



Instituto de Física "Gleb Wataghin" – UNICAMP  
F 609 – Tópicos de Ensino de Física I  
Segundo semestre de 2007

# Relatório Final

## Duplo Chafariz



Aluna: Layla Cristina Volpone Urvanegia RA: 024262

layla\_cris@yahoo.com.br

Orientador: Prof. Dr. Mário Noboru Tamashiro mtamash@ifi.unicamp.br

Coordenador: Prof. Dr. José Joaquín Lunazzi lunazzi@ifi.unicamp.br

Novembro de 2007

## 1) Cópia do projeto:

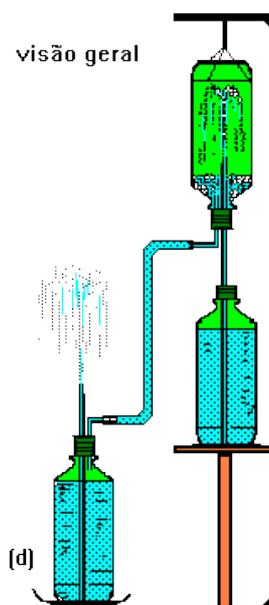
### Descrição:

O Duplo Chafariz [1] é um aparato que, por diferenças de pressões entre o exterior e o interior das garrafas, causa um fluxo do líquido de uma garrafa para outra, fazendo com que ocorram dois chafarizes simultâneos.

O chafariz superior aparece quando o líquido da garrafa de cima, de vidro (rígida), começa a escoar pelo tubo plástico até a garrafa inferior, plástica. Esse escoamento diminui a pressão no interior da garrafa de cima. Como a garrafa do meio, plástica e cheia de líquido, está aberta para a atmosfera, a diferença de pressão entre as extremidades do tubo que conecta o gargalo da garrafa superior com o gargalo da garrafa do meio propulsiona o líquido para cima, o qual sai na forma de um jato. O líquido em excesso da garrafa superior é transferido para a garrafa mais baixa pelo tubo plástico, a pressão do líquido nessa garrafa aumenta em todos os pontos, o que força o líquido a sair pelo tubo em um jato.

Como um incremento ao projeto tentará se realizar a montagem do Duplo Chafariz substituindo a garrafa de vidro por uma garrafa plástica, com um dinamômetro comercial fixado entre suas paredes internas. Com essa substituição pretende-se verificar qualitativamente e quantitativamente a deformação na garrafa devido à diferença de pressão entre seu interior e exterior. No entanto, a substituição da garrafa de vidro (rígida) pela plástica (flexível) pode causar o não funcionamento do Duplo Chafariz e com isso impossibilitar as verificações acima citadas. Logo, será também verificado se e por quê o Duplo Chafariz funciona somente com a garrafa superior de vidro ou com ambas.

Esquema da montagem:



**Importância didática do trabalho:**

O trabalho a ser realizado tem como objetivo demonstrar experimentalmente a ação da pressão atmosférica [2], a Lei de Pascal [2] e o efeito da diferença de pressão atmosférica e pressão abaixo da atmosférica sobre um corpo e sobre um líquido [2].

**Originalidade:**

O Duplo Chafariz é um trabalho que já foi realizado, em escolas no estrangeiro e no Brasil. Como citado no item Referências, a idéia de realizá-lo novamente surgiu de uma visita ao site da Feira de Ciências [1]. No entanto, sua realização ao longo da disciplina será feita com incrementações, especificadas no item descrição.

**Lista de Materiais:**

Para a realização do trabalho serão necessários os seguintes materiais:

- 5 garrafas PET;
- 1 garrafa de vidro;
- 4 rolhas;
- 4 tubos cilíndricos finos rígidos;
- 2 tubos cilíndricos finos maleáveis, de plástico;
- dinamômetro comercial;
- suportes para as garrafas;
- duas bacias.

**Concordância do orientador:**

Meu orientador, o Prof. Mário Noboru Tamashiro, concorda com os termos estabelecidos para o projeto e declara que poderá dispor de todos os elementos necessários. Como o experimento já foi realizado anteriormente [1], não há qualquer sigilo envolvido.

**Referências:**

[1] [http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07\\_36.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07_36.asp)

[2] Halliday, D., Resnick, R. e Merrill, J.; **Fundamentos de Física vol. 2 – Gravitação, ondas e termodinâmica**, 6ª edição. Editora LTC.

**Anexos:**

[http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07\\_36.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07_36.asp)

# Duplo chafariz

Prof. Luiz Ferraz Netto  
[leobarretos@uol.com.br](mailto:leobarretos@uol.com.br)

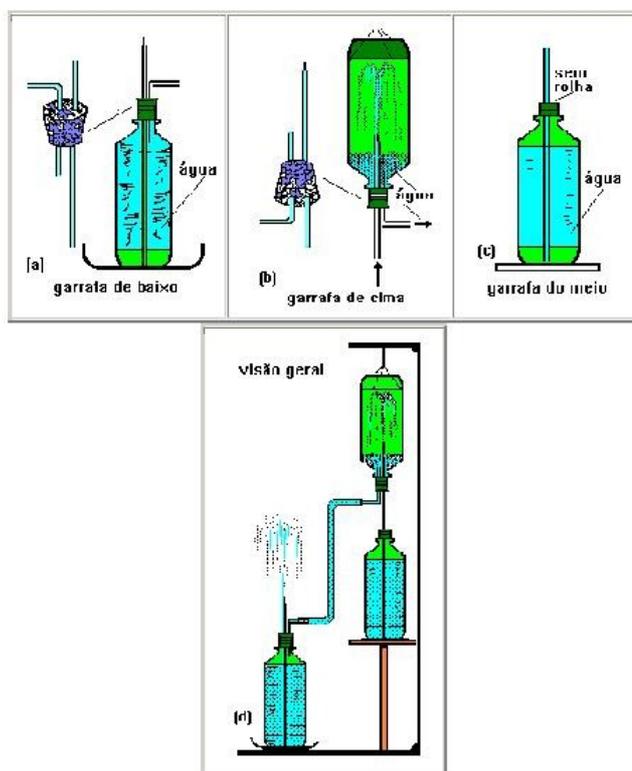
## Apresentação

As garrafas vazias PET de 2 litros são excelentes para uso em experimentos científicos. Pretendemos colocar nesse site pelo menos 50 experimentos que as utilizem. Se você quiser colaborar, enviando sua sugestão, desde já agradecemos e nos prontificamos a publica-la com seus devidos direitos. Esse experimento do **duplo chafariz** funciona devido a dois fatores; um, é a energia que você disponibiliza colocando a garrafa do meio sobre o suporte elevado (está fornecendo energia potencial ao sistema) e outro, a pressão atmosférica.

## Material

Suportes, duas garrafas PET de 2 litros, 1 garrafa de vidro, 2 rolhas com dois furos, tubos de vidro ou plástico e tubo afunilado (tipo conta-gotas).

## Montagem



**Nota:** Os dois tubos de vidro, por onde a água jorra, devem ter suas extremidades afuniladas (tipo conta-gotas). Observe que a garrafa do meio não tem rolha, fica aberta para a atmosfera.

O sistema inicia seu funcionamento assim que for colocado um pouco de água dentro da garrafa de cima, até ao nível do tubo afunilado. Um processo para fazer isso é, temporariamente, retirar o tubo de borracha preso na garrafa de baixo, enchê-lo com água e levantar esse tubo acima da garrafa de cima. As garrafas, do meio e a de baixo, devem estar inicialmente cheias de água.

### **Funcionamento**

Inicialmente a pressão do ar na garrafa de cima é a própria pressão atmosférica. Ao sair a água adicional da garrafa de cima, o volume útil aumenta e com isso a pressão diminui. Na garrafa do meio, que está aberta para a atmosfera, reina pressão atmosférica. Essa diferença de pressão entre as duas extremidades do tubo afunilado incumbe-se de levar a água para cima, a qual sai em jato pelo bico do tubo. Como a água em excesso em cima está se transferindo para a garrafa de baixo, o volume útil dessa garrafa diminui, a pressão da água aumenta em todos os pontos (lei de Pascal) e a água é forçada a sair pelo tubo em jato. Temos então, dois chafarizes, um dentro da garrafa de cima (onde reina pressão abaixo da atmosférica) e outro no ar (pois a pressão da água na garrafa inferior é maior que a atmosférica). Um modo interessante de se mostrar, em separado, apenas a lei de Pascal é o seguinte: retire a extremidade do tubo de borracha lá da garrafa superior e, assopre nesse tubo. Com isso, produz-se um aumento de pressão no ar da garrafa inferior. Pela lei de Pascal, esse acréscimo de pressão se transmitirá igualmente para todas as regiões da garrafa (inclusive na base do tubo de vidro que chega ao fundo dessa garrafa) ocasionando a expulsão da água pelo tubo afunilado. Quanto maior o acréscimo de pressão, mais alto será o jato de água.

Por que será que a garrafa de cima deve ser de vidro e não de plástico?

## **2) Dificuldades encontradas:**

Apesar de tubos cilíndricos serem de fácil acesso e de baixo custo, a primeira dificuldade encontrada foi a aquisição de 4 tubos cilíndricos apropriados para as experiências, ou seja, que fossem finos, rígidos e afunilados. Pensou-se na possibilidade de tubos plásticos ou de vidro, no entanto, além de serem encontrados somente em casas comerciais especializadas em artigos para laboratório, não foram encontrados tubos com a altura necessária e os mais curtos encontrados já eram bastante frágeis. Logo, quanto maior a altura do tubo, mais frágil e fácil de quebrar ele será.

