas se propagarão com velocidade $\sqrt{gh(x)}$ (para a esquerda ou para a direita), diminuindo quando a profundidade diminui e a amplitude das mesmas será proporcionais a $h(x)^{-1/4}$, aumentando quando a profundidade diminui.

Procedimento Experimental

Depois de feita toda a montagem, e constatado que não havia mais vazamentos, partimos para a etapa experimental, onde iríamos colocar água nas cubas e produzir as ondas para estudar o efeito.

No caso da cuba de fundo plano, produzimos uma pequena inclinação nesta para que o fundo dela elevasse de maneira gradual.

O vídeo do experimento está anexado na página do curso!

Pode-se perceber que a onda aumenta de amplitude na medida que a profundidade diminui, mas em termos quantitativos é complicado medir a velocidade e a amplitude, pois o fenómeno é muito rápido e nem mesmo com a filmagem resulta simples conseguir os dados necessários para esta cuba inclinada.

Já no caso da cuba de fundo variável foi possível obter alguns resultados por meio de filmagens e fotos para a propagação da onda na parte da cuba que tem profundidade constante.

Nesta foto lateral podemos ver a onda se propagando e sua amplitude:



Fig.9: Onda na cuba de profundidade variável



Fig.10: Onda quebrando na parte rasa da cuba

Para o cálculo aproximado da velocidade da onda utilizamos a filmagem em câmera lenta, ou seja, com recursos de multimídia. Constatamos que a frente de onda percorre 130 cm em 1,2 segundos o que corresponderia a uma velocidade de 108 cm/s. Como a profundidade da água era de aproximadamente 10 cm, ha uma diferença de aproximadamente 8% com a previsão teórica:

$$c = \sqrt{gh} = \sqrt{(9,8m/s^2) \cdot (0,1m)} \cong 1 m/s$$

Para verificar melhor, repetimos a experiência com a cuba de fundo plano, desta vez não inclinada e com um nível de água de 10 cm. Constatamos que a frente de onda percorre 150 cm em 1,4 segundo então temos:

$$v_{onda} = \frac{ds}{dt} \cong \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{150cm}{1,4s} = 107cm/s \cong 1,1m/s$$

Temos aqui uma diferença de mais ou menos 7% do dado teórico para o experimental, em razoável concordância com as medições da cuba com fundo inclinado. A diferença com a previsão teórica pode ser devida a vários fatores, entre eles a escassa precisão de nossas medidas (o efeito é muito rápido e os programas computacionais utilizados não possuíam uma boa resolução temporal, provavelmente medidas mais precisas deveriam diminuir a discrepância), ou talvez efeitos não lineais na propagação da onda que não tem uma altura desprezível em relação à profundidade da água.

No caso da amplitude não podemos fazer comparações quantitativas pois na caso experiência a amplitude da onda varia muito com o impulso dado para formar a s mesmas. De acordo com a teoria a altura da onda deveria estar relacionada com a profundidade de acordo a seguinte relação:

$$\eta \propto h^{-1/4}$$

Para uma variação da profundidade de 10 cm para 0,5 cm a amplitude aumentaria em 2,11 vezes. No caso da cuba de profundidade variável, vimos que a onda inicial possuía uma amplitude de mais ou menos 0,5 cm e quando ela quebra na parte rasa ela possui uma amplitude de 1 cm, ou seja, 2 vezes maior, em razoável acordo com a previsão teórica.

Conclusão

Concluindo, creio que mesmo utilizando materiais de uma qualidade não muito boa, e depois de ter enfrentado muitos problemas na construção do experimento, os resultados obtidos são satisfatórios, condizendo razoavelmente bem com o modelo teórico apresentado e ilustrando de maneira didática o fenômeno.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar ao meu orientador, professor R.A. Clemente, que me ajudou a planejar o experimento, me deu idéias muito boas para solucionar os problemas, ajudou-me na parte teórica do experimento, e por sua paciência em me orientar nesta disciplina. Em segundo lugar agradeço a meu pai, Sergio Sterzo, que me ajudou muito na montagem e na experimentação.

