

# Universidade Estadual de Campinas



UNICAMP

Instituto de Física Gleb Wataghin

## Circuitos eletrônicos lineares com papel e grafite

Relatório Parcial

Disciplina f609 - Tópicos de ensino de física I

Coordenador: Prof. José J. Lunazzi

Orientador: Prof. Marcos César de Oliveira -  
Departamento de Física da Matéria Condensada

Aluno: Renato Cruz Neves, RA: 064083

# Projeto

Aluno: Renato Cruz Neves, RA: 064083

Orientador: Marcos César de Oliveira, Instituto: IFGW- DFMC

Professor da disciplina: José Joaquin Lunazzi

## 1) Descrição:

Juntamente com o orientador Marcos César de Oliveira, desenvolveremos resistores, capacitores, indutores feitos basicamente de papel e grafite. Estudaremos como as dimensões da área e comprimento afetam diretamente a resistência, o capacitor e o indutor (faremos alguns resistores, capacitores e indutores de formatos diferentes para realmente verificar a influência de seu formato). Tentaremos desenvolver então um circuito RLC e estudaremos suas propriedades como, por exemplo, a ressonância do circuito. Será feita comparação com elementos integrados e este experimento visa demonstrar para estudantes, como estes dispositivos podem ser miniaturizados e integrados.

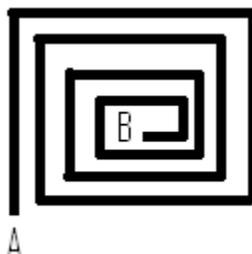
Também será estudada a possibilidade de realizar um transformador de tensão, isto é, um dispositivo que seja capaz de transformar uma voltagem de entrada em uma voltagem de saída e estudaremos as relações de transformação de corrente e tensão neste dispositivo.

## 2) Idéias iniciais para o experimento:

Para fazermos um resistor será necessário que se faça um risco com forma de reta sobre o papel. Assim dependendo da área, do comprimento e do material (grafite) criaremos diferentes resistores.

Para o caso do capacitor, poderemos pintar um quadrado de um lado da folha de papel, e pegamos outra folha e pintarmos o mesmo quadrado. Colocamos uma folha justaposta à outra e então poderemos adicionar folhas no interior das duas folhas pintadas, afim de aumentar a distância, este será o dielétrico do capacitor. A distância mínima possível corresponde à situação em que os quadrados (placas do capacitor) sejam pintadas na mesma folha de papel, em lados opostos.

Para o caso do indutor, poderemos fazer um risco em forma de reta em uma folha, então pegarmos esta folha e transformá-la em forma de espiral envolvendo um tubo cilíndrico, como por exemplo, uma caneta, onde as linhas de grafite se enrolarão pela caneta bem próximas. Outro exemplo de criarmos um indutor seria fazermos quadrados contínuos e cada vez menores em uma folha de papel onde do centro partiria o fio, ou melhor, conforme o desenho abaixo:



Onde o fio A recebe a corrente e sai pelo ponto B para o circuito(vale lembrar que a figura acima é um esboço).

Na construção do transformador, será basicamente o indutor do primeiro caso acima onde analisaremos a eficiência de transformação de voltagem introduzindo ou não um núcleo cilíndrico no seu interior composto de ferrite. É possível imaginar o transformador também com a segunda proposta para o indutor. Neste caso o primário do transformador seria desenhado em um lado da folha e o secundário no outro lado. Neste caso espera-se uma eficiência menor.

Como o objetivo e foco central deste experimento é demonstrar a construção de circuitos elétricos simples a partir de grafite e papel, pretendemos explorar as várias possibilidades de circuito. Para isso utilizaremos fontes comerciais existentes nos laboratórios de ensino do Instituto e teremos mais tempo para nos empenhar no experimento e descrição dos vários circuitos. Alimentaremos o circuito por meio do gerador de sinais e o analisaremos o sinal por meio de um osciloscópio ou voltímetro. Calcularemos certas propriedades como a indutância e a capacitância, por exemplo, e checaremos com a literatura.

Resolveremos questões tais como: como fazer um indutor? Qual o comprimento terá a resistência para que realmente ela tenha validade? Como fazer para criar a separação entre as “placas” de um capacitor a fim de transportar corrente? Tudo isto será solucionado através do experimento a ser realizado.

### 3) Público-alvo:

Estudantes do Ensino Médio e Superior (primeiros anos da faculdade).

### 4) Importância didática:

De fato, é muito importante a introdução da montagem experimental para o estudante, evidenciando como a relação entre a resistência, o capacitor e o indutor são modulados através de seus formatos, e estes em um circuito RLC e suas propriedades.

De modo geral, o experimento ensinará aos estudantes uma forma mais prática e didática de entender o funcionamento de resistores, capacitores, indutores, transformadores e bem como o circuito RLC e estes estudantes poderão por meio do experimento e trabalhar com os dados obtidos.

### 5) Originalidade:

Este experimento foi descrito pelo professor Marcos César de Oliveira. Após pesquisas sobre este experimento, notou-se que há um experimento relacionado na matéria de F609, onde o experimento “Associação de resistores e estudo da 2ª Lei De Ohm, através de riscos de grafite em uma folha” trata-se somente de resistores em papel. O experimento que será feito por mim e Marcos. C. de Oliveira será uma proposta mais abrangente do já realizado na disciplina, pois tratar-se-á além de resistores, a construção de capacitores, indutores, transformador e tentaremos realizar um circuito RLC.

### 6) Materiais utilizados para o experimento:

- Papel comum;
- Grafite;
- Gerador de sinais
- fonte de voltagem contínua
- Osciloscópio e voltímetro

Meu orientador, o Prof. Marcos César de Oliveira concorda com os termos aqui estabelecidos para o projeto e declara que poderá dispor de todos os elementos necessários a menos de exceções indicadas abaixo:

Exceções: Não há.

Sigilo: Não solicita.