A solução encontrada foi utilizar tubos de cobre de 5 mm de diâmetro externo e 3 mm de diâmetro interno, que são facilmente encontrados em casas comerciais de artigos metálicos, de materiais para construção e afins. A dificuldade seguinte foi afunilar umas das extremidades dos tubos de cobre, pois eles não possuem uma de suas extremidades afuniladas. Isso foi feito martelando-se cuidadosamente a extremidade que se desejava afunilar, até que fosse perceptível uma diminuição na área da secção transversal do tubo.

Os dois chafarizes estão funcionando, no entanto, o chafariz do nível três pulsa um pouco, o líquido não é espirrado de forma totalmente regular. Para tentar consertar o jato deste chafariz, o tubo já foi trocado e afunilado novamente, mas a pulsação continuava. Essa irregularidade do jato de água dificultará a coleta de dados referente à altura máxima atingida pelo chafariz, mas se tentará fazê-la da mesma forma.

No projeto foi proposta a introdução de um dinamômetro no interior da garrafa plástica (PET) que na segunda montagem substitui a garrafa de vidro do nível 3. Duas dificuldades foram encontradas em relação à introdução do dinamômetro. Primeiramente, não foi encontrado um dinamômetro de largura ou espessura menor do que a circunferência do gargalo da garrafa PET utilizada, de 2 litros de capacidade. Para resolver esse problema foi feito, com o auxílio de um estilete, uma abertura vertical de 20 cm na parede da garrafa. Por essa abertura o dinamômetro foi introduzido e, utilizando cola super bonder, fixado na parede interna da garrafa. A abertura foi vedada com massa plástica e fita isolante. Após todo esse manuseio, o plástico da garrafa já se encontrava enrugado, com algumas pequenas imperfeições em sua superfície. A segunda dificuldade encontrada foi obter medidas com o dinamômetro. A garrafa plástica realmente se deforma, como previsto. No entanto, a deformação não ocorria nas partes da superfície plástica onde o dinamômetro estava fixado. As superfícies defronte e posterior ao dinamômetro envergavam para o interior da garrafa, mas as superfícies em que o dinamômetro foi fixado não se movimentaram, impedindo a coleta de dados desejada.

### **3) Descrição do trabalho em três níveis:**

- **Resumo (Nível básico - público em geral):**

O trabalho desenvolvido neste projeto consiste na construção de um Duplo Chafariz, cuja montagem utiliza materiais de fácil acesso e de baixo custo, o que viabiliza sua utilização como complemento em aulas de Princípios e Leis da Hidrodinâmica ou Hidrostática. Neste experimento, recipientes com líquido em seu interior foram conectados e dispostos em alturas diferentes. Como a montagem é submetida à pressão atmosférica, verifica-se diferença das pressões internas nos recipientes. A diferença entre as pressões internas dos recipientes e a atmosférica é responsável pela produção de um Duplo Chafariz, o qual opera sem a utilização de energia elétrica ou qualquer tipo de entrada de energia, exceto pela variação da energia potencial do campo gravitacional terrestre.

- **Descrição e Montagem (Nível de segundo grau):**

O Duplo Chafariz opera por diferenças de pressões entre o exterior e o interior das garrafas que o compõem e por diferenças de energia potencial

gravitacional entre o líquido no interior de cada garrafa, causando um fluxo contínuo de líquido de uma garrafa para outra.

O líquido no interior da garrafa de vidro, nível 3, tem energia potencial gravitacional maior do que na garrafa do nível 1. Essa energia potencial transforma-se em energia cinética, fato que se verifica durante o escoamento do líquido do interior da terceira garrafa, através da mangueira, para a garrafa do nível 1.

O líquido escoado ocupa um volume na primeira garrafa, comprimindo o ar lá existente, o que implica num aumento da pressão do ar interno. Esse aumento de pressão é transmitido a todos os pontos do líquido, que sai pelo tubo afunilado, aberto para a atmosfera, em um jato.

O escoamento do líquido da terceira garrafa para a primeira diminui a pressão no interior da terceira garrafa. Como a garrafa do nível 2, plástica e cheia de líquido, está aberta para a atmosfera, a diferença de pressão entre a extremidade do tubo no interior da terceira garrafa e a extremidade do tubo no interior da segunda garrafa propulsiona o líquido para cima, o qual sai em jato.

Tentou-se realizar a montagem do Duplo Chafariz com uma garrafa plástica substituindo a garrafa de vidro com um dinamômetro fixado em sua parede interna. Com a garrafa plástica no nível 3 verificou-se que, além do chafariz deste nível não funcionar, as paredes internas da garrafa entortavam para seu interior. Estes dois fenômenos ocorrem, pois quando o líquido da terceira garrafa é transferido para a primeira garrafa através da mangueira, a pressão no interior da terceira garrafa, antes igual à pressão atmosférica, diminui conforme a água escoar pela mangueira.

Ao fixar o dinamômetro pretendia-se verificar quantitativamente a deformação na garrafa devido à diferença de pressão entre seu interior e exterior. No entanto, a fixação do dinamômetro na parede interna da garrafa impediu sua deformação nos locais onde foram fixadas suas laterais, impossibilitando a obtenção de dados quantitativos.

A montagem para a execução do Duplo Chafariz consiste em três níveis:

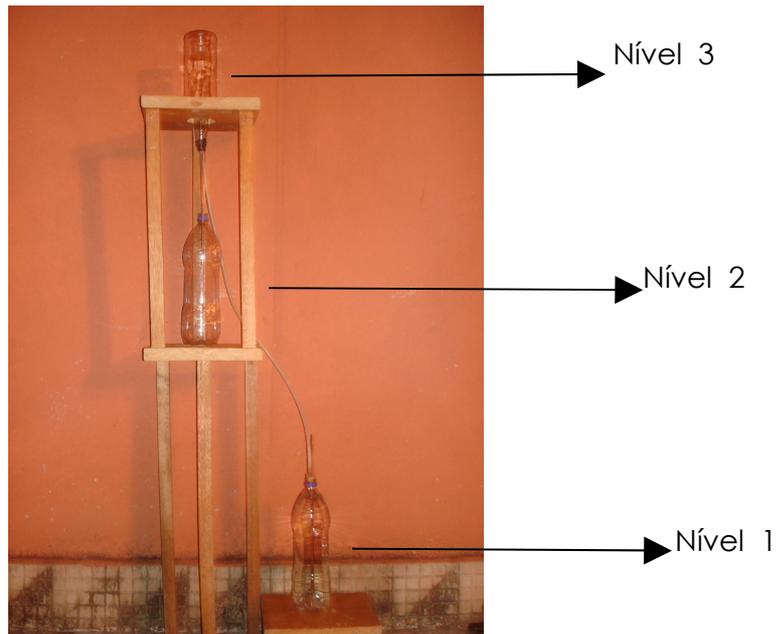


Figura 1: Duplo Chafariz com garrafa do 3º nível de vidro.

Primeira montagem: garrafa do terceiro nível é de vidro (Figura 1).

- 1º nível: a primeira garrafa PET, cheia de líquido, é tampada com uma rolha, a qual possui dois furos pequenos, um para o tubo rígido afunilado e outro para a mangueira plástica.

- 2º nível: a segunda garrafa PET, também cheia de líquido, não é tampada, fica aberta para a atmosfera.

- 3º nível: a terceira garrafa, de vidro, é colocada invertida, com seu gargalo acima do gargalo da segunda garrafa. Assim como a primeira garrafa, ela é tampada com uma rolha que possui dois furos pequenos, um para a mangueira plástica, que é conectada à primeira garrafa, e outro para o tubo rígido afunilado, que a conecta à segunda garrafa. O líquido em seu interior deve chegar somente até o nível do tubo afunilado.

Segunda montagem: garrafa do terceiro nível é de plástico (Figura 2).

A segunda montagem difere-se da primeira somente pelo fato da garrafa do terceiro nível ser de plástico, PET, e não mais de vidro.



Figura 2 – Duplo Chafariz com a terceira garrafa plástica.

Como a pressão no interior da garrafa plástica, após o início do funcionamento do Duplo Chafariz, é menor que a atmosférica, a garrafa irá sofrer uma deformação, ilustrando a grande diferença de pressão entre seu interior e a atmosférica (Figura 3).



Figura 3 – Deformação sofrida pela garrafa plástica logo após o início do funcionamento do Duplo Chafariz.

### **Princípio de Funcionamento do Duplo Chafariz:**

1. O sistema de funcionamento do Duplo Chafariz é ativado ao colocar-se uma quantidade de líquido suficiente para atingir o nível do tubo afunilado na terceira garrafa (nível 3). Para fazer isso, desconecta-se temporariamente a mangueira plástica da garrafa do nível 1, enche-a de líquido e eleva-se a uma

altura acima da garrafa do nível 3 (Figura 4). A quantidade de líquido adicionado na terceira garrafa regula a quantidade de tempo que o Duplo Chafariz fica funcionando e também a altura máxima que ambos chafarizes podem atingir.

Inicialmente a pressão do ar no interior da terceira garrafa (nível 3) é a própria pressão atmosférica. Ao escoar o líquido adicional da terceira garrafa para a primeira garrafa (nível 1) através da mangueira, o volume ocupado pelo ar no interior da terceira garrafa aumenta e com isso a pressão no interior da mesma diminui.

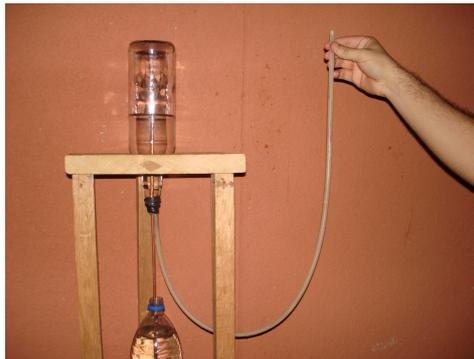


Figura 4: Líquido é adicionado à terceira garrafa - nível 3 - através da mangueira plástica.

2. A segunda garrafa (nível 2), que está aberta para a atmosfera (Figura 5), está sob ação da pressão atmosférica. A diferença de pressão entre as duas extremidades do tubo afunilado que conecta a segunda garrafa com a terceira, isto é, pressão menor que a atmosférica na extremidade do tubo no interior da terceira garrafa e pressão maior que a atmosférica ( $p_{atm} + p_{liq}$ ) na extremidade do tubo no interior da segunda garrafa, incumbe-se de levar o líquido para cima, o qual sai em jato pelo bico do tubo, na garrafa do nível 3.



Figura 5: Segunda garrafa - nível 2 - aberta para atmosfera.

3. O líquido em excesso na terceira garrafa transfere-se para a primeira garrafa através da mangueira plástica. Dessa forma, o volume útil da primeira garrafa diminui e, conseqüentemente, a pressão aumenta sobre todos os

pontos do líquido (Lei de Pascal) e o líquido é forçado a sair pelo tubo afunilado em jato (Figura 6).



Figura 6: Chafariz formado na primeira garrafa – nível 1.

4. Há então a formação de dois chafarizes, um no interior da terceira garrafa, onde a pressão é abaixo da atmosférica, e outro no ar, originado na primeira garrafa, onde a pressão do líquido em seu interior é maior que a atmosférica.

O Duplo Chafariz funciona até que a altura do líquido presente na segunda garrafa não atinja mais o início do tubo afunilado em seu interior. Para um novo funcionamento do Duplo Chafariz deve-se novamente encher a garrafa do nível 2 completamente e a do nível 3 até o nível do tubo afunilado, procedimento descrito no item 1 do Princípio de Funcionamento do Duplo Chafariz.

- **Apêndices, anexos (Nível de graduação da física):**

O Duplo Chafariz opera devido à diferença entre a pressão interna dos recipientes e a atmosférica. Sua montagem é a seguinte:

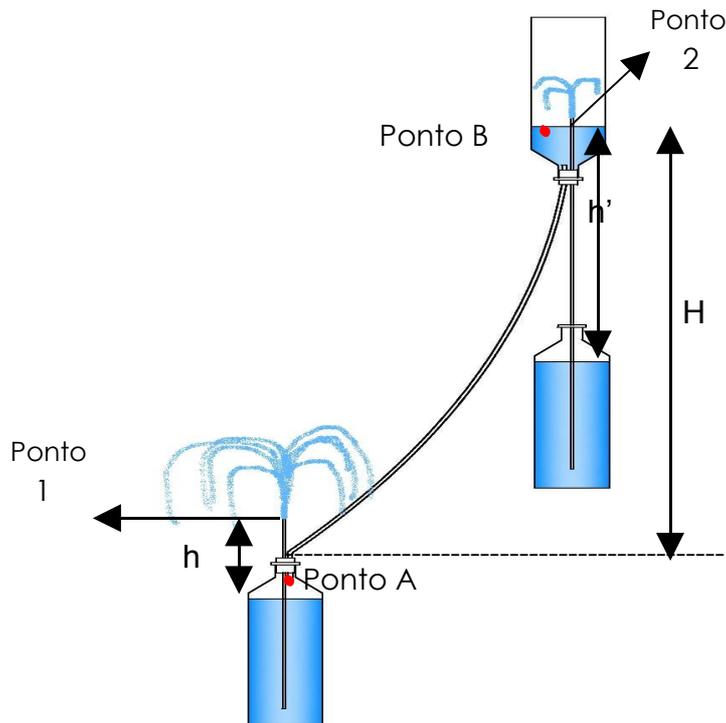


Figura 7 – Esquema de montagem do Duplo Chafariz.

Na figura 7, a altura  $h$  é medida da extremidade do tubo afunilado até o nível do líquido no interior da garrafa 1. A altura  $h'$  é medida do nível de líquido da terceira garrafa ao nível de líquido da segunda. Finalmente, a altura  $H$  é medida do nível de líquido da terceira garrafa até a extremidade da mangueira conectada à garrafa 1. Os pontos 1 e 2 correspondem às extremidades afuniladas dos tubos de cobre das garrafas 1 e 3, respectivamente.

Imediatamente antes de conectar a mangueira à primeira garrafa, a pressão do ar no interior da terceira garrafa é igual à pressão atmosférica ( $p_{atm}$ ). Conforme o líquido da terceira garrafa escoar através da mangueira para a primeira garrafa, a pressão no interior da terceira garrafa diminui, tornando-se menor que a atmosférica. A diferença de pressão entre a extremidade do tubo no interior da terceira garrafa com a do interior da segunda garrafa é responsável por impulsionar o líquido para cima formando um chafariz na terceira garrafa.

À medida que um volume de líquido da terceira garrafa, após escoar pela mangueira, é adicionado à primeira garrafa, a pressão aplicada ao líquido em seu interior, é transmitida, sem variação, a todas as partes do líquido, bem como às paredes do recipiente e à extremidade do tubo em seu interior [5,7].

Com o chafariz funcionando, aplicando a equação de Bernoulli às garrafas 3 e 2:

$$p' + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h' = p_{atm} \quad (1)$$

onde  $p'$  é a pressão do ar no interior da garrafa de vidro, e  $v_2$  é a velocidade de vazão do segundo chafariz – no interior da garrafa de vidro.

Quanto à primeira garrafa:

$$p_{atm} + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h = p \quad (2)$$

onde  $p$  é a pressão do ar no interior da garrafa após o início do funcionamento do Duplo Chafariz.

Ao impedir a vazão do líquido pelo primeiro chafariz, a pressão no interior da primeira garrafa altera-se para:

$$p \frac{V}{\tilde{V}} = \tilde{p} = \rho \cdot g \cdot H + p' \quad (3)$$

onde  $V$  é o volume de ar no interior da garrafa 1 antes do funcionamento do chafariz,  $\tilde{V}$  é o volume de ar no interior da garrafa 1 após o início do funcionamento do chafariz e  $\tilde{p}$  é a pressão exercida sobre o líquido por esse novo volume.

Após o início do funcionamento do Duplo Chafariz, os níveis nas garrafas 1 e 3 permanecem constantes, é então razoável supor que vale a equação da continuidade  $A \cdot v = \text{constante}$ . Como as áreas de ambos os tubos são aproximadamente iguais,  $v_1 = v_2$ .

Substituindo a primeira e a terceira equação na segunda,

$$v_1 = \sqrt{2 \frac{g \left\{ \frac{\tilde{V}}{V} (H - h') - h \right\} + \left( \frac{\tilde{V}}{V} - 1 \right) \frac{p_{atm}}{\rho}}{\left( \frac{\tilde{V}}{V} + 1 \right)}} \quad (4)$$

Logo após a interrupção do primeiro chafariz, o fluxo de líquido que escoava da terceira garrafa para a primeira não é imediatamente interrompido e o segundo chafariz continua funcionando por alguns segundos, mesmo após não

entrar mais líquido na primeira garrafa. Se considerarmos então essa nova pressão no interior da terceira garrafa, temos, nesse caso:

$$\rho \cdot g \cdot h' + \tilde{p}' = p_{atm} \quad (5)$$

onde  $\tilde{p}'$  é a pressão no interior da garrafa de vidro quando o fluxo de líquido pelo 2º chafariz é completamente interrompido e  $h'$  agora pode ser interpretado de duas formas diferentes, nível do líquido na terceira garrafa quando a vazão da terceira para a primeira garrafa é interrompida, ou nível do líquido na terceira garrafa quando o fluxo do 2º chafariz cessa completamente.

Para essa última situação, temos:

$$p \frac{V}{\tilde{V}} = \tilde{p} = \rho \cdot g \cdot H + \tilde{p}' \quad (6)$$

Substituindo a equação (6) em (5) e depois em (3), obtém-se:

$$v_1 = \sqrt{2 \left\{ \left( \frac{\tilde{V}}{V} - 1 \right) \frac{p_{atm}}{\rho} + g \left[ \frac{\tilde{V}}{V} (H - h') - h \right] \right\}} \quad (7)$$

A equação (4) pode ser válida se as medidas de  $H$  e  $h'$  forem tomadas no momento em que deixa de entrar água na garrafa 1, pois nesse caso ainda se pode considerar que a pressão na garrafa 3 é  $p'$  e que  $v_3$  ainda é igual a  $v_1$ . A equação (7) pode ser usada ao assumir que a pressão no interior da 3ª garrafa, após a interrupção do primeiro chafariz -  $\tilde{p}$ , é diferente da pressão em seu interior depois de cessado o funcionamento do 2º chafariz -  $\tilde{p}'$ .

Na abordagem realizada acima, foi assumida a interrupção do fluxo de líquido pelos chafarizes, para dessa forma ser feita uma análise da velocidade de saída dos chafarizes a partir das diferentes pressões envolvidas em cada recipiente, suas diferenças e variações em cada caso. Na análise acima, foram consideradas várias situações, momento em que a vazão do chafariz 1 é interrompida, momento em que o fluxo de líquido que entra na garrafa 1 é interrompido e momento em que ambos chafarizes não funcionam, e as diferentes equações para a velocidade foram obtidas a partir da situação considerada.

Na abordagem realizada abaixo, a análise das pressões é realizada com o Duplo Chafariz funcionando todo o momento. Assim, com o chafariz

funcionando, as equações (1) e (2) continuam valendo, com  $v_1 = v_2$ . Aplicando-se a equação de Bernoulli aos pontos A e B da figura 7, considerando pela equação da continuidade que a velocidade  $v'$  de saída no ponto A é:

$$v' = v_1 \frac{A_{cano}}{A_{fio}} \quad (8)$$

onde  $A_{cano}$  é a área do tubo pelo qual o líquido esco da garrafa 3 para a 1, e  $A_{fio}$  é a área do tubo por onde jorra o chafariz 1. Então, a equação de Bernoulli fica:

$$p + \frac{\rho v'^2}{2} = p' + \rho \cdot g \cdot H \quad (9)$$

Substituindo as equações (1), (2) e (8) em (9), obtém-se:

$$p_{atm} + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h = p_{atm} - \frac{\rho v_1^2}{2} - \rho \cdot g \cdot h' + \rho gH - \frac{\rho}{2} \left( v_1 \frac{A_{cano}}{A_{fio}} \right)^2 \quad (10)$$

Simplificando:

$$v_1 = \sqrt{\frac{g(H - h' - h)}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{A_{cano}}{A_{fio}} \right)^2}} \quad (11)$$

#### 4) Resultados

Como a montagem do Duplo Chafariz contém três recipientes com líquido em seu interior, variou-se a quantidade de líquido no interior de cada um deles, a fim de verificar o tempo de funcionamento do Duplo Chafariz e as alturas máximas atingidas pelos mesmos.



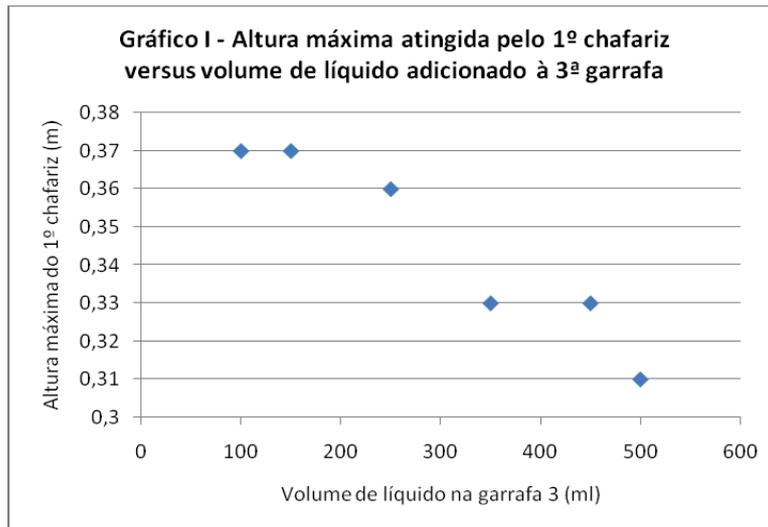
Figura 8 – Obtenção das medidas da altura do chafariz.

A tabela I é referente aos dados experimentais obtidos ao variar a quantidade de líquido no interior da terceira garrafa. A segunda e primeira garrafas foram preenchidas com 1750 ml, e o volume da 3ª foi variado de 500 ml a 100 ml.

Tabela I – Altura dos chafarizes e tempo de funcionamento da montagem variando-se o volume de líquido adicionado à terceira garrafa.

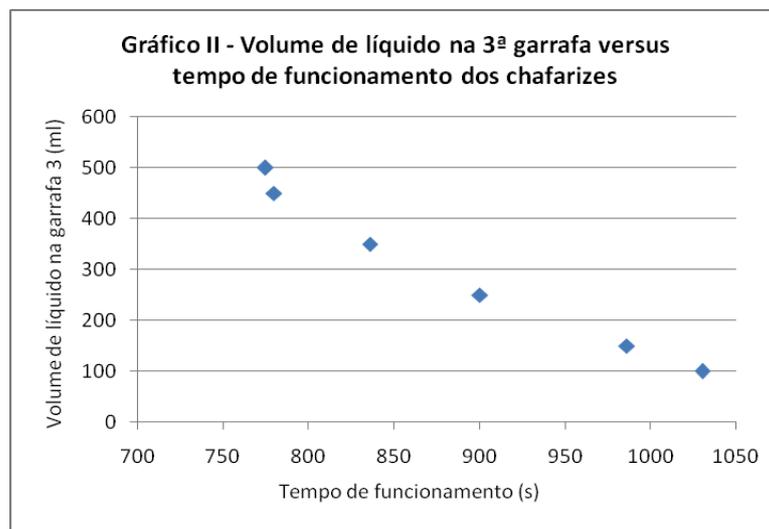
| <b>Volume garrafa 3 (ml)</b> | <b>Altura máxima 1º chafariz <math>\pm 0,005</math> (m)</b> | <b>Altura máxima 2º chafariz <math>\pm 0,005</math> (m)</b> | <b>Tempo de funcionamento (s)</b> |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 500                          | 0,31                                                        | 0,02                                                        | 775                               |
| 450                          | 0,33                                                        | 0,02                                                        | 780                               |
| 350                          | 0,33                                                        | 0,02                                                        | 836                               |
| 250                          | 0,36                                                        | 0,03                                                        | 900                               |
| 150                          | 0,37                                                        | 0,03                                                        | 986                               |
| 100                          | 0,37                                                        | 0,03                                                        | 1030                              |

Variando-se a quantidade de líquido no interior da terceira garrafa, o Duplo Chafariz variou seu tempo de funcionamento de cerca de 12 a 17 minutos. A altura máxima do primeiro chafariz (garrafa 1) alterou significativamente com a variação da quantidade de líquido, no entanto, o segundo chafariz (garrafa 3) manteve sua altura quase constante.



Pelo gráfico I observa-se que, quanto menor é a quantidade de líquido adicionada à terceira garrafa, maior é a altura atingida pelo primeiro chafariz.

O gráfico II também foi construído a partir da tabela I, por ele verifica-se que, quanto menor é a quantidade de líquido adicionada à terceira garrafa, maior é o tempo de funcionamento dos chafarizes.



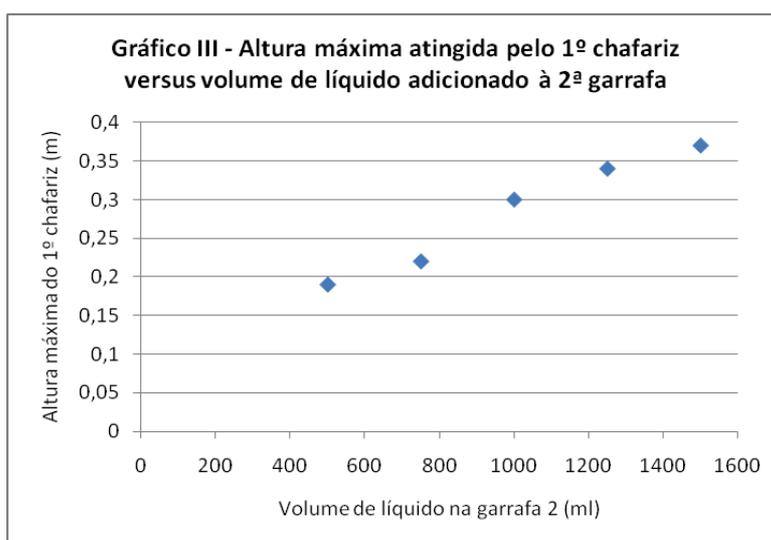
A tabela II foi construída com os dados obtidos ao se variar o volume de líquido adicionado à segunda garrafa, mantendo a primeira garrafa com 1750 ml e a terceira com 150 ml, quantidade na qual o chafariz atingiu maior altura, assim como com 100 ml, porém, com um tempo de funcionamento 44 segundos menor.

Tabela II – Altura dos chafarizes e tempo de funcionamento da montagem variando-se o volume de líquido adicionado à segunda garrafa.

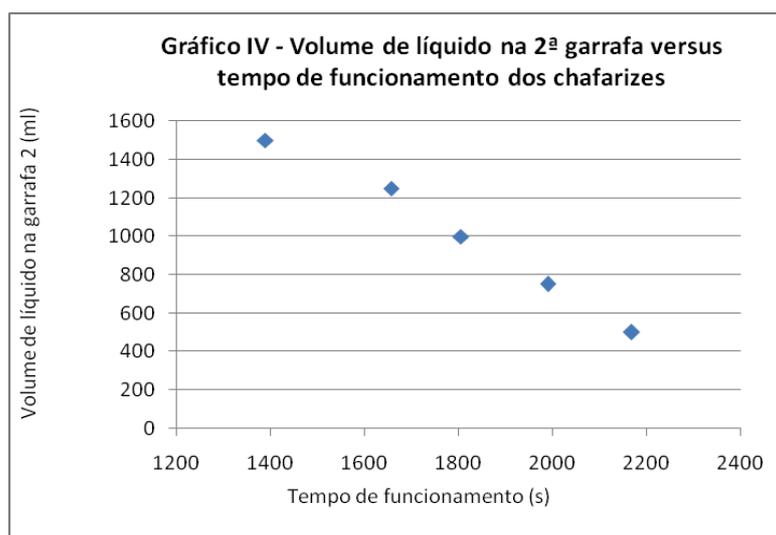
| Volume garrafa 2 (ml) | Altura máxima 1º chafariz ± 0,005 (m) | Altura máxima 2º chafariz ± 0,005 (m) | Tempo de funcionamento (s) |
|-----------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| 1500                  | 0,37                                  | 0,01                                  | 1389                       |
| 1250                  | 0,34                                  | 0,01                                  | 1657                       |
| 1000                  | 0,30                                  | 0,01                                  | 1805                       |
| 750                   | 0,22                                  | 0,01                                  | 1990                       |
| 500                   | 0,19                                  | 0,01                                  | 2168                       |

Como já dito anteriormente, o Duplo Chafariz pára seu funcionamento quando o volume de líquido na segunda garrafa não é suficiente para atingir o início do tubo de cobre. A tabela II mostra que, quanto menor a quantidade de líquido adicionada à segunda garrafa, maior é o tempo de funcionamento do Duplo Chafariz e menor é a altura máxima atingida pelo primeiro chafariz.

O gráfico III abaixo ilustra mais claramente a relação entre o volume adicionado à segunda garrafa e a altura atingida pelo primeiro chafariz.



Com um menor volume de líquido na garrafa 2, maior se torna a altura  $h'$ , e conseqüentemente, maior deve ser a diferença de pressão entre o interior da terceira garrafa e a atmosférica, para impulsionar o líquido para cima. No entanto, a diminuição da pressão do interior da terceira garrafa depende do escoamento do líquido pela mangueira para a garrafa 1, e como a área do orifício de escoamento e a velocidade de escoamento não são variadas nesse caso, o líquido da segunda garrafa é impulsionado à terceira com menor velocidade e, conseqüentemente, menor é a vazão de líquido para a primeira garrafa, uma vez que a terceira garrafa é alimentada pela segunda.



No gráfico IV é exposta a relação entre o volume do líquido adicionado à garrafa 2 e o tempo de funcionamento do chafariz. Como a pressão no interior da terceira garrafa diminui muito pouco, pois o escoamento do líquido para a primeira garrafa não é suficientemente grande, a diferença entre a pressão atmosférica e a do interior da garrafa 3 não é alta o suficiente para impulsionar com maior velocidade o líquido da segunda para a terceira garrafa, o que aumenta o tempo de funcionamento do Duplo Chafariz.

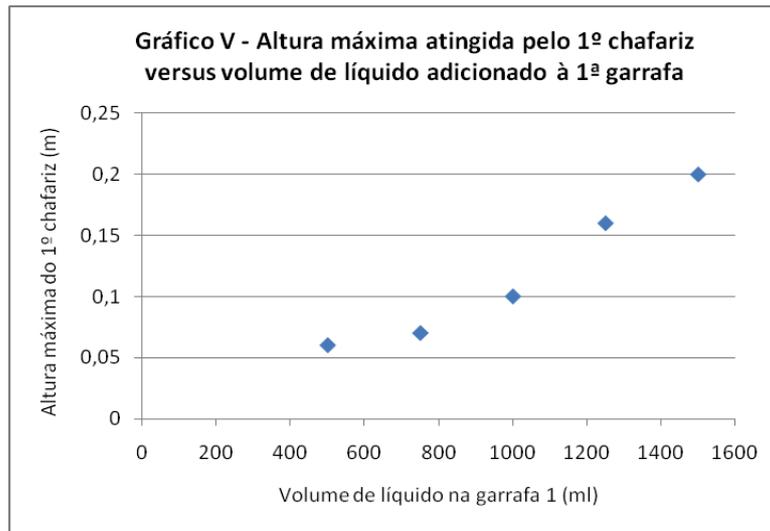
Uma terceira tabela foi construída com os dados obtidos variando-se o volume da primeira garrafa e mantendo o volume da segunda garrafa em 1750 ml e da terceira em 150 ml.

Tabela III – Altura dos chafarizes e tempo de funcionamento da montagem variando-se o volume de líquido adicionado à primeira garrafa.

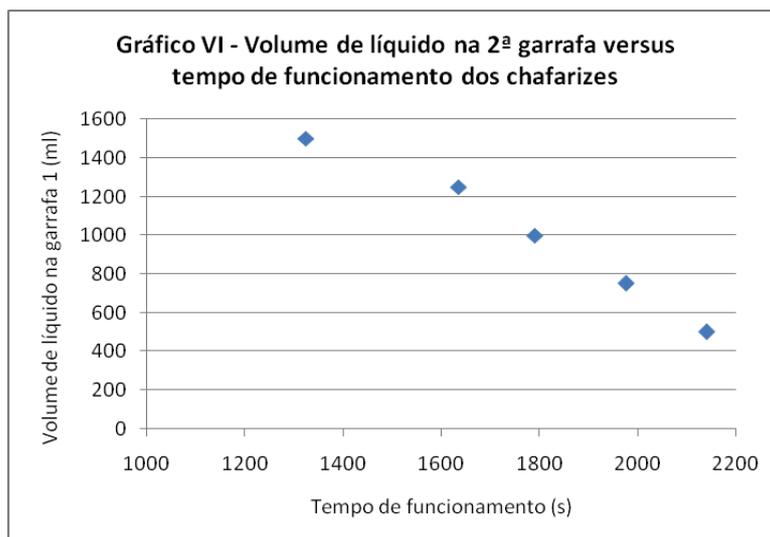
| <b>Volume garrafa 1 (ml)</b> | <b>Altura máxima 1º chafariz ± 0,005 (m)</b> | <b>Altura máxima 2º chafariz ± 0,005 (m)</b> | <b>Tempo de funcionamento (s)</b> |
|------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------------------|
| 1500                         | 0,20                                         | 0,01                                         | 1324                              |
| 1250                         | 0,16                                         | 0,01                                         | 1635                              |
| 1000                         | 0,10                                         | 0,01                                         | 1790                              |
| 750                          | 0,07                                         | 0,01                                         | 1976                              |
| 500                          | 0,06                                         | 0,01                                         | 2140                              |

Pela tabela III verifica-se que, quanto menor a quantidade de líquido adicionada à primeira garrafa, menor é a altura atingida pelo primeiro chafariz e maior é o tempo de funcionamento do Duplo Chafariz. A altura do segundo chafariz se mantém constante.

O gráfico V mostra a altura máxima atingida pelo chafariz em relação à quantidade de líquido adicionada à primeira garrafa.



O chafariz funciona devido à diferença da pressão do ar no interior da primeira garrafa e a atmosférica, logo, para impulsionar o líquido para fora, a pressão do ar no interior da garrafa 1 deve ser maior que a atmosférica. Quanto menos líquido é adicionado à primeira garrafa, maior é a altura  $h$  pela qual o líquido deverá subir e, conseqüentemente, maior deve ser a pressão no interior da garrafa para manter inalterada a altura máxima do chafariz. No entanto, isto não ocorre, pois a vazão do líquido da terceira para a primeira garrafa não se altera.



O gráfico acima ilustra a relação entre o volume adicionado à garrafa 1 e o tempo de funcionamento do Duplo Chafariz.

Para o cálculo da velocidade de saída do chafariz foi utilizada a fórmula

$$(11), \quad v_1 = \sqrt{\frac{g(H - h' - h)}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{A_{cano}}{A_{fio}} \right)^2}}, \text{ cuja dedução não faz uso de situações de}$$

interrupção de fluxo e que não depende da obtenção de medidas bastante suscetíveis a erros do experimentador. A equação acima envolve todas as grandezas de forma explícita.

Na tabela IV estão as medidas coletadas para cada altura ao se variar o volume de líquido nas garrafas.

Tabela IV – Medidas das alturas para cada variação de volume do líquido nas garrafas.

| <b>Volume garrafa 3 (ml)</b> | <b>Altura h' ± 0,005 (m)</b> | <b>Altura H ± 0,005 (m)</b> | <b>Altura h ± 0,005 (m)</b> |
|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 500                          | 0,430                        | 1,050                       | 0,220                       |
| 450                          | 0,420                        | 1,040                       | 0,220                       |
| 350                          | 0,405                        | 1,025                       | 0,220                       |
| 250                          | 0,380                        | 1,000                       | 0,220                       |
| 150                          | 0,370                        | 0,990                       | 0,220                       |
| 100                          | 0,360                        | 0,980                       | 0,220                       |
|                              |                              |                             |                             |
| <b>Volume garrafa 2 (ml)</b> | <b>Altura h' ± 0,005 (m)</b> | <b>Altura H ± 0,005 (m)</b> | <b>Altura h ± 0,005 (m)</b> |
| 1500                         | 0,420                        | 0,990                       | 0,220                       |
| 1250                         | 0,465                        | 0,990                       | 0,220                       |
| 1000                         | 0,515                        | 0,990                       | 0,220                       |
| 750                          | 0,565                        | 0,990                       | 0,220                       |
| 500                          | 0,620                        | 0,990                       | 0,220                       |
|                              |                              |                             |                             |
| <b>Volume garrafa 1 (ml)</b> | <b>Altura h' ± 0,005 (m)</b> | <b>Altura H ± 0,005 (m)</b> | <b>Altura h ± 0,005 (m)</b> |
| 1500                         | 0,370                        | 0,990                       | 0,270                       |
| 1250                         | 0,370                        | 0,990                       | 0,315                       |
| 1000                         | 0,370                        | 0,990                       | 0,365                       |
| 750                          | 0,370                        | 0,990                       | 0,415                       |
| 500                          | 0,370                        | 0,990                       | 0,470                       |

A área  $A_{cano}$  é igual a  $7,07 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$  e a área  $A_{fio}$  é igual a  $1,77 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ . A aceleração da gravidade - g - na latitude e altitude da região de Campinas é aproximadamente de  $9,76 \text{ m/s}^2$ .

Substituindo na equação (11) os valores de altura, área e aceleração acima relacionados, construiu-se uma quinta tabela com os valores da velocidade do chafariz para cada situação.

Tabela V – Velocidade de vazão do chafariz em relação ao volume de líquido adicionado em cada garrafa.

| Volume garrafa 3 (ml) | Velocidade (m/s) | Volume garrafa 2 (ml) | Velocidade (m/s) | Volume garrafa 1 (ml) | Velocidade (m/s) |
|-----------------------|------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|------------------|
| 500                   | 1,14             | 1500                  | 1,06             | 1500                  | 1,06             |
| 450                   | 1,14             | 1250                  | 0,98             | 1250                  | 1,00             |
| 350                   | 1,14             | 1000                  | 0,90             | 1000                  | 0,92             |
| 250                   | 1,14             | 750                   | 0,80             | 750                   | 0,82             |
| 150                   | 1,14             | 500                   | 0,69             | 500                   | 0,69             |
| 100                   | 1,14             | -----                 | -----            | -----                 | -----            |

Mesmo variando-se o volume de líquido da terceira garrafa, a velocidade de vazão do chafariz manteve-se a mesma, isso porque a relação de subtração entre as alturas  $H$ ,  $h'$  e  $h$  manteve-se constante e igual a 0,4 m. Nas situações em que foram variados os volumes da segunda e da primeira garrafa, essa relação já não é mais constante. Quanto maiores as alturas  $h$  e  $h'$ , ou seja, quanto menor a quantidade de líquido no interior da primeira e da segunda garrafa, menor a velocidade do chafariz.

## 5) Discussão:

Tanto o Duplo Chafariz como a Fonte Heron [6], experimento também realizado na área de Hidrodinâmica e Hidrostática, operam por diferenças de pressões internas entre os recipientes que os compõem e fazem uso da energia potencial gravitacional para iniciar seu funcionamento – escoamento do líquido do recipiente superior para o inferior, sem a necessidade de fontes de energia elétrica. No entanto, enquanto a Fonte de Heron funciona por diferenças de pressões entre o interior dos recipientes e a atmosférica, a montagem do Duplo Chafariz ocasiona um segundo chafariz pela diferença de pressão entre o interior de um dos recipientes e uma pressão abaixo da atmosférica.

O valor constante de 1,14 m/s encontrado para as velocidades quando variado o volume de líquido adicionado à terceira garrafa não é consistente com a conservação de energia do sistema, pois observa-se que as alturas máximas do chafariz variam conforme se varia a quantidade de líquido na garrafa 3. Uma vez conservado o valor da velocidade, a altura dos chafarizes deveria ser a mesma. No entanto, como o líquido utilizado no experimento, a

água, não é um fluido ideal (incompressível, irrotacional, não viscoso e em regime estacionário - simplificações que acabam eliminando a possibilidade de haver perdas de energia) e sim um fluido real, que como tal é compressível, turbulento, rotacional e viscoso, a perda de altura do chafariz pode ser atribuída a perdas de energia.

A obtenção da velocidade de saída do líquido pelo chafariz, através da verificação da variação da altura do nível de água da primeira garrafa pelo tempo, não foi viável, pois, além do nível de água da primeira garrafa não variar ao longo do funcionamento da montagem - somente o volume de água da segunda garrafa é que se altera, a velocidade dos chafarizes não está relacionada somente à variação da altura de uma coluna de líquido por um espaço de tempo, mas sim a uma combinação de diferenças de pressões e de energia potencial dos líquidos nos recipientes.

## **6) Conclusão:**

Para o Duplo Chafariz foram encontrados diferentes valores de velocidade de vazão ao se variar a quantidade de líquido adicionada a cada garrafa. A montagem que proporcionou a altura e a velocidade máximas foi a primeira e a segunda garrafa preenchidas com 1750 ml e a terceira com 150 ml ou 100 ml. Para essa montagem, o chafariz atingiu uma altura de 0,37 m e uma velocidade (estimada teoricamente) de 1,14 m/s.

A substituição da terceira garrafa de vidro por uma plástica fez com que o Duplo Chafariz não funcionasse. A deformação da garrafa plástica demonstra claramente a ação da pressão atmosférica.

O Duplo Chafariz é uma demonstração interessante da atuação das diferenças de pressões e das diferenças de energia potencial gravitacional entre os seus recipientes. Sua utilização em sala de aula pode ser feita em conjunto à aula teórica, não necessariamente realizando-se uma análise como a deste relatório, mas para uma ilustração do resultado da ação de diferentes pressões e energias em um sistema.

## **7) Declaração do orientador:**

Meu orientador, o Prof. Mário N. Tamashiro concorda com o expressado neste relatório final e emitiu as opiniões apresentadas abaixo.

a) *Declaração relativa ao relatório parcial:*

***“Relatório aprovado. A aluna já montou o arranjo experimental com sucesso parcial em relação ao proposto originalmente no projeto,***

***bastando efetuar as medidas, bem como proceder com a análise teórica dos dados a serem coletados”.***

b) *Declaração relativa ao relatório final:*

***“Relatório aprovado”.***

## **8) Pesquisa realizada:**

A pesquisa realizada foi, em sua maior parte, feita através da internet. Além de ser um meio de pesquisa objetivo e interativo, é de fácil acesso aos que não têm possibilidade de frequentar as bibliotecas da Unicamp.

As palavras chaves utilizadas para a pesquisa foram:

- ***Duplo Chafariz ou Double Fountain***: não foram encontrados sítios eletrônicos referentes a essa expressão. Os possíveis resultados desta pesquisa seriam utilizados para verificar, estudar e observar montagens do Duplo Chafariz realizadas anteriormente.

- ***Equação de Bernoulli***:

[1] [http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07\\_RHD.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07_RHD.asp)

[2] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/pber.html#beq>

Pela equação de Bernoulli será encontrada a velocidade com que o líquido escoar pelo chafariz, deduzida nos anexos e apêndices. Nos endereços acima relacionados encontra-se a dedução do Princípio de Bernoulli.

- ***Energia potencial de um fluido***:

[3] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/press.html#fpe>

[4] <http://www.helder.z8.com.br/online/hidrostatica/pressaohidro.htm>

- ***Princípio de Pascal***:

[5] <http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/hidrostatica/pressao.html>

Pelo Princípio de Pascal será analisado o funcionamento do chafariz do nível 1.

- ***Fonte de Heron***:

[6] [http://www.ifi.unicamp.br/%7Elunazzi/F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F809/F809\\_sem2\\_2006/JoseR-Cerdeira\\_F809\\_RF.pdf](http://www.ifi.unicamp.br/%7Elunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem2_2006/JoseR-Cerdeira_F809_RF.pdf)

Experimento realizado pelo aluno José Renato Linares Mardegan na disciplina F809 - Instrumentação para o Ensino (segundo semestre de 2006) do Instituto de Física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas.

**-Bibliografia adicional:**

[7] Halliday, D., Resnick, R. e Merrill, J.; **Fundamentos de Física vol. 2 – Gravitação, ondas e termodinâmica**, 6ª edição. Editora LTC.

**Anexos**

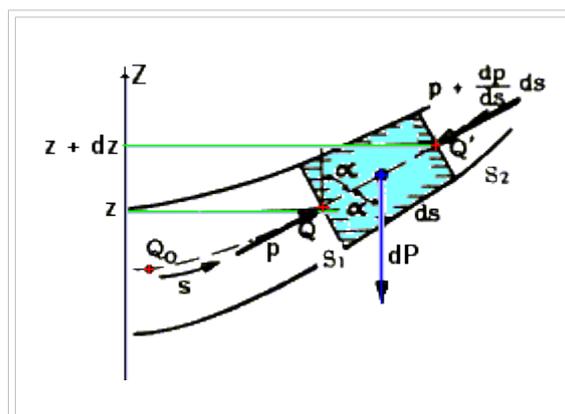
[1] [http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07\\_RHD.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala07/07_RHD.asp)

**Equação de Bernoulli**

A equação de Bernoulli é um corolário da lei de Newton. Nos líquidos sem atrito, uma força que age sobre uma superfície é sempre normal à dita superfície. Nos líquidos com atrito interno aparecem, durante o escoamento, tensões de cisalhamento, de modo que a força que age sobre uma superfície (considerada no seio da massa líquida) não lhe é mais perpendicular. A não-presença de tensões de cisalhamento pode ser utilizada como definição dos líquidos sem atrito.

Para deduzirmos a equação de Bernoulli, procederemos da maneira seguinte:

Dado um tubo de fluxo delgado (filete líquido), limitaremos entre duas secções transversais  $S_1$  e  $S_2$  um certo volume  $dV$  do líquido (ilustração abaixo). A posição (localização) desse volume será dada pelo espaço  $s$  sobre a trajetória, ao longo da linha de fluxo  $Q_0Q$  (pontilhada no desenho). A velocidade  $\mathbf{v}$  e a pressão em  $Q$  são funções da posição  $s$ :  $\mathbf{v} = \mathbf{v}(s)$ ,  $p = p(s)$ .



Suporemos, também que o líquido está num campo de gravidade uniforme  $\mathbf{g}$ . Então atuará sobre o líquido contido no volume  $dV$ , o peso  $dP$ . Introduziremos, por isso, ainda um eixo vertical de coordenadas  $z$ . Como já está dada a linha de fluxo, será também  $z$  função de  $s$ :  $z = z(s)$ .

Sobre o volume de líquido  $dV$ , entre as duas secções  $S_1$  e  $S_2$  e atuam, então, as seguintes forças:

- 1 — Aquela proveniente da pressão  $p_{(s)}$  no ponto Q; que indicaremos por  $p_{(s)}$ ;
- 2 — Aquela proveniente da pressão  $p_{(s+ds)}$  no ponto Q'; que indicaremos como:

$$p_{(s+ds)} = p_{(s)} + \frac{\partial p}{\partial s} ds$$

- 3 — O peso  $dP$ . Interessa-nos somente o componente de  $dP$  na direção da tangente. Ela vale:

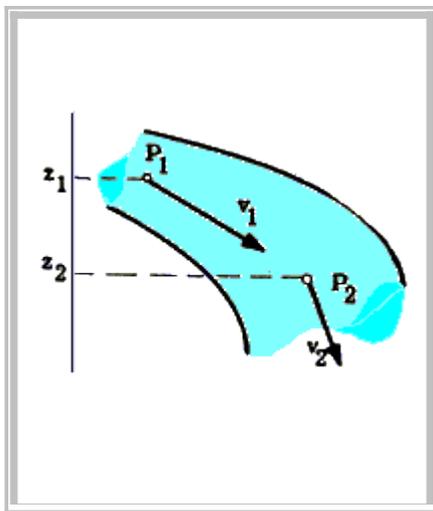
$$dP \cdot \cos \alpha = dP \frac{dz}{ds}$$

Valerá, então, para o componente da força total sobre  $dV$ , tomada na direção do movimento (tangente, portanto, à linha de fluxo Q<sub>o</sub> Q):

$$dm \frac{dv}{dt} = dF_s$$

que é a equação de Newton, aplicada ao volume líquido  $dV$ .

Designemos, ainda, por  $\rho$  a densidade absoluta do líquido e recordemos que:  $dV = S \cdot ds$ , de modo que a equação de Newton adquire, ao longo de uma linha de fluxo, o seguinte aspecto:



$$\rho \cdot S \cdot ds \frac{dv}{dt} = S \left[ p - \left( p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) \right] - \rho \cdot S \cdot ds \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\rho \cdot S \cdot ds \frac{dv}{dt} = -S \frac{\partial p}{\partial s} ds - \rho \cdot S \cdot g \cdot \frac{dz}{ds} ds$$

$$\rho \cdot ds \frac{dv}{dt} + dp + \rho \cdot g \cdot dz = 0 \quad \text{ou,} \quad \frac{\rho}{2} \cdot d(v^2) + dp + \rho \cdot g \cdot dz = 0$$

$$d \left( p + \frac{\rho}{2} v^2 + \rho \cdot g \cdot z \right) = 0 \quad \text{a qual, por integração, fornece:}$$

$$p + \frac{\rho}{2} v^2 + \rho g z = \text{const.} \quad (\text{ao longo de uma linha de fluxo})$$

Essa equação é conhecida como **equação de Bernoulli**.

A grandeza  $p$  é denominada **pressão estática**, a grandeza  $(\rho/2) \cdot v^2$  é a **pressão dinâmica** (ou cinética) e a grandeza  $\rho \cdot g \cdot z$  é a **pressão por gravidade**, (ou de posição).

Para escoamento horizontal,  $z = \text{const.}$  Então se reduz a equação de Bernoulli a:

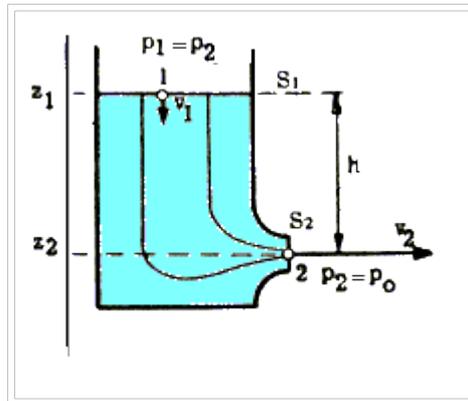
$$p + (\rho/2) \cdot v^2 = \text{const.} \quad \dots \text{ ao longo de uma linha de fluxo.}$$

## Aplicações da equação de Bernoulli

### Escoamento sob a influência da gravidade

Para o ponto 1 vale:  $z = z_1$ ;  $v = v_1$ ;  $p = p_1 = p_o =$  pressão barométrica.

Para o ponto 2 vale:  $z = z_2 = z_1 - h$ ;  $v = v_2$ ;  $p = p_2 = p_o =$  pressão barométrica.



Segundo a equação da continuidade será:  $v_1 / v_2 = S_2 / S_1$ .

Se, porém,  $S_1$  é muito maior que  $S_2$ , podemos considerar nula  $v_1$ , sendo então  $p_1$  igual a  $p_2$ . A equação de Bernoulli reduz-se agora a:  $(\rho/2) \cdot v_2^2 = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2)$

Decorre portanto, para a velocidade  $v_2$ :

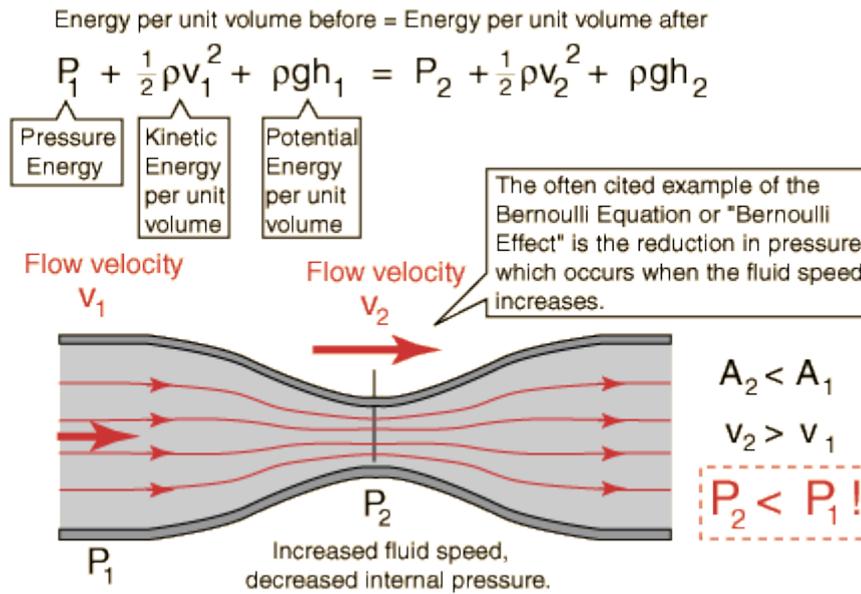
$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_2)} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

O líquido tem no escoamento a mesma velocidade que atingiria em queda livre da altura  $h$  (Princípio da Energia).

[2] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/pber.html#beq>

## Bernoulli Equation

The Bernoulli Equation can be considered to be a statement of the conservation of energy principle appropriate for flowing fluids. The qualitative behavior that is usually labeled with the term "Bernoulli effect" is the lowering of fluid pressure in regions where the flow velocity is increased. This lowering of pressure in a constriction of a flow path may seem counterintuitive, but seems less so when you consider pressure to be energy density. In the high velocity flow through the constriction, kinetic energy must increase at the expense of pressure energy.



[3] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/press.html#fpe>

## Static Fluid Pressure

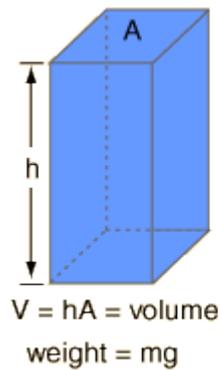
The pressure exerted by a static fluid depends only upon the depth of the fluid, the density of the fluid, and the acceleration of gravity.

The pressure in a static fluid arises from the weight of the fluid and is given by the expression

$$P_{\text{static fluid}} = \rho gh \text{ where}$$

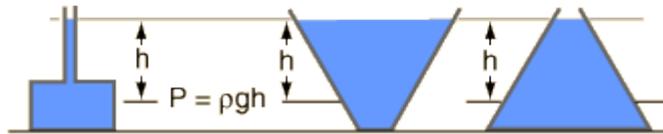
$\rho = m/V =$  fluid density  
 $g =$  acceleration of gravity  
 $h =$  depth of fluid

The pressure from the weight of a column of liquid of area  $A$  and height  $h$  is



Static fluid pressure does not depend on the shape, total mass, or surface area of the liquid.

$$\text{Pressure} = \frac{\text{weight}}{\text{area}} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A} = \rho gh$$



The most remarkable thing about this expression is what it does not include. The fluid pressure at a given depth does not depend upon the total mass or total volume of the liquid. The above pressure expression is easy to see for the straight, unobstructed column, but not obvious for the cases of different geometry which are shown.

[4] <http://www.helder.z8.com.br/online/hidrostatica/prensaohidro.htm>

## Pressão de uma coluna de líquido ou pressão hidrostática

Pressão hidrostática ou pressão efetiva ( $p_{ef}$ ) em um ponto de um fluido em equilíbrio é a pressão que o fluido exerce no ponto em questão.

Vamos, por exemplo, determinar a pressão que um líquido fará no fundo da garrafa:



Como já vimos a pressão é devido a força (**F**) que age em uma superfície de área (**A**). Neste caso, a força equivale ao peso do líquido e a área é a área do fundo da garrafa, onde a força peso do líquido está agindo.