Referências

- [1] H.Lamb, "Hydrodynamics" , Cap. VIII, Dover 1945;
- [2] G. Green, "On the Motion of Waves in a Variable Canal of Small Depth and Width", *Camb. Trans.* vi. (1837);
- [3] <http://en.wikipedia.org/wiki/Tsunami>

Comentário

Meu orientador, o Prof. Roberto Antonio Clemente solicita que o aluno possa disponibilizar do equipamento após a apresentação dos trabalhos, para realizar ulteriores medidas com melhor precisão.

Apêndice sobre Tsunamis

Causas:

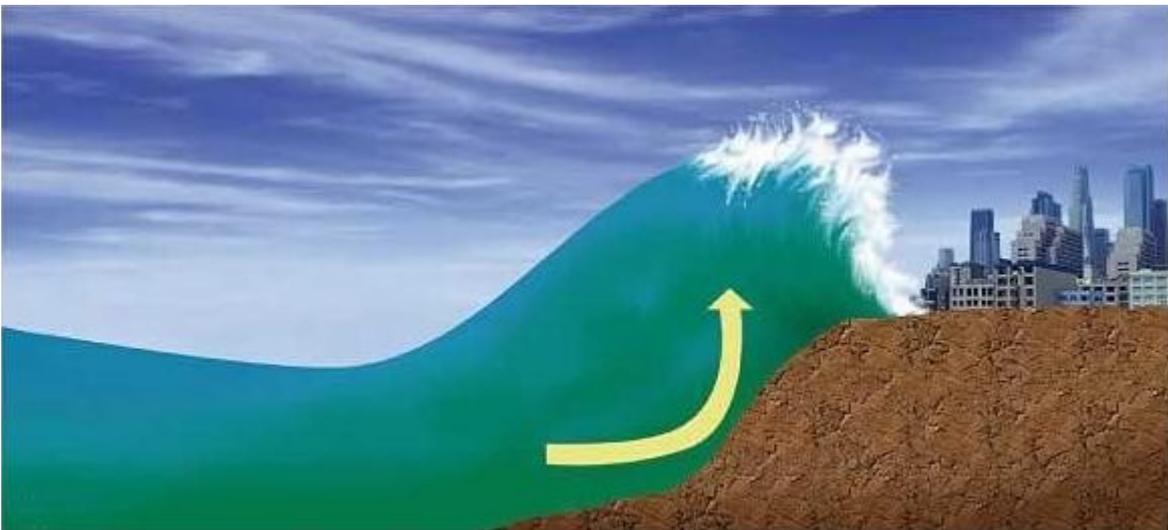
Um tsunami pode ser gerado por qualquer distúrbio que desloque uma massa grande de água, tal como um sismo (movimento no interior da terra), um deslocamento da terra, uma explosão vulcânica ou um impacto de meteoro. Os tsunamis podem ser gerados sempre que o fundo do mar sofre uma deformação súbita, deslocando verticalmente a massa de água. Os sismos tectónicos são um tipo particular de sismo que origina uma deformação da crosta; sempre que os sismos ocorrem em regiões submarinas, a massa de água localizada sobre a zona deformada vai ser afastada da sua posição de equilíbrio. As ondas são o resultado da acção da gravidade sobre a perturbação da massa de água. Os movimentos verticais da crosta são muito importantes nas fronteiras entre as placas litosféricas. Por exemplo, à volta do [Oceano Pacífico](#) existem vários locais onde placas oceânicas mais densas deslizam sob as placas continentais menos densas, num processo que se designa por subducção. Estas zonas originam facilmente tsunamis.

Deslizamentos de terra submarinos, que acompanham muitas vezes os grandes tremores de terra, bem como o colapso de edifícios vulcânicos podem, também, perturbar a coluna de água, quando grandes volumes de sedimentos e rocha se deslocam e se redistribuem no fundo do mar. Uma explosão vulcânica submarina violenta pode, do mesmo modo, levantar a coluna de água e gerar um tsunami. Grandes deslizamentos de terra e impactos de corpos cósmicos podem perturbar o equilíbrio do oceano, com [transferência de momento](#) destes para o mar. Os tsunamis gerados por estes mecanismos dissipam-se mais rapidamente que os anteriores, podendo afectar de forma menos significativa a costa distante e assim acontece o tsunami.