#### 6) Referências Bibliográficas:

[1] <http://www.casemodbr.com/forum/componentes-eletronicos-t26789.html>

(Instrumentos de um circuito)

[2] [http://pt.wikipedia.org/wiki/Circuito\\_integrado](http://pt.wikipedia.org/wiki/Circuito_integrado) (Circuito Integrado)

[3] [http://pt.wikipedia.org/wiki/Circuito\\_RLC](http://pt.wikipedia.org/wiki/Circuito_RLC) (Circuito RLC)

[4] Fundamentos de Física: Eletromagnetismo - vol. 3, autores: David Halliday, Roberto Resnick e Jearl Walker (Teoria abordada)

[5] <http://www.fsc.ufsc.br/cbef/port/22-3/artpdf/a6.pdf> (Capacitor de papel e grafite)

## Relatório Parcial

### **1) Resultados encontrados:**

Aqui, colocaremos a maioria dos resultados encontrados durante o experimento, incluindo algumas fotos, estão essencialmente vinculadas com o texto próximo. Deixaremos claro aqui que há certas fotos onde aparenta que não há preenchimento total de grafite. Isto, no entanto, é causado por reflexões da luz do ambiente, nos dando assim a impressão que há partes sem depósito de grafite. Iniciaremos com a apresentação da implementação de resistores e posteriormente de capacitores.

Desde já, colocaremos que de fato há diversas formas de erros apresentados, que devido ao curto tempo de realização experimental e entrega deste relatório parcial. serão solucionados apenas para o próximo relatório. Estes erros são discutidos no decorrer do relatório. A maioria dos resultados serão refeitos para que se encaixem melhor sob o aspecto teórico analisado e para o relatório final. Deixamos claro, novamente que, os erros

foram observados em um espaço de tempo curto para que todos os dados fossem novamente medidos e submetidos ao relatório parcial, devido às poucas horas por semana em que posso utilizar o laboratório de ensino para a medição dos resultados.

Damos então continuidade aos resultados obtidos.

### 1.1) Resistores:

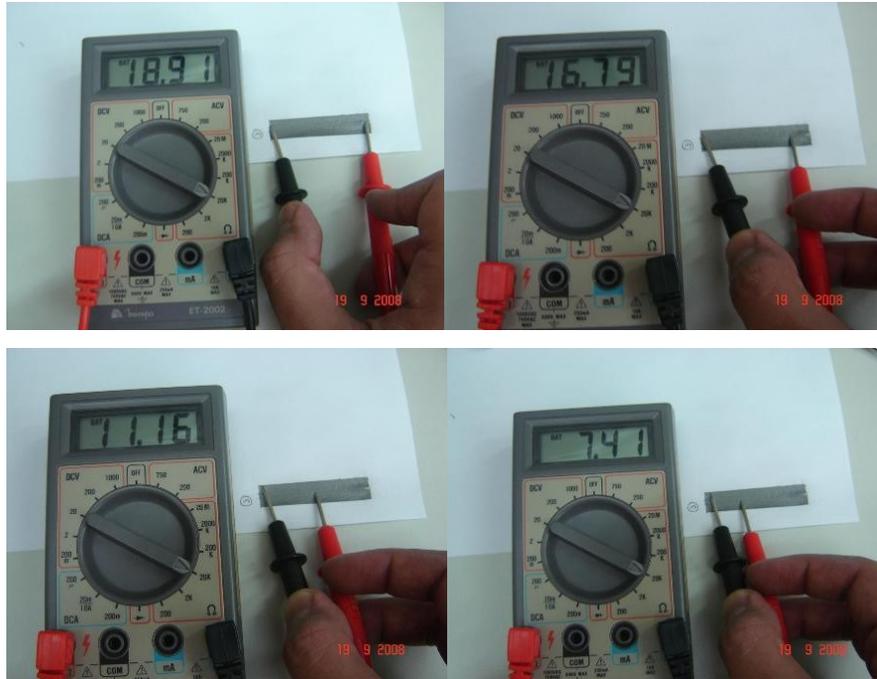
Pela teoria, notamos que a resistência é proporcional ao comprimento  $L$  e inversamente proporcional a área (seção reta)  $A$  da figura desenhada no papel por meio do grafite. Desenharemos a figura, um retângulo, este que possuirá um comprimento  $L$  e cuja secção reta será dada por  $A=l h$ , sendo  $l$  a largura do retângulo e  $h$  a espessura do traço. Esta espessura  $h$  é bem menor que a espessura de uma folha de papel branco comum. Verificaremos primeiro a relação de proporcionalidades entre  $L$  e  $A$  para a resistência  $R$  e posteriormente, calcularemos a altura  $h$  da fina camada de grafite sobre a folha.

Iremos medir as resistências criadas a partir de papel e grafite. Para medirmos estas, tomaremos o *ohmímetro* para o cálculo desta. Para a verificação do ohmímetro e checagem de seu correto funcionamento, tomamos uma resistência de  $470 \Omega$ . Medimos pelo ohmímetro  $469 \Omega$ , como está na foto abaixo:



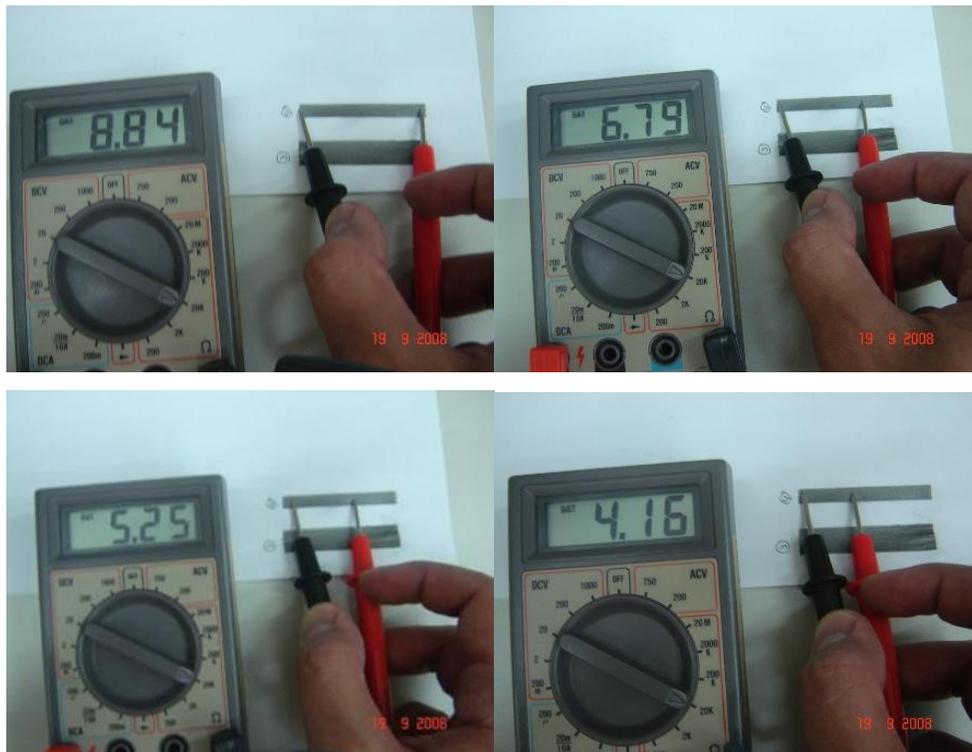
Também fizemos outras medições, tomando uma resistência de  $4,7 \Omega$  foi medido  $4,9 \Omega$ . E com uma resistência de  $840 \Omega$  foi medido  $829 \Omega$ .

Para notarmos as relações de proporcionalidades, a teoria nos fundamenta que à medida que diminuimos  $L$ , também diminuimos a resistência  $R$ , e à medida que aumentamos a área  $A$  há uma diminuição da resistência  $R$ . Isso de fato é realmente verificado, pois observando as figuras abaixo notamos estas relações:



O valor que aparece no ohmímetro está na ordem de  $K\Omega$ . Observe que à medida que diminuimos o valor de  $L$ , também há o decréscimo da resistência  $R$ .

Note agora com a diminuição de  $A$ , provocamos uma diminuição de  $R$  para o mesmo comprimento  $L$  da figura anterior e que também diminuindo seu comprimento, nota-se proporcionalidade com  $R$ . Observe a figura abaixo:



Vamos tomar aqui um comentário notório sobre os resultados acima:

Meu orientador, Marcos César de Oliveira, observou que realmente o resultado empírico apresentado na figura acima não está de acordo com a teoria da resistência e resistividade, apresentada na seção 3.1, sobre as relações de proporcionalidades de  $L$  e  $A$ . Obviamente, este argumentou que as possíveis causas de erros são:

1) Os pinos do ohmímetro (vermelho e preto) não encostam totalmente na parte lateral da resistência da figura acima e anterior, mas somente em algumas partes. Com este procedimento estamos criando nas próprias medições resistências em séries ou em paralelas de algum modo aleatório;

2) A própria pintura feita com os depósitos de grafite é considerada não-ideal, ou seja, se fosse tomado um microscópio para averiguar o desenho encontraríamos uma extrema irregularidade na pintura (depósito sobre o papel). Esta pintura (relevo) varia de desenho para desenho, já que este é um processo extremamente sutil;

3) Outros erros foram introduzidos na seção 2.

Acima foi aberto um parêntese, pois houve erro empírico, como descrito e observado pelo meu orientador. Por isto, introduzi este comentário aqui.

Podemos comentar que realmente o que aconteceu acima foi um erro não observado na questão empírica. Portanto, na próxima entrega do relatório, faremos novamente medições (agora sim, corretas) das resistências elétrica. Para averiguarmos esta correção, construiremos novamente uma resistência de tal forma (tamanho) que o pino do ohmímetro consiga alcançar por completo o lado da resistência, ocorrendo assim uma forma empírica e teórica análogas e não acarretadas de medições incorretas.

Observe que abaixo quando realizamos um outro resistor (Resistência 2 abaixo descrita) com uma área maior que as até aqui discutidas, observamos um resultado consistente, pois a resistência diminuiu consideravelmente com o aumento da área. Podemos adiantar que o primeiro resistor, por apresentar valores bem inconsistentes com estes outros dois, é que deve estar com algum defeito no processo de produção.

Voltamos aos resultados.

Vamos agora calcular a resistividade  $\rho$  do nosso material (grafite).

Tomamos um grafite de lapiseira de  $0,07\text{mm}$ . Medimos sua resistência por meio do ohmímetro coletando vários dados que são mostrados abaixo:

$$R = (2,5; 2,3; 2,2; 2,6; 2,7; 2,4) \Omega.$$



Fazendo uma média dos valores acima obtemos que  $R(\text{média}) = 2,45 \Omega$ .

Agora, pela equação  $R = \rho \frac{L}{A}$ , temos que calcular as dimensões  $A$  e  $L$  do grafite, usando o paquímetro encontramos que:

$$A = \pi \cdot (0,35 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 = 3,85 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad \text{e} \quad L = 6 \text{ cm}$$

Isolando a resistividade  $\rho$  na equação  $R = \rho \frac{L}{A}$  temos o valor de  $\rho$  dado por:

$$\rho = 1,57 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ m}$$

Com este valor de resistividade podemos então desenhar no papel as nossas resistências, medi-las e encontrar o valor da altura da pintura de grafite que será feita no papel. Este é um processo interessante, pois, notaremos depois que a altura é da ordem de nanômetros, ou seja, algumas moléculas de grafite.

Tomamos o valor da resistividade acima como sendo a verdadeira, porém há certas observações que devemos fazer, como a questão do sólido para o filme de grafite (olhar seção 2).

Para uma pintura feita no papel, temos com a ajuda do ohmímetro o valor da sua resistência, e com a ajuda do paquímetro temos o comprimento  $L$  da resistência. Porém ao calcular a área (seção reta da figura desenhada, ou seja,  $h \cdot l$ ) temos que esta é facilmente calculada em  $l$ , porém a altura é extremamente pequena, impossível de ser medida pelo paquímetro. Logo, queremos determinar a altura. Com esta altura, posteriormente

poderemos por meio do papel e grafite e das medições deste, calcular a resistência (teoricamente) de qualquer figura. Vamos ao caso.

Tomamos quatro figuras distintas desenhadas no papel com grafite. Estão abaixo:

Resistência 1:

*Largura  $l = 1\text{cm}$  , comprimento  $L = 5\text{cm}$ .*



Os valores encontrados pelo ohmímetro são:

$R = (19,00K; 19,90K; 18,51K; 18,25K; 19,30K; 18,82K; 19,56K; 19,02K; 18,62K; 18,60K) \Omega$ . Tomando uma média destes valores temos  $R(\text{média}) = 18,96K \Omega$ .

Calculando a altura  $h$  do grafite em relação ao papel para a  $R(\text{média})$  dada acima temos que:  $h = \frac{\rho L}{LR} = 4,14 \cdot 10^{-9} m = 4,14 nm$ .

Resistência 2:

*Largura  $l = 1,5\text{ cm}$ , comprimento  $L = 5\text{ cm}$ .*



Os valores encontrados pelo ohmímetro são:

$$R = (5,73K; 6,66K; 6,40K; 6,27K; 5,46K; 6,08K; 5,73K; 6,03K; 6,28K; 6,45K) \Omega.$$

Para este caso,  $R(\text{média}) = 6,11K\Omega$ .

Calculando  $h$  para a  $p, L, l$  e  $R(\text{média})$  propostos temos que  $h = 8,6 \cdot 10^{-9}m = 8,6nm$ .

Resistência 3:

Largura  $l = 0,5 \text{ cm}$ , comprimento  $L = 2 \text{ cm}$ .

$$R = (14,45K; 14,53K; 15,07K; 15,21K; 14,34K; 13,95K; 15,91K; 15,87K; 16,51K; 15,30K) \Omega.$$

$R(\text{média}) = 15,11K \Omega$ . Logo o valor encontrado para a altura  $h$  é:  $h = 4,15 \cdot 10^{-9}m = 4,15nm$

Resistência 4:

Largura  $l = 0,5cm$ , comprimento  $L = 5 \text{ cm}$ .

$$R = (9,81K; 11,22K; 11,46K; 11,23K; 11,44K; 11,11K; 10,94K; 11,66K; 11,01K; 11,02K) \Omega. \text{ Daí } R(\text{média}) = 11,09K \Omega. \text{ E por fim } h = 4,7 \cdot 10^{-9}m = 4,7nm$$

Portanto, encontramos que a altura do grafite em relação ao papel, ou seja, onde foi pintado no papel, é da ordem de nanômetros. Por fim, fazendo uma média destas medidas, vemos que  $h_{(\text{médio})} = 5 \cdot 10^{-9}m = 5nm$ . Este valor será *utilizado* para todos os cálculos necessário neste experimento.

1.2) Capacitor:

Antes de começar a medir os capacitores feitos de papel e grafite, verificamos que o capacitômetro funciona corretamente. Para isto, tomamos um capacitor no laboratório e notamos que o capacitômetro mediu aproximadamente o valor teórico do capacitor. Portanto é válida a utilização deste instrumento.

Agora, iremos detalhar sobre como conseguimos encontrar o valor da medida da distância  $d$  entre as placas paralelas pintadas. Observe abaixo um capacitor de placas paralelas pintado com grafite em um papel branco:



Na figura acima, esquematizamos como será pintado um capacitor de placas paralelas. Temos nesta figura, uma parte tracejada (correspondente a figura de trás de folha) e a parte não tracejada, correspondente a parte da frente da folha, pintaremos todos os locais do retângulo formado por estas (frente e verso da folha). Os bastões azul e vermelho representam os pinos do capacímetro, usado para medir a capacitância.

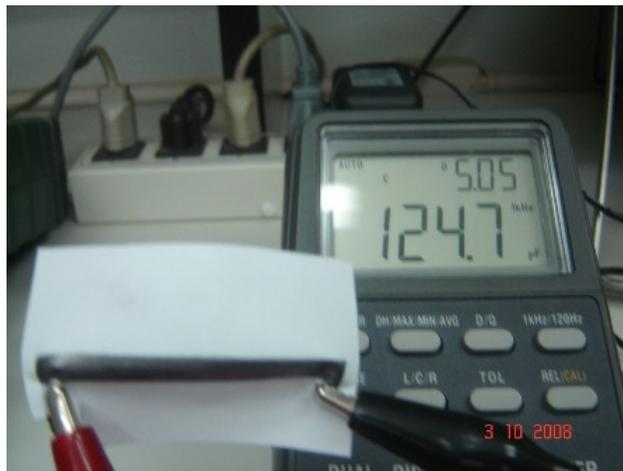
A idéia acima foi do meu orientador, pois este notou que os dados coletados e as fotos estavam imprecisos (como veremos abaixo). Portanto, como ocorrido no tópico de resistência, no próximo relatório estaremos também introduzindo novos capacitores com erros menores.

Vamos ao cálculo da distância entre as placas do capacitor, temos em mente que como somente temos uma folha, esta distância entre as placas será extremamente pequena, talvez da ordem de micro-metros.

Fizemos o cálculo pra três distintos capacitores de placas paralelas, então:

Capacitor 1:

Observe a foto do capacitor, e a medição do capacímetro:



$$\text{Área } A = (0,5 \cdot 10^{-2} m \cdot 5 \cdot 10^{-2} m) = 2,5 \cdot 10^{-4} m^2.$$

Os valores encontrados para a capacitância são:

$C = (133p; 133,5p; 125,2p; 120,2p; 120,0p; 119,0p; 122,5p; 120,9p; 124,2p; 123,5p) F$ . Calculando a capacitância média, temos que  $C(\text{média}) = 124,2 pF$ .

Isolando  $d$  na equação de capacitância para o nosso caso, temos:

$$d = 6,2 \cdot 10^{-5} m.$$

Observamos já, que a distância entre as placas realmente é pequena, duas ordens de grandeza a menos que o milímetro.

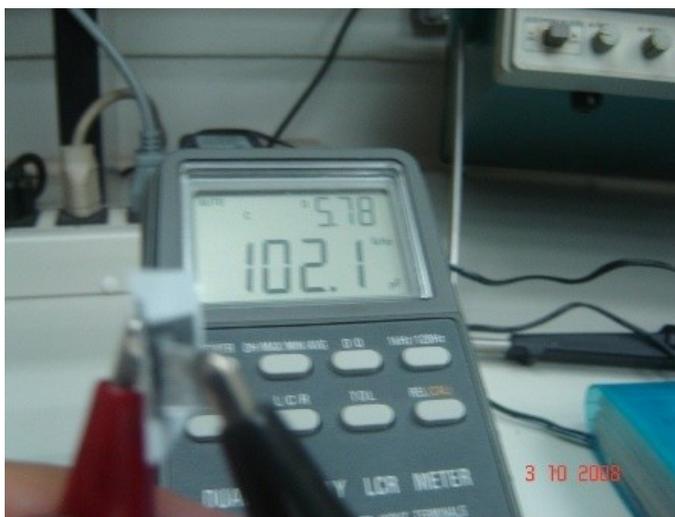
Tomei um cuidado extremo para que os pinos do capacitímetro não encostassem ambos no mesmo lado das placas paralelas pintadas, porém, na figura acima a impressão é que estão encostadas. Como já descrito, farei novamente capacitores com erros menores.

Capacitor 2:

$$\text{Área } A = (0,5 \cdot 10^{-2} m \cdot 2 \cdot 10^{-2} m) = 1 \cdot 10^{-4} m^2.$$

$C = (114,2p; 115p; 109p; 110,9p; 104p; 114,8p; 118,7p; 115,6; 110,5; 114,2p) F$ .

$C(\text{média}) = 112,7 pF$ .



Daí, encontramos que:  $d = 2,7 \cdot 10^{-5} m$ .

Capacitor 3:

$$\text{Área } A = (2 \cdot 10^{-2} m \cdot 5 \cdot 10^{-2} m) = 10 \cdot 10^{-4} m^2.$$

$C = (44,1p; 43,9p; 44,0p; 44,2p; 45,9p; 42,6p; 62,0p; 70,2p; 39,1p; 40,2) F$ .

Encontramos então que  $C(\text{média}) = 47,62 pF$ .

Então:

$$d = 6,5 \cdot 10^{-4} m.$$

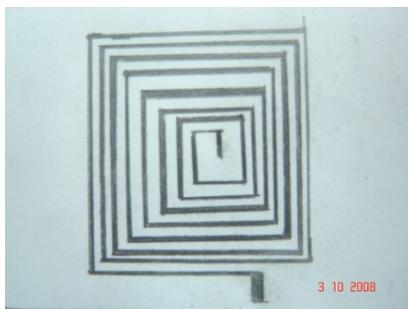
Vemos essencialmente que conseguimos calcular as distâncias entre as duas placas paralelas. Este que era nosso objetivo para um capacitor, tomara a média dentre estes três como sendo  $d(\text{médio}) = 2,45 \cdot 10^{-4} m$ . Este valor era o aproximadamente esperado, pois notamos que uma folha de papel tem uma espessura de aproximadamente menor que 1mm, encontramos um valor menor que este, ou seja, este valor pode ser esperado como válido.

Tomaremos o valor encontrado assim como sendo o esperado para todos os cálculos do nosso experimento.

Observando atentamente, notamos que os valores encontrados para a distância entre as placas paralelas  $d$  não são muito próximos. Com esta relação em mente, continuaremos nossa discussão.

### 1.3) Indutor:

Já encontramos os valores de algumas indutâncias com desenhos feitos no papel como, por exemplo, o desenho feito do projeto. Observamos que conforme há uma diminuição do número de espiras do indutor, havia também uma diminuição na indutância  $L$  encontrada. Abaixo está uma foto de um indutor qualquer, mas sem maiores explicações pelo fato de ainda estarmos resolvendo as medições e o método de utilização.



Também conseguimos medir a indutância da figura acima. Não colocaremos todos os valores encontrados até agora, por ter necessitado de maior explicações a respeito.

A respeito da teoria sobre indutor, notamos que é extremamente difícil encontrar uma equação teórica que dê a indutância correta do indutor acima. Com um valor medido da indutância do circuito acima, notamos que este nos deu o valor de  $L = 400 H$  e notamos

também uma relação de proporcionalidade com o número de espiras (considerando cada espira como sendo aproximadamente um quadrado da figura acima).

Ainda não desenvolvemos todos os resultados do indutor, por isso, esse deve ser o foco principal de nossos experimentos.

#### 1.4) Circuito RLC

A ser desenvolvido.

#### **2) Erros, observações do experimento e dificuldade encontradas:**

Para o caso da resistência, encontramos valores próximos da altura  $h$  do depósito de grafite sobre o papel, porém com certos valores aproximados, mesmo com estes erros vale a aproximação. Notamos também as relação de  $L$  e  $A$  influenciam o valor da resistência  $R$ .

Encontramos três valores não muito próximos da distância para o capacímetro (note que dois são próximos e o último está em uma ordem a menos). Podemos descrever isto como um erro por parte da experimentação como um todo. Nota-se que os principais erros obtidos e observações realizadas no experimento até aqui são:

- i) Um fato importante a comentar é a medição da resistividade por meio do grafite. Para este, tomamos um grafite em um estado sólido (veja figura), e o cálculo das resistências são realizadas por meio do filme de grafite depositado sobre o papel. Meu orientador relatou que há variações da medição da resistividade do grafite sólido e do filme de grafite depositado sobre o papel. Estes dois valores são distintos, porém próximo, no qual podemos adotar como verdadeiro o cálculo da resistividade para todo o experimento;
- ii) Há variação de depósito de grafite no papel, de fato é extremamente difícil que haja depósito de grafite em todos os lugares do papel de um modo, digamos, ideal;
- iii) As medidas geométricas (com o paquímetro) são acopladas à erros e também em relação a pintura, pois moléculas de grafites são pequenas;

- iv) A forma como pintamos no papel, dependendo da pressão sobre o papel pelo grafite causa uma deformação no próprio papel(espessura), este que está relacionada com a distância  $d$  entre as placas, causando assim a diferença de ordem para o calculo da distância;
- v) Para o caso da resistência, precisamos de um contato grande com os fios(cabos) do ohmímetro. Às vezes, o contato não se acopla corretamente e causa oscilações de resistência captadas pelo ohmímetro;
- vi) A própria medição da capacitância por meio do capacímetro, e da resistência por meio do ohmímetro fica em oscilação, devido aos erros apresentados acima;
- vii) Todo cálculo medido seja pelo capacímetro ou pelo ohmímetro, foi feito sempre com os primeiros dados apresentados por meio destes. Pois é notada uma variação com a temperatura do resistor e também do capacitor, a medida que deixamos os instrumentos em medições, entre outros fatores;
- viii) Todos os valores encontrados até então, contém erros, seja por eles, geométricos e/ou instrumentais, ou de outras grandezas.

Podemos declarar que é extremamente sutil o método de precisão para os valores medidos. A grande dificuldade é em conseguir que os instrumentos leiam os depósitos de grafite, originando assim, valores talvez desconhecidos de capacitâncias e resistência como o ocorrido. Portanto, devemos ter um cuidado extremo para que não haja enganos durante o nosso experimento. Neste houve, e que no próximo será corrigido.

### **3) Teoria:**

Vamos introduzir os aspectos teóricos até então desenvolvidos neste experimento. Iniciando com a teoria sobre a resistência elétrica e resistividade. Posteriormente com o capacitor e capacitância.

#### 3.1) Resistência $R$ e resistividade $\rho$ :

Quando aplicamos a mesma diferença de potencial às extremidades de barras de mesmas dimensões feitas de cobre, grafite ou vidro, os resultados são muito diferentes. A

característica do material que determina esta diferença é a resistência elétrica. Medimos a resistência elétrica entre dois pontos de um condutor aplicando uma diferença de potencial  $V$  entre esses pontos e medindo a corrente  $i$  resultante. A resistência  $R$  é dada por:

$$R = \frac{V}{i} \quad (\text{definição de resistência})$$

A unidade de resistência é *volt por ampère*. Esta combinação ocorre com tanta frequência que tem uma unidade especial, o *ohm* ( $\Omega$ ) é usada para representá-la. Assim,

$$1 \text{ ohm} = 1 \Omega = 1 \text{ volt por ampère} = 1 \frac{V}{A}$$

Um condutor cuja função é introduzir uma certa resistência é chamado de resistor. Quando isolamos  $i$  na equação de definição de  $R$ , vemos que o próprio nome resistência é adequado.

Abaixo estão alguns resistores elétricos:



Observe que existem diferentes tipos de resistores e há resistores que possuem faixas coloridas que indicam o valor da resistência por meio de um código.

Concentrando nossa atenção não na diferença de potencial  $V$  entre as extremidades do resistor, mas no campo elétrico  $\vec{E}$  que existe em um ponto de um material resistivo. Em vez de lidar com a corrente  $i$  no resistor, lidamos com a densidade de corrente  $\vec{j}$  no ponto em questão. Em vez da resistência  $R$  de um dispositivo, falamos da resistividade  $\rho$  de um material qualquer:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (\text{definição de } \rho)$$

Combinando as unidades de  $E$  e  $J$  no Sistema Internacional, obtemos que para a unidade de  $\rho$  será dada por

$$\frac{E}{J} = \frac{V/m}{A/m^2} = (V/A)m = \Omega m$$

A tabela abaixo mostra a resistividade  $p$  de alguns materiais:

Tabela de Resistividade e Coeficiente de Variação da Resistividade com a Temperatura (20°C)

Material	Resistividade $\rho$ [ $10^{-8} \Omega \cdot m$ ]	Coef. Temper. $\alpha$ [ $^{\circ}C^{-1}$ ]
Prata	1,6	0,0038
Cobre	1,7	0,0040
Ouro	2,4	0,0039
Alumínio	2,8	0,0039
Tungstênio	5,6	0,0048
Zinco	5,9	0,0038
Bronze	6,7	0,0020
Latão	8,0	0,0015
Níquel	8,7	0,0047
Platina	10,8	0,0049
Estanho	11,5	0,0042
Ferro	12,0	0,0050
Constantan (80%Cu, 40%Ni)	50,0	0,00023
Mercúrio	96,0	0,0009
Nicromo (15-25%Ni, 15-80%Ni)	110,0	0,00017
Carvão	1500	–
Água	2500	–
Grafite	4000 a 8000	-2 a $-8 \cdot 10^{-4}$
Vidro	$10^{10}$ a $10^{13}$	–
Porcelana	$3 \cdot 10^{12}$	–
Mica	$10^{13}$ a $10^{15}$	–
Baquelite	$2 \cdot 10^{14}$	–
Borracha	$10^{15}$ a $10^{16}$	–
Âmbar	$10^{16}$ a $10^{17}$	–

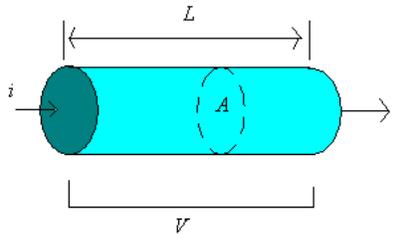
Observe na tabela que também podemos falar de condutividade  $\sigma$  de um material, que é simplesmente o recíproco da resistividade:

$$\sigma = 1/p$$

A unidade de condutividade no SI é  $(\Omega m)^{-1}$ .

Lembramos, que a *resistência* é uma propriedade de um dispositivo, a *resistividade* é uma propriedade do material.

Quando conhecemos a resistividade de um material, como o grafite, por exemplo, não é difícil calcular a resistência de um fio feito deste material. Seja  $A$  a área da seção reta,  $L$  o comprimento e  $V$  a diferença de potencial entre as extremidades do fio, conforme a figura abaixo:



Se as linhas de corrente que representam a densidade de corrente forem uniformes ao longo de toda a seção reta, o campo elétrico e a densidade de corrente serão iguais em todo os pontos do fio e, de acordo com as equações dadas até agora teremos:

$$E = V/L \quad e \quad J = i/A$$

E combinando estas equações temos que:

$$p = E/J = (V/L)/(i/A) \text{ portanto:}$$

$$\mathbf{R = pL/A}$$

Esta equação nos dá o valor da resistência  $R$  por meio de  $p$ ,  $L$  e  $A$ .

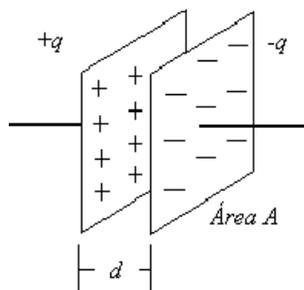
Para o nosso caso do grafite no papel, precisaremos encontrar  $L$  através do paquímetro,  $p$  por algum método utilizado e a área  $A$ , para então encontrar a resistência  $R$ . Porém para o caso da área  $A$ , esta que é a área da seção reta, e como pintaremos as resistências no papel, a área  $A$  será dada por  $A = h.l$ , sendo  $l$  a largura do desenho e  $h$  a altura da pintura em relação ao papel. Notamos antecipadamente que a altura do grafite que será depositado no papel é um comprimento muito pequeno, podendo até ser da ordem de nano-metros. Neste caso, não há modo de calcular com o paquímetro ou o micrômetro, logo utilizaremos o ohmímetro para a calcular a resistência  $R$ , o paquímetro para calcular  $L, l$  e a resistividade  $p$  será indeterminada. Falta encontrar a resistividade  $p$  para finalmente encontrar a altura  $h$  do grafite depositado no papel.

Para encontrarmos o valor de  $p$ , tomamos um grafite de lapiseira onde conhecemos exatamente seus valores de  $A, L$  e  $R$  (por meio do ohmímetro). Daí isolando  $p$  na equação de resistência pode encontrá-lo. Este será o método utilizado para encontrarmos a resistividade neste experimento.

### 3.2) Capacitor e capacitância:

Os elementos básicos de *qualquer* capacitor são: dois condutores isolados entre si. Seja qual for a forma destes condutores, eles recebem o nome de placas. A figura abaixo

ilustra um capacitor de placas paralelas, formado por duas placas paralelas condutoras de área  $A$  separadas por uma distância  $d$ . Vamos supor que o interior do capacitor não existe nenhum material.



Quando um capacitor está carregado, suas placas contêm cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos,  $-q$  e  $+q$ . A carga  $q$  e a diferença de potencial  $V$  de um capacitor são proporcionais, ou seja:

$$q = CV$$

A constante de proporcionalidade  $C$  é chamada de capacitância do capacitor, seu valor depende de geometria das placas, mas não da carga ou da diferença de potencial. A capacitância é uma medida da quantidade de carga que precisa ser acumulada nas placas para produzir uma certa diferença de potencial entre elas. Quanto maior a capacitância, maior a carga necessária.

A unidade para a equação acima no SI é o *coulomb* por *volt*. Esta unidade recebe o nome de *farad* ( $F$ ). Como vemos, a unidade *farad* é muito grande. Submúltiplos deste, como o microfarad e o picofarad são unidades muito mais convenientes na prática.

Vamos agora discutir o cálculo da capacitância de um capacitor a partir da sua geometria. Como será utilizada somente uma geometria neste experimento, a de placas retangulares paralelas, supomos que as placas do capacitor estão carregadas com uma carga  $q$ . Calcularemos então o campo elétrica  $\vec{E}$  entre as placas em função da carga, usando *Lei de Gauss*. E partir de  $\vec{E}$ , calcularemos a diferença de potencial  $V$  entre as placas e finalmente conseguiremos o valor da capacitância  $C$ .

Como, já foi evidenciado que só trataremos de capacitores com placas paralelas, vamos encontrar então a equação que descreve o comportamento da capacitância  $C$  para geometria, conforme o desenho acima.

Para relacionar o campo elétrico  $\vec{E}$  entre as placas de um capacitor à carga  $q$  de uma das placas, usamos a *Lei de Gauss*:

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \vec{dA} = q$$

Onde  $\epsilon_0$  é a *constante de permissividade do vácuo* e vale  $8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ , e  $q$  é a carga envolvida por uma superfície gaussiana  $\oint \vec{E} \cdot \vec{dA}$  é o fluxo elétrico que atravessa a superfície. Neste caso, vamos examinar a superfície gaussiana será tal que, sempre houve um fluxo,  $\vec{E}$  terá um módulo constante  $E$  e os vetores  $\vec{E}$  e  $\vec{dA}$  serão paralelos. Neste caso nos reduz a:

$$q = \epsilon_0 EA$$

Onde  $A$  é a área da parte da superfície gaussiana através da qual existe um fluxo.

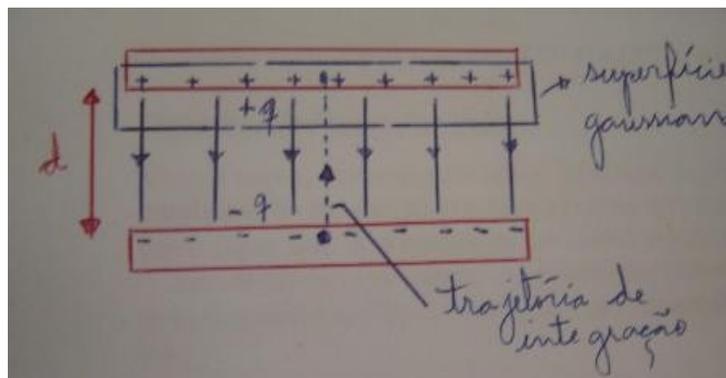
Para o cálculo da diferença de potencial  $V$  entre as placas de um capacitor estará relacionada com o campo  $\vec{E}$  por meio da equação:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

Onde a integral deve ser calculada ao longo de uma trajetória que começa em uma das placas e termina na outra. Vamos escolher sempre a trajetória que coincida com o campo elétrico (olhar figura abaixo). Para esta relação  $\vec{E} \cdot \vec{dS}$  têm sentidos opostos, logo é igual a  $-E \cdot dS$ . Tomando  $V_f - V_i = V$  a equação se torna:

$$V = \int_-^+ E \cdot ds$$

Onde os sinais  $-$  e  $+$  indicam que a trajetória de integração começa na placa negativa e termina na placa positiva. Observe a figura abaixo.



Com esta introdução, poderemos então encontrar uma equação que seja válida para capacitores de placas paralelas, o nosso caso neste experimento. Então a partir da *Lei de Gauss* podemos escrever que:

$$q = \epsilon_0 EA$$

Onde  $A$  é a área da placa, e calculando o potencial  $V$  temos:

$$V = \int_{-}^{+} E \cdot ds = E \int_0^d ds = Ed$$

Como sabemos que  $q = CV$  substituindo os dados temos finalmente que a capacitância de um capacitor de placas paralelas é dada pelas grandezas geométricas:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \text{ (Capacitor de placas paralelas)}$$

Observe que  $C$  é diretamente proporcional a área e inversamente proporcional a distância entre as placas.

Em nosso caso, pintaremos um lado do papel e do outro lado também, este desenho se comporta como uma placa, uma de cada lado do papel, e há algo entre as placas neste caso, o papel. O papel é um dielétrico do capacitor. O cientista inglês Michael Faraday, o principal responsável pelo conceito de capacitância (a unidade de capacitância no SI recebeu nome de *farad* em sua homenagem), foi o primeiro a investigar o assunto em 1837. Faraday constatou que ao inserirmos algo entre as placas, notou que a capacitância esta multiplicada por um fator  $k$ , que chamou de *constante dielétrica* do material isolante. A tabela abaixo mostra alguns materiais dielétricos e suas constantes dielétricas do material isolante.

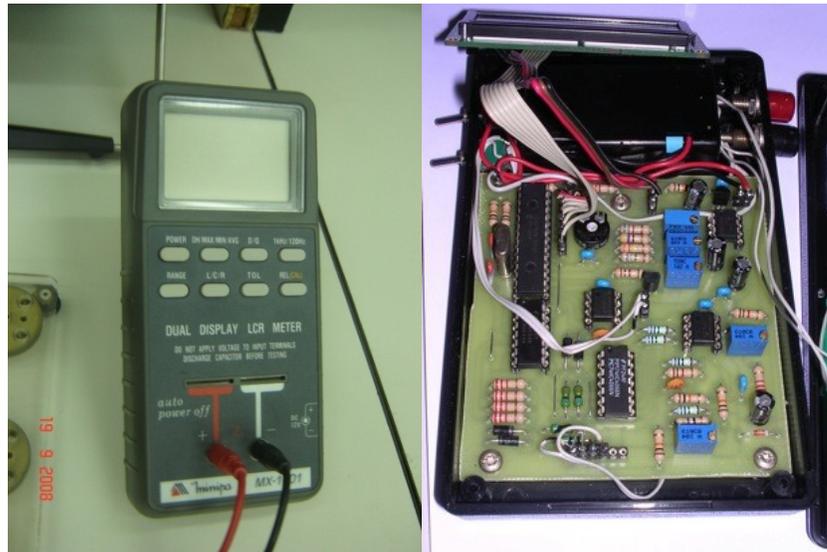
Material	Constante dielétrica k
Ar(1 atm)	1,00054
Papel	3,5
Porcelana	6,5
Silício	12
Etanol	25
Água (20°C)	80,4
Vácuo	1

Notamos que para o papel, a constante dielétrica vale  $k = 3,5$ . Tomamos este valor como sendo verdadeiro para este experimento, pois em toda as tabelas de constantes dielétricas para o papel, sempre encontramos em torno de 3 a 4.

Faraday descobriu que, no caso do dielétrico preenchendo totalmente o espaço entre as placas, a equação da capacitância é simplesmente multiplicada pela constante dielétrica, ou seja, em nosso caso teremos:

$$C = k \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Agora como sabemos a equação que descreve o comportamento da capacitância, podemos então isolar a distância  $d$  entre as placas, e sabendo os valor da área  $A$ , constante dielétrica  $k = 3,5$  e da capacitância  $C$ (medida através de uma capacímetro, instrumento que mede capacitância, vide figura abaixo) poderemos então calcular a distância que separa as duas placas, ou seja, a largura da folha aproximadamente.



Acima está um capacímetro visto de frente, e a segunda foto está um capacímetro com a visualização de seu interior.

### 3.3) Indutor e indutância:

Ainda estamos trabalhando a respeito.

### 3.4) Circuito RLC.

Idem 3.3.

Meu orientador, o Prof. Marcos César de Oliveira concorda com os termos aqui estabelecidos para o projeto e declara que poderá dispor de todos os elementos necessários a menos de exceções indicadas abaixo:

Exceções: Não há.

Sigilo: Não solicita.

Meu orientador, o professor Marcos César de Oliveira concorda com o expressado neste relatório parcial e deu a seguinte opinião:

“Neste relatório o aluno desenvolve os passos iniciais do projeto proposto. Alguns erros foram apresentados nos resultados e devem ser corrigidos com a repetição dos experimentos. Acho a idéia extremamente interessante por permitir o desenvolvimento de relações empíricas de resistência, capacitância e indutância a partir de materiais simples. Note que os experimentos realizados até aqui podem chamar a atenção por permitir medidas da espessura de uma folha de papel e da espessura do filme de grafite aplicado. Isso por si só já deve consistir um experimento suficiente para alunos do segundo grau. Como a proposta é atingir alunos de segundo e terceiro grau, pretendemos ainda a realização de circuitos de corrente alternada com os elementos apresentados integrados. Acho que o aluno apresentará todos esses resultados ao final do projeto.”

Eu, Renato Cruz Neves, escolho o evento 1 (Terça-feira dia 11 de novembro das 15h às 18h).

#### **4)Bibliografia:**

- [1] <http://www.vecoven.com/elec/capa/capa.html>
- [2] <http://www.msps.eng.br/electrn/cap110.shtml>
- [3] <http://www.cti.furg.br/~santos/apostilas/fisica3/> e páginas associadas

[4] Fundamentos de Física: Eletromagnetismo - vol. 3, ed. 7, autores: David Halliday, Roberto Resnick e Jearl Walker. Capítulos principais abordados: 25 e 26.

[5] Apostila de f429 - Unicamp, [www.ifi.unicamp.br](http://www.ifi.unicamp.br), graduação/LEB – LEI/F- 429

[6]

<http://www.unb.br/iq/kleber/EaD/Eletromagnetismo/Resistividade/Resistividade.html>