$p$  = Pressão no fundo da garrafa

$F$  = força que o líquido faz no fundo da garrafa e que é igual ao peso do líquido.  
( $F = P = m \cdot g$ )

$A$  = área do fundo da garrafa

Sendo assim, a equação ficará:

$$p = \frac{mg}{A}$$

$m$  = massa do líquido

$g$  = aceleração da gravidade

A massa do líquido podemos representar em função da densidade do líquido pela equação já vista:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d \cdot V$$

Sendo assim, a equação agora ficará:

$$p = \frac{d \cdot g \cdot V}{A}$$

$V$  = volume do líquido dentro da garrafa e que é igual a área da base x altura da coluna líquida ( $A \times h$ ).

$$p = \frac{d \cdot g \cdot A \cdot h}{A}$$

Simplificando a equação acima, teremos :

$$p = d.g.h$$

$p$  = pressão em um determinado ponto

$g$  = aceleração da gravidade

$h$  = altura da coluna líquida acima do ponto considerado

Observações:

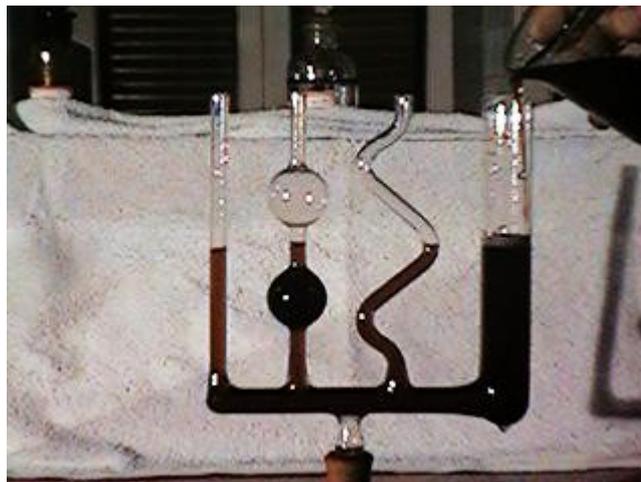
1ª) A pressão no fundo da garrafa não depende nem da área do fundo e nem do volume de líquido dentro da garrafa. Dependerá apenas da densidade do líquido e da altura da coluna líquida acima do ponto onde se quer determinar a pressão.

2ª) A força que causa a pressão agirá sempre perpendicularmente à superfície de contato entre o líquido e a superfície. Por isso, ao se fazer furos na garrafa, você observará que o líquido jorrará sempre perpendicularmente à superfície no momento em que sai da garrafa.

3ª) A variação de pressão entre dois pontos em profundidades diferentes será dada por:

$$\Delta p = d.g.\Delta h$$

Esta variação de pressão dependerá da variação da altura da coluna líquida acima dos pontos em questão. (Este é o teorema de Stevin). Então dois pontos que estejam a uma mesma profundidade sofrerão a mesma pressão.



Na foto acima você vê uma aplicação do teorema de Stevin. À medida que se vai colocando líquido no tubo da direita, este líquido se distribui por igual aos demais tubos, isto porque a pressão na base de todos eles deve ser a mesma, pois estão todos no mesmo nível. Este princípio é muito utilizado em residências e edifícios quando se têm várias caixas d'água. Como vem apenas um cano para alimentar as caixas, estas são interligadas entre si por outros canos, interligando as bases de cada

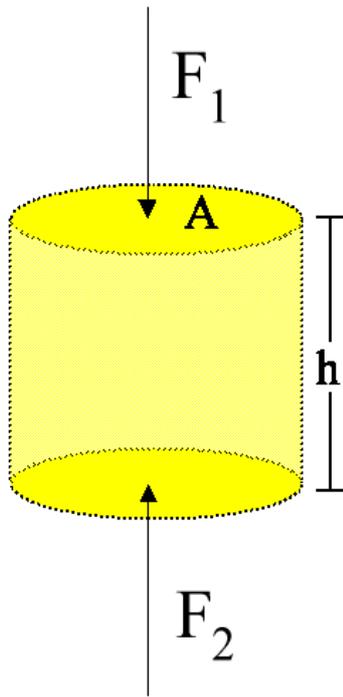
caixa. Sendo assim, se a primeira caixa que recebe a água da rua estiver pela metade, todas as outras também estarão pela metade.

[5] <http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/hidrostatica/pressao.html>

### **Pressão versus profundidade em um fluido estático**

Em um fluido estático, sob a ação da gravidade terrestre, as forças são perpendicular à superfície terrestre. Caso exista uma força resultante em uma porção do fluido, esta porção do fluido entrará em movimento. A razão é que um fluido pode escoar, ao contrário de um objeto rígido. Se uma força for aplicada a um ponto de um objeto rígido, o objeto como um todo sofrerá a ação dessa força. Isto ocorre porque as moléculas (ou um conjunto delas) do corpo rígido estão ligadas por forças que mantêm o corpo inalterado em sua forma. Logo, a força aplicada em um ponto de um corpo rígido acaba sendo distribuída a todas as partes do corpo. Já em um fluido isto não acontece, pois as forças entre as moléculas (ou um conjunto delas) são muito menores. Um fluido não pode suportar forças de cisalhamento, sem que isto leve a um movimento de suas partes.

Logo, a pressão a uma mesma profundidade de um fluido deve ser constante ao longo do plano paralelo à superfície. Supondo que a constante da gravidade local,  $g$ , não varie apreciavelmente dentro do volume ocupado pelo fluido, a pressão em qualquer ponto de um fluido estático depende apenas da pressão atmosférica no topo do fluido e da profundidade do ponto no fluido. Se o ponto 2 estiver a uma distância vertical  $h$  abaixo do ponto 1, a pressão no ponto 2 será maior.

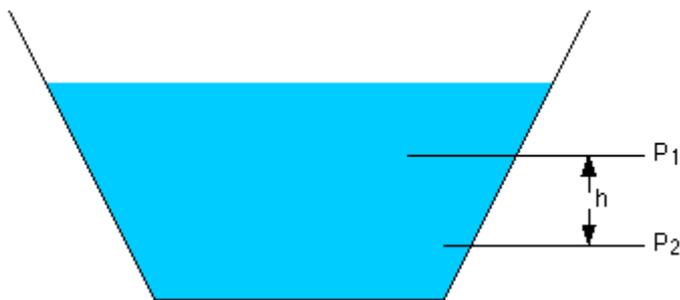


Para calcular a diferença de pressão entre os dois pontos basta imaginar um volume cilíndrico, cuja altura  $h$  seja ao longo da vertical à superfície com as bases contendo os pontos 1 e 2, respectivamente. A área das bases,  $A$ , pode ser qualquer: desde que elas estejam dentro do fluido. Como o volume cilíndrico é estático, a força na base de baixo deve ser igual à força na base de cima somada à força peso devido ao volume de água dentro do cilindro. Ou seja, como a massa do fluido é dada por  $\rho Ah$ , obtemos que

$$F_2 - F_1 = (\rho Ah)g$$

Dividindo esta equação por  $A$  obtemos que a pressões nos pontos 1 e 2 estão relacionadas por

$$P_2 = P_1 + \rho gh \quad [1.4]$$



Note que o ponto 2 não precisa estar diretamente abaixo do ponto 1; basta que ele esteja a uma distância vertical  $h$  abaixo do ponto 1. Isto significa que

qualquer ponto a uma mesma profundidade em um fluido estático possui a mesma pressão. A construção imaginária que fizemos acima, com o volume cilíndrico, pode ser repetida com vários outros cilindros, com diferentes bases e alturas, até chegarmos ao resultado [1.4], já que essa relação é linear.

### Princípio de Pascal

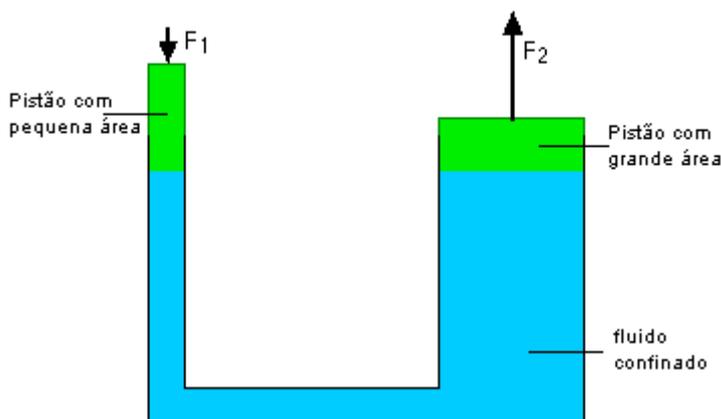
O princípio de Pascal pode ser usado para explicar como um sistema hidráulico funciona. Um exemplo comum deste sistema é o elevador hidráulico usado para levantar um carro do solo para reparos mecânicos.

*Princípio de Pascal:* A pressão aplicada a um fluido dentro de um recipiente fechado é transmitida, sem variação, a todas as partes do fluido, bem como às paredes do recipiente.

A explicação para o princípio de Pascal é simples. Caso houvesse uma diferença de pressão, haveriam forças resultantes no fluido, e como já discutimos acima, o fluido não estaria em repouso.

Em um elevador hidráulico uma pequena força aplicada a uma pequena área de um pistão é transformada em uma grande força aplicada em uma grande área de outro pistão (veja figura abaixo). Se um carro está sobre um grande pistão, ele pode ser levantado aplicando-se uma força  $F_1$  relativamente pequena, de modo que a razão entre a força peso do carro ( $F_2$ ) e a força aplicada ( $F_1$ ) seja igual à razão entre as áreas dos pistões.

$$P_1 = P_2, \quad \text{logo } F_1/A_1 = F_2/A_2, \quad \text{e } F_1/F_2 = A_1/A_2 \quad [1.5]$$



Embora a força aplicada ( $F_1$ ) seja bem menor que a força peso ( $F_2$ ), o trabalho realizado é o mesmo. Trabalho é força vezes distância. Logo, se a força no pistão maior (peso) for 10 vezes maior do que a força no pistão

menor (aplicada), a distância que ela percorre será 10 vezes menor. Isto se deve à conservação de volume:

$$V_1 = V_2, \quad \text{logo } x_1 \cdot A_1 = x_2 \cdot A_2, \quad \text{ou seja } x_1/x_2 = A_2/A_1 = F_2/F_1.$$

*[1.6]*