[\[editar\]](#) História



Um declive menos acentuado na beira-mar faz as ondas perderem força, atenuando o tsunami



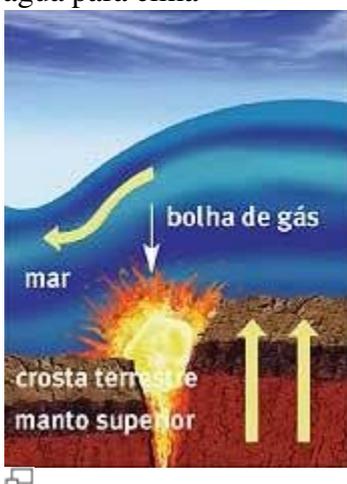
Uma maior profundidade na encosta joga as ondas para cima, amplificando a sua potência



Erupções vulcânicas injetam toneladas de lava no chão oceânico, gerando ondas devastadoras



Terremotos submarinos deslocam a crosta oceânica, empurrando a massa de água para cima



Uma bolha de gás surge no fundo do oceano, com o mesmo efeito de uma explosão descomunal

Embora os tsunamis ocorram mais frequentemente no [Oceano Pacífico](#), podem ocorrer em qualquer lugar. Existem muitas descrições antigas de ondas repentinas e catastróficas, particularmente em torno no [Mar Mediterrâneo](#). Os milhares de portugueses que sobreviveram ao grande [terremoto de Lisboa de 1755](#) foram mortos por um tsunami que se seguiu poucos minutos depois. Antes da grande onda atingir, as águas do porto retrocederam, revelando carregamentos perdidos e naufrágios abandonados. No Atlântico Norte, o [Storegga Slide](#) tem a maior incidência.

[\[editar\]](#) Santorini

Estima-se que terá sido entre [1650](#) e [1600 a.C.](#) que ocorreu uma violenta erupção vulcânica na ilha grega de [Santorini](#). Este fenómeno devastador levou à formação de um tsunami cuja altura máxima terá oscilado entre os 100 e os 150 metros. Como resultado deste tsunami, a costa norte da ilha de [Creta](#) foi devastada até 70km da mesma. Esta onda terá certamente eliminado a grande maioria da população [minóica](#) que habitava ao longo da zona norte da ilha.

[[editar](#)] A explosão do Krakatoa

A ilha-[vulcão](#) de [Krakatoa](#), na [Indonésia](#), explodiu com fúria devastadora em [1883](#). Várias ondas tsunami geraram-se a partir da explosão, algumas atingindo os 40 metros acima do [nível do mar](#). Foram observadas ao longo do [Oceano Índico](#) e [Pacífico](#), na costa ocidental dos [Estados Unidos](#), [América do Sul](#), e mesmo perto do [Canal da Mancha](#). Nas costas das ilhas de [Java](#) e [Sumatra](#), a inundação entrou vários quilômetros adentro, causando inúmeras vítimas, o que influenciou a desistência da população em reabitar a costa, e subsequente êxodo para a [selva](#). Actualmente, esta zona é designada por [reserva natural Ujung Kulon](#). O vulcão se desintegrou totalmente por volta de [1971](#), e no mesmo local do [Krakatoa](#) surgiu o [Anaki Krakatoa](#), que cresce 5 metros por ano, hoje alcançando 800 metros de altura e frequentemente esta ativo. Suas ondas destruíram toda a vila que havia ali perto bem como o farol que orientava os navegantes, restando apenas sua base e a 50 metros dali, um novo farol foi construído.

[[editar](#)] 22 de Maio de 1960: o tsunami chileno

O grande terremoto do Chile, o mais intenso [terremoto](#) já registrado, ocorreu na costa sul-central do [Chile](#), gerando um dos mais destrutivos *tsunamis* do [século XX](#).

[[editar](#)] 12 de Julho de 1993: Hokkaido

Um devastador tsunami ocorreu na costa da ilha de [Hokkaido](#), no [Japão](#) em [12 de Julho](#) de [1993](#), como resultado de um [terremoto](#), resultando na morte de 202 pessoas na ilha de [Okushiri](#) e no desaparecimento de muitas mais.

Muitas cidades ao redor do [oceano Pacífico](#), principalmente no Japão e [Hawaii](#), possuem sistemas de alerta e evacuação em caso da ocorrência de tsunamis. Os tsunamis de origem [vulcânica](#) ou [tectónica](#) podem ser previstos pelos institutos [sismológicos](#) e o seu avanço pode ser monitorizado por [satélites](#).

Nota do Orientador: